

GEOMETRIA DINÂMICA E MODELAGEM GEOMÉTRICA – O USO DA TECNOLOGIA NO DESENVOLVIMENTO DO PENSAMENTO MATEMÁTICO

Melissa Meier – Eduardo Melloni Lucchesi
melissameier@gmail.com – eduardo.lucchesi@gmail.com
PGIE/UFRGS – PPGEMAT/UFRGS
Brasil

Tema: V.5 - TIC e Matemática

Modalidade: Comunicação Breve

Nível educativo: Médio (11 a 17 anos)

Palavras chave: Educação Matemática, Pensamento Matemático, Tecnologia

Resumo

A proposta desse trabalho é apresentar uma discussão sobre o uso de tecnologias para o ensino de matemática onde o objetivo principal é o desenvolvimento do pensamento matemático através da Modelagem Geométrica. Buscamos em Paul Goldenberg a fundamentação teórica necessária para justificar a escolha da Modelagem Geométrica como metodologia de trabalho para as atividades realizadas e justificamos nossas conclusões a partir da apresentação dos resultados alcançados em experiências realizadas com alunos da escola básica.

Introdução

Nossa experiência com a escola básica, permitiu verificar que os alunos possuem muita dificuldade em estabelecer conexões entre os conteúdos matemáticos e suas interações com o mundo. Nota-se que para uma parcela significativa de alunos, a aprendizagem matemática é apenas momentânea e mecânica. Em contrapartida a esta constatação, percebemos que no ensino da geometria tem-se um contexto propício para o envolvimento dos alunos, pois durante o processo de aprendizagem, eles precisam visualizar figuras, analisar relações entre seus elementos, identificar regularidades, fazer conjecturas sobre propriedades identificadas, caracterizando ações que envolvem o pensamento matemático. Nesse sentido, quando utilizamos softwares de geometria, podemos potencializar o envolvimento dos alunos, conforme apontam alguns estudiosos como Armella & Kaput (2008) e Basso & Gravina (2011).

Os programas de geometria dinâmica, dentre eles o *GeoGebra*¹, são ferramentas que permitem a construção de figuras geométricas a partir das propriedades que as definem. A manipulação direta de objetos construídos e que são colocados em movimento na tela do computador, faz com que os alunos observem os resultados obtidos, primeiramente

1 Software de geometria dinâmica, gratuito e disponível em <http://www.geogebra.org/cms/en/> (acesso em 28/06/2013).

de forma empírica, mas depois buscando explicar as regularidades que vão se tornando cada vez mais evidentes.

A proposta deste artigo é apresentar uma sequência de atividades desenvolvidas e aplicadas na escola básica, onde o uso da tecnologia foi essencial para o desenvolvimento do pensamento matemático dos alunos.

Fundamentação Teórica

Nossa principal referência para este trabalho é o artigo "Hábitos de pensamento": um princípio organizador para o currículo de Paul Goldenberg. Este autor nos apresenta uma proposta de organização do currículo da matemática centrada nos "hábitos do pensamento", que se inserem como estratégias e modos de pensar que contribuem para desenvolvimento do pensamento, ou seja, o desenvolvimento de habilidades fundamentais para a matemática tais como: experimentar, testar, descobrir, raciocinar, generalizar e argumentar.

Goldenberg sugere algumas tendências do ensino em geral e busca relações com a Matemática, identificando alguns "hábitos do pensamento" que devem ser desenvolvidos nos alunos. Abaixo, apresentamos alguns destes "hábitos do pensamento", trazendo, também, um código de identificação que desenvolvemos com o objetivo de tornar a comunicação mais objetiva no decorrer do texto. São eles:

Visualizar (HP-1) - Este hábito de pensamento, segundo o autor, deve ser privilegiado e diz respeito à capacidade de criar, manipular e compreender imagens mentais. Trata-se de uma habilidade fundamental para todas as áreas do conhecimento, pois não é possível, por exemplo, "*cortar o tecido para coser uma manga, ou desenhar os planos de uma estante, sem "ver" primeiro, na nossa cabeça, o que ainda não pôde ser visto com os próprios olhos*" (GOLDENBERG, 1998b).

Reconhecer padrões ou invariantes (HP-2) - Para o autor este hábito do pensamento representa, em conjunto com a demonstração, o "coração da matemática" e, por isso, a procura por invariantes representa o primeiro passo a ser dado nas aulas de matemática. Considerando que a "*matemática é uma ciência dos padrões, ela trata da procura da estrutura comum subjacente a coisas que em todo o resto parecem completamente diferentes: coisas absolutas ou relativas que permanecem fixas enquanto o que as rodeia ou partes delas variam.*" (GOLDENBERG, 1998b).

