A INFLUÊNCIA DE UMA ABORDAGEM VETORIAL PARA O ENSINO MÉDIO NA APRENDIZAGEM DE CÁLCULO I

Daniella Assemany – Lilian Nasser – Geneci Alves – Cecília Azevedo – Marcelo Torraca
daniella.cap@ufrj.br – lnasser@im.ufrj.br – prof.geneci@yahoo.com.br – ceciliamrz@gmail.com – torraca@gmail.com
Projeto Fundão – Rio de Janeiro, Brasil

Tema: I.3 - Pensamento Geométrico
Modalidade: T (oficina)
Nível educativo: Médio (11 a 17 anos)
Palavras chave: vetores; currículo; transição; cálculo

Resumo

O presente trabalho tem por finalidade apresentar os resultados de uma proposta de reformulação curricular no Ensino Médio, aplicada no Colégio de Aplicação da UFRJ. A utilização do conceito de Vetores e suas aplicações no início da 1a série deste segmento serve como base para os conteúdos subsequentes de Matemática. Esta postura gera reflexos significativos na condução e organização do programa de Matemática nos três anos do Ensino Médio. Diante do despreparo dos alunos ingressantes na universidade, apontados por Nasser (2009) e Rezende (2003), dentre outros, e da dissociação entre os conteúdos de Matemática destacados nos Parâmetros Curriculares Nacionais (Brasil, 1999), este novo currículo vem se consolidando há sete anos no CAp UFRJ. Descrevemos os tópicos abordados nessa reestruturação, que trata a Geometria Analítica em uma roupagem exclusivamente vetorial. Além disso, apresentamos resultados e consequências dessa postura, bem como o desempenho de alunos egressos do CAp UFRJ na disciplina de Cálculo na universidade. Este estudo contribui para a pesquisa sobre a transição do Ensino Médio para o Superior, desenvolvida no âmbito do Projeto Fundão. Honrando o compromisso desse grupo de pesquisa do Projeto Fundão com a Educação Matemática, acreditamos estar promovendo a reflexão sobre a prática docente.

Introdução

O *Projeto Fundão – Desafio para a Universidade* é o mais antigo Projeto de Extensão Universitária da Universidade Federal do Rio de Janeiro, Brasil, reconhecido nacional e internacionalmente. Seu objetivo é valorizar o professor, por meio do autoconhecimento e aprimoramento de suas competências. Um de seus princípios é promover um trabalho de pesquisa realizado *por* professores *para* professores, segundo o qual docentes da Universidade, da escola básica e estudantes da licenciatura são corresponsáveis por todas as ações. Uma das linhas de pesquisa estuda a transição dos alunos do Ensino Médio para o Superior, devido a dificuldades observadas na disciplina de Cálculo I por falta de preparo dos alunos, como afirmam Nasser (2009) e Resende (2003).

Em consonância com esse perfil, a Universidade Federal do Rio de Janeiro (UFRJ) possui um espaço que atua como campo de estágio dos alunos que estão cursando a licenciatura: o Colégio de Aplicação (CAp UFRJ), que é a unidade de Ensino

Fundamental e Médio da UFRJ. O colégio desempenha função no Ensino Básico, Técnico e Tecnológico e atua nos campos de ensino, pesquisa e extensão. Dentre outras características, o CAp UFRJ é um espaço que se propõe a repensar constantemente a sua prática e tem como princípio a permanente experimentação de metodologias e estratégias de ensino, funcionando como campo de aplicação de práticas docentes.

A proposta de pesquisa do Projeto Fundão e a possibilidade de experimentações do CAp UFRJ se complementam na medida em que a linha de pesquisa "Transição do Ensino Médio para o Superior" corrobora com uma reorganização curricular do Ensino Médio (EM) proposta pelos professores do CAp, através de uma abordagem vetorial na 1ª série do EM.

Os Parâmetros Curriculares Nacionais do Ensino Médio (Brasil, 1999) propõem que os conteúdos escolares sejam trabalhados a partir dos conhecimentos básicos, desenvolvendo nos alunos a capacidade de pesquisa, análise e seleção de informações.