Desta forma, qualquer conteúdo pode ser explorado para ajudar os alunos a criar e desenvolver este hábito de pensamento. Goldenberg ressalta, inclusive, que a noção de invariância é, também, essencial fora da matemática.

Fazer experiências e explorações (HP-3) - Goldenberg enfatiza que quando o aluno faz suas próprias experiências e explorações, começa a jogar com informações, reconhecer os fatores independentes e analisar os resultados manipulando-os conforme a situação problemática. Quando o currículo promove tais experiências, está a fornecer o contraponto necessário para que as ideias importantes se distingam nitidamente.

Currículos fundamentados pela experimentação fornecem um ambiente favorável à exploração de ideias, permitindo que o aluno amplie seus conhecimentos.

Criar, ser inventor (HP-4) - Segundo o autor os alunos devem desenvolver o hábito de inventar matemática, tanto para fins utilitários quanto para se divertirem. Afirma, a partir de suas experiências, que quando as ideias se tornam o veículo pelo qual os alunos compreendem a matemática, eles conseguem *pensar* e podem *reinventá-la* sempre que precisavam dela.

Fazer conjecturas (HP-5) - O autor defende uma formação matemática que possibilita aos alunos a oportunidade de conjecturar, buscando conexões dentro da própria matemática e desenvolvendo formas de pensamento matemático que se transformam em hábitos naturais do aluno.

Descrever, formal e informalmente, relações e processos (HP-6) - Segundo Goldenberg (1998b), para fazer matemática deve-se desenvolver o hábito de perceber relações, processos e conexões lógicas entre ideias, e deve-se ter a capacidade de descrevê-las. Ou seja, o aluno deve “*ser capaz de dizer com clareza o que as coisas significam*”. Para ele, um currículo ao mesmo tempo em que “*comunica uma seleção de conteúdos matemáticos, deve estar organizado de modo a ajudar os alunos a desenvolver estas capacidades essenciais da comunicação matemática.*”.

Raciocinar por continuidade. (HP-7) - Goldenberg ilustra este hábito do pensamento a partir da utilização de ambientes de geometria dinâmica. Ele afirma que esta é uma ferramenta que “*ajuda a ampliar a ideia de funções num domínio contínuo e a construir*

conexões entre a geometria e a matemática da mudança contínua” (GOLDENBERG, 1998b).

Basicamente, a proposta de Paul Goldenberg é um ensino baseado no desenvolvimento de hábitos mentais que possibilitem ao aluno a criação de uma estrutura que pode ser aplicada em suas interações com o mundo. Neste contexto, um currículo de matemática pode ser considerado coerente quando tem um "enredo", ou seja, *“a matemática não são os conteúdos, mas o raciocínio que descobre, reúne e dá sentido a esses conteúdos; a matemática é (em parte) um modo de pensar, um conjunto de hábitos de pensamento”*. (Goldenberg, 1998a).

Acreditamos que conteúdos e habilidades devem ser selecionados para construir um currículo, mas, deve-se considerar principalmente, o modo como eles são selecionados e, em especial, o modo como são organizados, pois é isto que determina o tipo de formação escolar pretendida. Logo, desenvolvendo a compreensão da natureza da matemática e seus métodos, estaremos possibilitando ao aluno uma formação que lhe permitirá uma atuação crítica dentro da sociedade, uma vez que a matemática estudada e aprendida se tornará instrumento para entender e modificar o mundo.

Produto Didático

Para a aplicação do experimento didático desenvolvemos o site “Geometria em Movimento”²(Figura 1). Este site apresenta uma barra de navegação que organiza um conjunto de oito aulas que apresentam o estudo de três modelos geométricos - Porta Pantográfica, Janela Basculante e Balanço Vai e Vem - e dos conteúdos de geometria que são necessários para o desenvolvimento dos modelos. Pode-se dizer que um modelo geométrico é uma representação de fenômenos onde a linguagem da geometria está presente e os modelos são construídos a partir de pontos, retas, segmentos, dentre outros elementos.

Com o conhecimento construído com o estudo dos três modelos propostos, a ideia é convidar o aluno a produzir uma modelagem do mecanismo ou situação de sua escolha. Salientamos que o conjunto das três etapas de estudo para cada modelagem possibilita o desenvolvimento de diferentes “hábitos do pensamento” e, desta forma, acreditamos que o aluno é capaz de compreender e vivenciar a matemática ao ponto de conseguir ser autor de seu projeto, construindo o seu próprio modelo geométrico.

2 Disponível em: <http://odin.mat.ufrgs.br/modelagem/> (acesso em 28/06/2013)

Geometria em Movimento

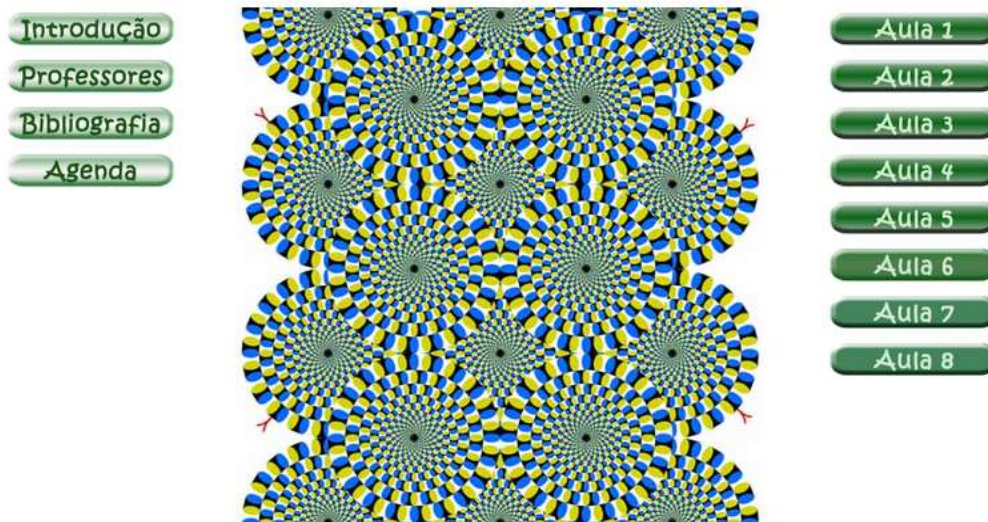


Figura 1 - Interface do site Geometria em Movimento

Experimento Didático

O experimento didático foi aplicado com uma turma de alunos do oitavo ano do ensino fundamental, do turno da manhã, na escola Olímpio Vianna Albrecht, escola pública da rede municipal da cidade de São Leopoldo no estado do Rio Grande do Sul. A turma observada possuía um total de 32 alunos, com idades variando entre 11 e 15 anos.

As atividades foram realizadas no período de setembro à outubro de 2011 com uma duração total de 16 horas de aula. A disciplina de matemática dessa turma apresenta quatro períodos de aulas semanais com duração de 1 hora cada um.

Concluída a etapa de estudo dos três modelos propostos observamos que foi com entusiasmo que os alunos se engajaram nas suas próprias produções. Entre os modelos produzidos, encontramos muitos brinquedos, mas também automóveis, teleféricos, elevadores, portas, janelas e um palhaço malabarista. Aqui é importante destacar que foi nesta experiência com o site “Geometria em Movimento” que os alunos tiveram o seu primeiro contato com geometria dinâmica. Naturalmente, nesse sentido, muitas das produções apresentadas podem ser classificadas como básicas e baseadas nos modelos previamente estudados.

Quando comparamos as ideias iniciais apresentadas pelos alunos sobre os modelos que planejavam construir, apresentadas no início do experimento, com a construção efetivamente realizada, percebemos que, de modo geral, o desafio de trabalhar com a modelagem geométrica foi bem aceito.

Das dezesseis duplas de trabalho apenas quatro não indicaram o modelo que seria construído. Considerando as duplas que fizeram uma indicação de modelo (12 duplas), observamos que: nove mantiveram a escolha inicial conseguindo completar a construção (em alguns casos com pequenas adaptações) do modelo escolhido e três alteraram sua escolha inicial.

Sobre o desenvolvimento dos “hábitos do pensamento”, consideramos que o experimento didático conseguiu cumprir com os seus objetivos. Ao analisar as modelagens geométricas feitas pelos alunos, foram determinados seis diferentes níveis de produção por parte dos alunos. São eles:

Nível 0: não é possível identificar o desenvolvimento de hábitos do pensamento.

Nível 1: há o desenvolvimento da habilidade de criar, inventar.

Nível 2: há o desenvolvimento da habilidade de criar, inventar; de visualizar; de reconhecer padrões e invariantes; e de raciocinar por continuidade.

Nível 3: ocorre o desenvolvimento da habilidade de criar, inventar; de visualizar; de reconhecer padrões e invariantes; de explorar novas possibilidades, novos menus do *GeoGebra*; e de raciocinar por continuidade.

Nível 4: há o desenvolvimento da habilidade de criar, inventar; de visualizar; de reconhecer padrões e invariantes; de explorar novas possibilidades, novos menus do *GeoGebra* conseguindo estabelecer dois movimentos, não simultâneos, ao modelo; e de raciocinar por continuidade.

Nível 5: nota-se o desenvolvimento da habilidade de criar, inventar; de visualizar; de reconhecer padrões e invariantes; de explorar novas possibilidades, novos menus do *GeoGebra* conseguindo estabelecer dois movimentos simultâneos ao modelo; e de raciocinar por continuidade.