Diante disso e da importância ao estudo de *Vetores* apresentada por Bittar (2002; 2003) e Dorier (1990), os professores de Matemática do CAp UFRJ reorganizaram os conteúdos do Ensino Médio relacionando-os de forma significativa. Em 2006, a proposta de permitir uma associação entre os assuntos estudados na educação básica com temas do cotidiano se deu através da utilização do conceito de *Vetores* na 1ª série do EM, elegendo-o como aspecto primário e essencial para a maioria dos conteúdos subsequentes. Esta reestruturação tem sido utilizada como referência nas pesquisas do Projeto Fundão, como afirmam Lilian Nasser, Geneci Souza e Marcelo Torraca (2012), acerca do CAp UFRJ:

> Dentre as vantagens dessa proposta curricular, podemos citar a possibilidade de um currículo em espiral, no qual os conteúdos são constantemente revisitados. Além disso, a abordagem gráfica e as possíveis estratégias para a construção de gráficos podem ser facilitadores na aprendizagem de Cálculo. (Nasser et al, 2012)

O intuito desta oficina é apresentar os tópicos abordados nessa reestruturação, que trata a Geometria Analítica em uma roupagem exclusivamente vetorial, evidenciar resultados e consequências dessa postura, bem como o desempenho de alunos egressos do CAp UFRJ na disciplina de Cálculo I na universidade. Este estudo tem contribuído para a pesquisa do Projeto Fundão sobre a transição do Ensino Médio para o Superior, que tem buscado na abordagem diferenciada no Ensino Médio do CAp UFRJ uma possibilidade de minimizar as dificuldades dos alunos ingressantes na disciplina de Cálculo I.

Inovações na estrutura curricular em Matemática no Ensino Médio do CAp UFRJ

A reorganização dos conteúdos ocorreu principalmente na 1ª série do EM com a introdução de *Vetores* no plano. Buscou-se valorizar a visão geométrica dos alunos, incentivando esse olhar em assuntos abordados em todo este ciclo, inclusive aqueles nos quais a interpretação tradicionalmente explorada é exclusivamente algébrica.

> A introdução da noção de *Vetores* no R^2 no 1° ano do Ensino Médio pretende lançar mão de um instrumento importante e prático no estudo dos conteúdos expostos em sequência, mas principalmente da Trigonometria e Função Afim, reduzindo cálculos desnecessários que estes temas recorrem quando seu ensino é feito de maneira isolada. A organização dos conteúdos estruturados e baseados nos *Vetores* pretende conduzir o aluno a interpretações geométricas de fatos algébricos. (Assemany, 2011)

De maneira concisa, pode-se afirmar que o ensino de *Vetores* no início da 1^a série do EM proporciona, dentre outras coisas: construção do gráfico de uma circunferência, utilização das transformações no plano para o ensino de trigonometria, determinação da equação da reta e a translação de gráficos. Os conteúdos trabalhados na 1^a série do EM do CAp UFRJ estão apresentados na tabela a seguir.

Tabela 1

	1° semestre	2° semestre
1a série / E.M.	Conjuntos Numéricos e Intervalos Reais	Funções
	Vetores no R^2	Módulo de um número real
	Circunferência e sua equação	Função Afim / Modular
	Transformações no R^2	Progressão Aritmética
	Trigonometria no círculo	Função Quadrática / Modular
	Equações da reta no plano	Inequações

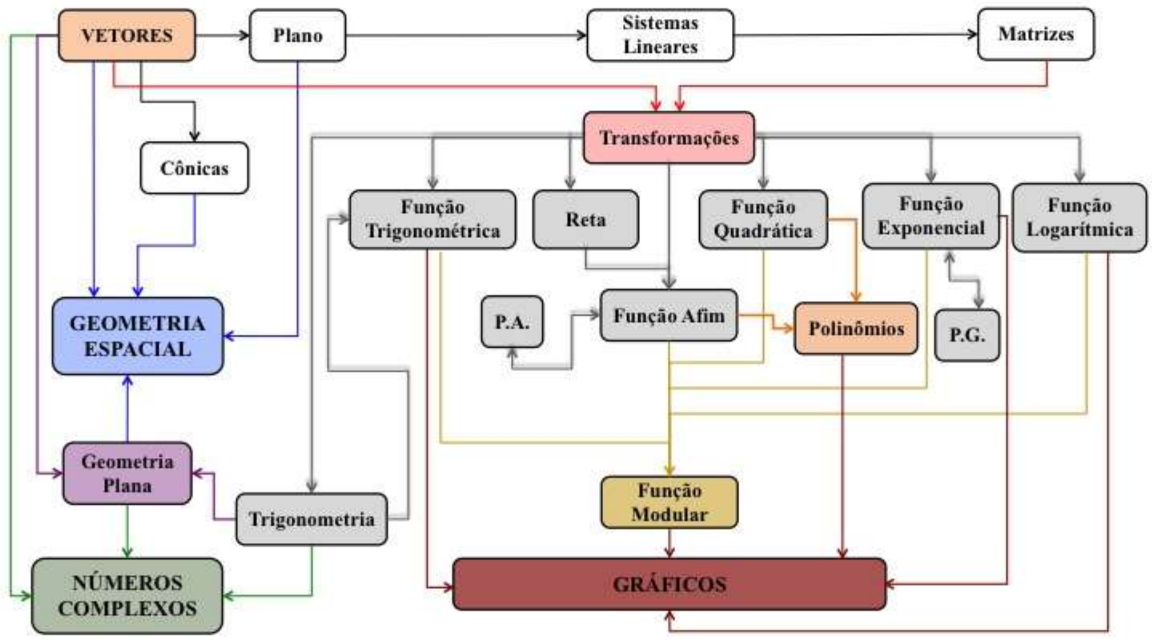
A abordagem da *geometria vetorial*[1] é utilizada na 2^a série do EM para o estudo das Funções e construção dos gráficos por translações das funções básicas. Na 3^a série do EM (Tabela 2), o recurso de *Vetores no plano* é retomado como ferramenta para o ensino da Geometria Espacial e dos Números Complexos, dentre outros.

Tabela 2

	1° semestre	2° semestre
3a série / E.M.	Revisão de Funções, Vetores no plano e Geometria plana	Geometria espacial por vetores no R^3
	Números Complexos por vetores	Prismas com equações de plano
	Polinômios com funções reais	Esfera e superfície esférica
	Vetores no R^3	Cilindros por rotação de retas
	Sistemas, Matrizes e Determinantes	Cones por rotação de retas
	Transformações no plano através de matrizes	Pirâmides com equações de plano
	Equações de retas e planos (SLNH)	Sólidos inscritos
	Geometria espacial de posição	Cônicas
	Poliedros	Estatística

[1] A abordagem geométrica baseada nos vetores, utilizada como base para os conteúdos do Ensino Médio, foi denominada de *geometria vetorial* pelos professores de Matemática do CAp UFRJ.

Nesta série, os conceitos de *Vetores no plano* são ampliados para o espaço R^3, permitindo a compreensão da Geometria Espacial, tradicionalmente explorada apenas por suas medidas de comprimento, superfície e capacidade. As propriedades vetoriais, preservando suas particularidades, são transpostas ao estudo de Números Complexos, por meio de uma associação entre o plano de Argand-Gauss e o plano cartesiano. Além disso, as Matrizes são abordadas como um conjunto de vetores linha ou coluna e algumas operações matriciais se equivalem às operações vetoriais já conhecidas.
A interrelação dos conteúdos de Matemática em todo o Ensino Médio do CAp UFRJ, a partir do conceito de *Vetores*, está representada pelo diagrama abaixo:



Os reflexos desta proposta

Com base nas descrições anteriores, observa-se que a reorganização curricular aconteceu em todas as séries do EM, mas se diferenciou principalmente na 1ª série, fazendo com que os conteúdos abordados posteriormente se apoiassem no conceito de *vetor* como ferramenta de base para sua construção. Para mostrar algumas consequências, foram selecionadas atividades, habitualmente realizadas com alunos do CAp UFRJ, para exemplificar a abordagem proposta. As resoluções apresentadas pelos alunos são bastante valiosas e estão destacadas em anexo.