Estes níveis de produção foram estabelecidos a partir dos hábitos do pensamento identificados no planejamento e construção dos modelos que foram apresentados pelos alunos.

Abaixo (Tabela 1) apresentamos a classificação das duplas de acordo com os níveis de produção mencionados anteriormente. Todos os arquivos podem ser visualizados e obtidos no site “Geometria em Movimento”.

Níveis de Produção	Dupla – Modelo Geométrico
Nível 0	Dupla 3 – Roda Gigante Dupla 14 – Porta Pantográfica
Nível 1	Dupla 2 – Prédio com porta abre e fecha
Nível 2	Dupla 5 – Teleférico Dupla 12 – Carro em pista de corrida (Aluno B) Dupla 11 - Teleférico Dupla 1 – Ônibus
Nível 3	Dupla 16 – Barco Viking Dupla 13 – Roda Gigante Dupla 6 – Roda Gigante
Nível 4	Dupla 4 – Teleférico Dupla 8 – Parque de diversão Dupla 9 – Elevador (Aluno A) Dupla 11 – Palhaço Malabarista Dupla 15 – Fachada da residência
Nível 5	Dupla 10 – Pracinha de brinquedos Dupla 7 – Ônibus

Tabela 1: classificação dos modelos apresentados pelas duplas de acordo com o Nível de Produção.

Considerações Finais

O encaminhamento das atividades propostas no experimento didático buscou verificar e desenvolver os chamados “hábitos do pensamento” propostos no estudo de Goldenberg (1998). Entendemos que, ao identificar movimentos que estão presentes no dia-a-dia e com isso perceber a geometria envolvida, os alunos puderam observar o mundo sob a ótica da matemática. Assim, eles iniciaram a construção de seus próprios modelos geométricos, com aprofundamento dos “hábitos do pensamento” e, conseqüentemente, das diversas formas do pensamento matemático.

Com esse experimento aliado à tecnologia, consideramos que a proposta foi além do tradicional estudo de ponto, reta e plano presente na escola Básica. O software *GeoGebra*, com suas inúmeras possibilidades, permitiu que fosse feita uma abordagem dinâmica de temas importantes da geometria. Nesse sentido, entendemos que a atividade de modelagem geométrica funcionou como um incentivo para a aprendizagem dos estudantes e, desta forma, a geometria dinâmica potencializou o trabalho voltado para o desenvolvimento dos “hábitos do pensamento” matemático.

Sobre o trabalho desenvolvido destacamos os seguintes aspectos:

- Houve aceitação positiva dos alunos com o software *GeoGebra* e com o site “Geometria em Movimento”, o que potencializou o estudo e o entendimento das relações matemáticas trabalhadas durante o experimento didático.
- Os alunos demonstraram autonomia para fazer explorações com o software, em decorrência da familiaridade e confiança na utilização de tecnologias;
- Os alunos demonstraram um maior desenvolvimento, neste experimento didático, especificamente no quarto hábito do pensamento, caracterizado pelo ato de criar, inventar, o que já era esperado considerando o caráter investigativo e lúdico da atividade de modelagem geométrica.
- A turma apresentou dificuldade no momento de efetuar o registro escrito das relações matemáticas observadas por eles no decorrer das atividades, o que poderia ser uma ferramenta a mais na apropriação dos conceitos trabalhados em aula.

Concluimos que a partir do momento que o professor trabalhar com a Modelagem Geométrica em suas aulas existe a possibilidade de modificar o olhar dos alunos diante das situações cotidianas onde se visualiza a presença da matemática em atividades do dia-a-dia. Porém, os dados coletados nesta pesquisa revelam que há uma lacuna na formação matemática dos alunos que se manifesta na comunicação por escrito das ideias matemáticas e aqui, entendemos ser importante considerar essa questão em estudos futuros.

Referencias bibliográficas

- Armella, L. M., Kaput, J. J. (2008). From static to dynamic mathematics: historical and representational perspectives.
http://www.edumatec.mat.ufrgs.br/artigos/esm_2008_v68/11semiotic.pdf.
Consultado 28/06/2013.
- Goldenberg, E. P.. (1998(a)). “Hábitos de pensamento” um princípio organizador para o currículo (I). *Educação e Matemática*, 47, 31-35.
- _____. (1998(b)). “Hábitos de pensamento” um princípio organizador para o currículo (II). *Educação e Matemática*, 48, 37-44.
- Gravina, M. A., Dias, M. T., Barreto, M. M., Meier, M.. (2011). Geometria Dinâmica na Escola. In: *Matemática, Mídias Digitais e Didática – tripé para a formação de professores de Matemática*. Porto Alegre. Cap. 2, p.26-45.