I) Atividades:

	Tema	Recurso	Série
Questão 1	Geometria Plana	Números Complexos	3ª / EM
Objetivo	Explorar a geometria plana através de vetores e/ou números complexos		
Texto: Dados os vértices A = (3,4) e C = (5,8) do quadrado ABCD, determine as coordenadas dos vértices B e D.			

	Tema	Recurso	Série
Questão 2	Trigonometria	Rotação de vetores	1ª / EM
Objetivo	Introduzir a Trigonometria e proporcionar conjecturas sobre o seno e o cosseno de arcos maiores do que 90°		
Texto: A rotação de um vetor $\vec{v}$, em torno da origem e no sentido anti-horário, segundo um ângulo de 360º, faz com que a ponta do vetor descreva uma circunferência de raio de medida $\lvert\vec{v}\rvert$. Isto é, a ponta do vetor percorreu uma distância que representa o comprimento da circunferência de centro em O e raio $\lvert\vec{v}\rvert$, ou seja, $2\pi\lvert\vec{v}\rvert$. Responda: a) A rotação do vetor $\vec{v}$, em torno da origem e no sentido anti-horário, segundo um ângulo de 120º, faz com que a ponta do vetor percorra que distância? b) Se $\vec{v}$= (1,0), quais as novas coordenadas de $\vec{v}$ após a rotação do item anterior?			

	Tema	Recurso	Série
Questão 3	Função Afim	Vetores	1ª / EM
Objetivo	Determinar a lei da função afim utilizando translação de pontos		
Texto: Dada uma função afim f, cujo gráfico contenha os pontos A(0,-2) e B(2,6), determine a equação de uma reta, paralela à reta representativa da função f, e que contenha o ponto P(2,3).			

	Tema	Recurso	Série
Questão 4	Raízes Complexas	Rotação e Geometria	3ª / EM
Objetivo	Determinar as raízes complexas de um número complexo sem fórmula e a partir da geometria plana e rotação de pontos em torno da origem		
Texto: Considere o polígono P, cujos vértices são os afixos de todas as raízes complexas $z = \sqrt[3]{-8}$. Sabe-se que o polígono P' foi gerado pela rotação de 90º de P, em torno da origem, no sentido anti-horário. Determine: a) Todas as raízes complexas de $z = \sqrt[3]{-8}$. b) As expressões para os afixos representantes dos vértices de P' no plano complexo.			

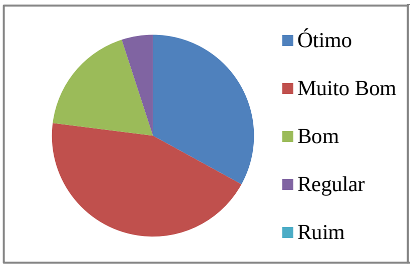
II) Relatos de alunos do Ensino Médio do CAp UFRJ

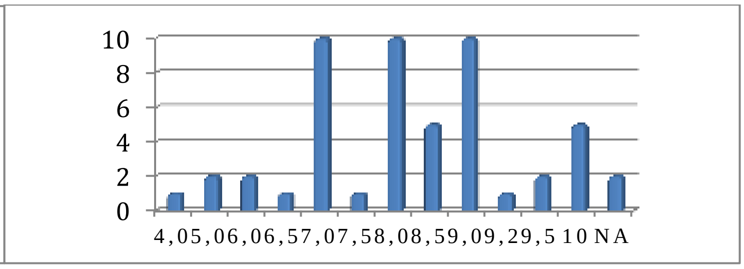
Em outubro de 2012 foi aplicado um formulário de opinião às turmas da 3ª série do EM do CAp UFRJ para investigar as influências do ensino baseado em *Vetores*. Participaram dessa pesquisa 73 alunos, dos quais 14 ingressaram na 2ª série do EM, não tendo assistido às aulas que introduziram o conceito de vetores. Eles responderam a questões sobre o ensino de Matemática no CAp e o recurso básico feito por *Vetores*. Cada aluno foi identificado por um número de 1 a 73 para manter sigilo nas respostas.

A primeira pergunta tratava da opinião dos alunos quanto à diferenciação do ensino de Matemática no CAp comparado a outras escolas. A maioria deles apontou o “ensino de vetores”, a “desvalorização de fórmulas” e o “ensino mais aprofundado” como principais diferenças. Eles destacaram que a escola não tem como meta a preparação para o vestibular e que a relação próxima com o professor cria um ambiente propício ao aprendizado. Isso pode ser observado na resposta de um aluno, como a seguir.

> Aluno 17: *“Sim. A matemática do CAp não é conteudista e generalizante, focada no vestibular e em aplicação de fórmulas. Ela busca a compreensão e a relação entre os temas abordados e se presta a estimular nosso raciocínio de várias perspectivas sobre o mesmo assunto.”*

O segundo item requisitava uma avaliação do ensino sem a subdivisão de Álgebra e Geometria. O ponto mais comentado foi que essa interrelação permite diferentes visões sobre uma mesma situação problema, possibilitando ao aluno optar pela melhor forma de solucioná-la. Em seguida, os alunos avaliaram e atribuíram uma nota para o ensino de Matemática no CAp UFRJ. Alguns destacaram como fator positivo o método diferenciado, que lhes possibilitou um olhar amplo sobre todo o conteúdo, tendo diversas ferramentas para a resolução de questões. A média das notas atribuídas pelos alunos foi de 8,05 e as respostas apresentam-se nos gráficos a seguir.





> Aluno 1: *“Acho bastante envolvente, até mesmo para aqueles que não gostam de matemática. O aluno se sente desafiado a todo momento para buscar se aprofundar nos conteúdos.”*

Em relação ao ensino de *vetores* na 1ª série do EM, foram desconsideradas as respostas dos 14 alunos que não participaram dessas aulas. A primeira pergunta dessa etapa se referiu à influência do ensino de *vetores* no entendimento dos conteúdos subsequentes. Grande parte dos alunos acredita que essa abordagem contribuiu para a compreensão do assuntos tratados posteriormente. Dentre estes, alguns destacaram conteúdos como a Geometria Plana e os Números Complexos. Também foi ressaltado por eles que a noção vetorial é uma ferramenta importante na resolução de problemas de diversas naturezas.

A questão seguinte indagava se o aluno utilizava os conceitos vetoriais em outras áreas do conhecimento e de que forma. Observou-se que 85% dos alunos utiliza os conceitos vetoriais em alguma outra área do conhecimento, citando a Física em diferentes situações, como Leis de Newton, Magnetismo, Eletroestática entre outros, com destaque para o estudo das forças atuantes em um corpo. Além da Física, também foram destacadas outras áreas, como a Química e a Geografia. Ao final, foi perguntado se os alunos acreditavam que os conceitos vetoriais aprendidos desde o início da 1ª série do EM os diferenciava de alunos de outras escolas, com abordagem tradicional. As respostas mostram que a maior parte dos alunos acredita que sim, como a seguir:

Aluno 27: *"Sim, pois há interrelação com diversos assuntos como números complexos, geometria espacial e matrizes. Os demais colégios não dão a oportunidade dos alunos escolherem o método mais interessante para eles. Aqui não há uma alienação e a matemática não é vista com fórmulas."*

III) Relatos de alunos do Ensino Superior egressos do CAp UFRJ

No ano de 2011 foi realizada uma pesquisa de análise da reestruturação curricular com 11 alunos egressos do CAp da UFRJ, todos matriculados em cursos da área de exatas e, em sua maioria, no 1º período. Incialmente eles foram questionados sobre qual conteúdo de Matemática mais os marcou positivamente na 1ª série do EM. Aproximadamente 64% dos alunos destacou *Vetores*, valorizando as vantagens que o conhecimento prévio desse assunto trouxe às disciplinas do Ensino Superior. Posteriormente, foram questionados sobre qual assunto julgam mais importante em todo o Ensino Médio, e as respostas foram as seguintes: 54% dos alunos destacou *Funções* pela grande importância e aplicabilidade no Ensino Superior, 36% escolheu *Vetores*, por ser um diferencial e uma ferramenta a mais na resolução de problemas, 9% optou por *Matemática Financeira*, pelo fato de estar associada a situações do dia a dia e 1% apontou outros.

Por fim, perguntou-se sobre o papel/importância da abordagem vetorial em vários conteúdos da Matemática. As respostas foram muito diversas, mas algumas regularidades se destacaram. O estudo de *Vetores* foi apontado como importante para as Funções por diferentes razões, como determinação da reta (gráfico da função afim) e construção de diversos gráficos através das translações. A Geometria Espacial, Retas e Planos no R^3 são citadas como as que mais se beneficiam do conhecimento prévio de *Vetores*. A justificativa se dá pela simplicidade na execução dos cálculos, além da visualização dos sólidos gerados por *vetores* no espaço.

Destacam-se algumas observações dos alunos egressos ao final da pesquisa:

Aluno 3: *"Reafirmo que a abordagem vetorial que o colégio realiza é o diferencial no estudo na faculdade de ciências exatas. Facilita o estudo de cálculos, álgebras e físicas."*

Aluno 9: *"Enquanto estudante de matemática, eu digo que o ensino de matemática no CAp desenvolveu muito uma linha de raciocínio em mim que é muito útil nas matérias da faculdade. Eu diria que a abordagem vetorial e a parte de funções foram os pontos fortes que me ajudam a ter uma melhor compreensão nas matérias da faculdade."*

Conclusões

A abordagem dos conteúdos de Matemática apresentada nesse trabalho encontra-se em investigação, sujeita a diferentes experimentações e, consequentemente, em constante mudança. Contudo, acredita-se que a geometria vetorial, constituída na reestruturação curricular apresentada, permite uma interrelação de conteúdos que promove diferentes visões para um mesmo conceito e contribui com a pesquisa de Transição do Ensino Médio para o Superior. Os resultados apresentados dos alunos egressos do CAp UFRJ, cujos desempenhos na disciplina de Cálculo I foram positivos, foi justificado por eles pelo ensino diferenciado em Matemática que receberam no EM. Um exemplo disso está nos anexos que mostram as resoluções de alunos do CAp através de diferentes recursos. Acredita-se que a abordagem vetorial, explicitada e ilustrada no diagrama (pág 4), proporciona melhor compreensão dos conteúdos de Matemática no Ensino Superior.

Bibliografia

Akio, L. Assemany, D. Dias, P. Dias, U. Neto, C. Rangel, L. Spiller, L. & Villar, F. (2013). Matemática no CAp UFRJ – Construindo Caminhos: Números Complexos e Polinômios. Rio de Janeiro, Brasil: Edição 1.

Assemany, D. (2011, julho). O ensino e a aprendizagem de vetores no 1º ano do Ensino Médio: uma reestruturação curricular. III Colóquio de Educação Matemática, Juiz de Fora, Minas Gerais, Brasil.

__________ Azevedo, C. (2011). O ensino de vetores como ferramenta para a determinação de raízes complexas de um número complexo. VII Seminário de Pesquisa em Educação Matemática do Estado do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, Brasil.

__________ Akio, L. Dias, P. Rangel, L. Spiller, L. & Villar, F. (2011). Apostila de Vetores e Geometria Analítica. Rio de Janeiro, Brasil: Edição 2.

Bittar, M. (2003). O Ensino de Vetores e os Registros de Representação Semiótica. Em Machado, S. D. A. Brasil: Editora Papirus.

Bittar, M. (2002). A teoria dos campos conceituais e o ensino de vetores no ensino secundário francês. Anais da 25ª Reunião da Associação Nacional de Pós-Graduação e Pesquisa em Educação, Caxambu, Minas Gerais, Brasil.

Dorier, J.L. (1990). Contribution à l' étude de l' enseignement à l' université des premiers concepts d'algèbre linéaire. Approches historique et didactique. Grenoble 1, Universidade Joseph Fourier, France.

Nasser, L. Souza, G. A. & Torraca, M. A. A. (2012). Transição do Ensino Médio para o Superior: como minimizar as dificuldades em Cálculo? V Seminário Internacional de Pesquisa em Educação Matemática, Petrópolis, Rio de Janeiro, Brasil.

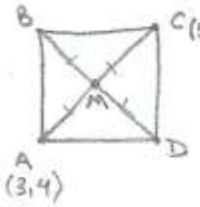
Nasser, L. (2009). Uma pesquisa sobre o desempenho de alunos de Cálculo no traçado de gráficos. In Org. Frota, M.C.R. & Nasser, L.: Educação Matemática no Ensino Superior – Pesquisas e Debate.

Parâmetros Curriculares Nacionais: Ensino Médio (1999). Ministério da educação, Secretaria de educação média e tecnológica. Brasil.

Resende, W. (2003) O ensino de Cálculo: Dificuldades de Natureza Epistemológica. In Org Machado, N.J. e Cunha, M.O: Linguagem, Conhecimento, Ação – Ensaios de Epistemologia e Didática.

Anexos – Resoluções apresentadas pelos alunos do CAp UFRJ

Questão 1 Aluno X	Dados os vértices A = (3,4) e C = (5,8) do quadrado ABCD, determine as coordenadas dos vértices B e D.



$\frac{A+C}{2} = M \to M = \frac{(3,4)+(5,8)}{2} = \frac{(8,12)}{2} \to M = (4,6)$

$\overline{MA} = M - A = (4,6) - (3,4) = (1,2)$

$\overline{MA} = (1,2) = 1 + 2i$

$B = (1+2i).i + M$

$B = (i + 2i^2) + M$

$B = (\underbrace{-2+i}_{-2+i=(-2,1)}) + M$

$\to B = (-2,1) + (4,6)$

$\boxed{B = (2,7)}$

$\to \frac{B+D}{2} = M$

$\to \frac{(2,7)+D}{2} = (4,6)$

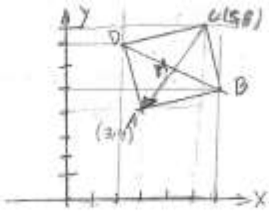
$\frac{(2,7)+(x,y)}{2} = 4,6$

$\frac{2+x}{2} = 4 \quad \frac{7+y}{2} = 6$

$x = 6 \quad y = 5$

$\boxed{D = (6,5)}$

Questão 1 Aluno Y	Dados os vértices A = (3,4) e C = (5,8) do quadrado ABCD, determine as coordenadas dos vértices B e D.



ponto médio de $\overline{AC} = \frac{(3,4)+(5,8)}{2} = \frac{(8,12)}{2} = (4,6) = M$

$x = \sqrt{4+1} = \sqrt{5}$ - raio

vetores $\vec{MB}$ e $\vec{MD}$ perpendiculares a $\overline{AC}$ com o mesmo módulo de $\vec{MA}$

$\vec{MA} = (3,4) - (4,6) = (-1,-2)$ / perpendicular $= (2,-1)$ ou $(-2,1)$

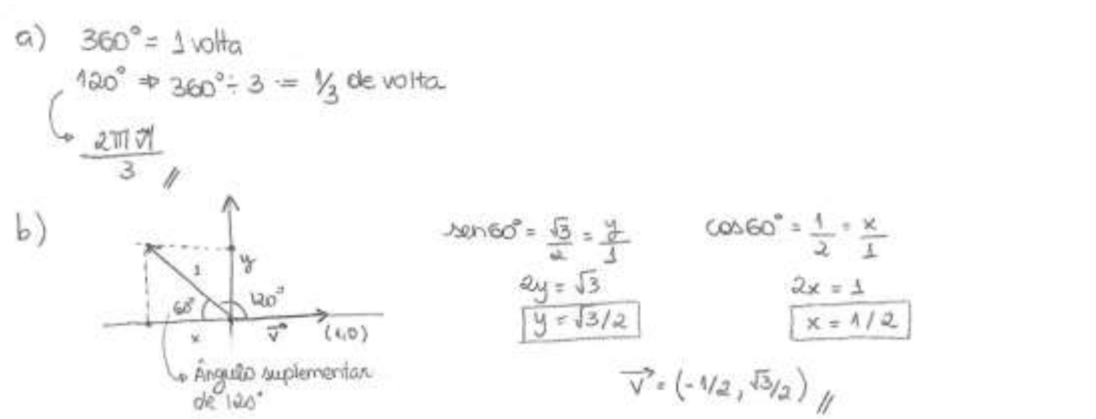
$B = (4,6) + 1.(2,-1)$

$B = (4,6) + (2,-1) = (6,5)$

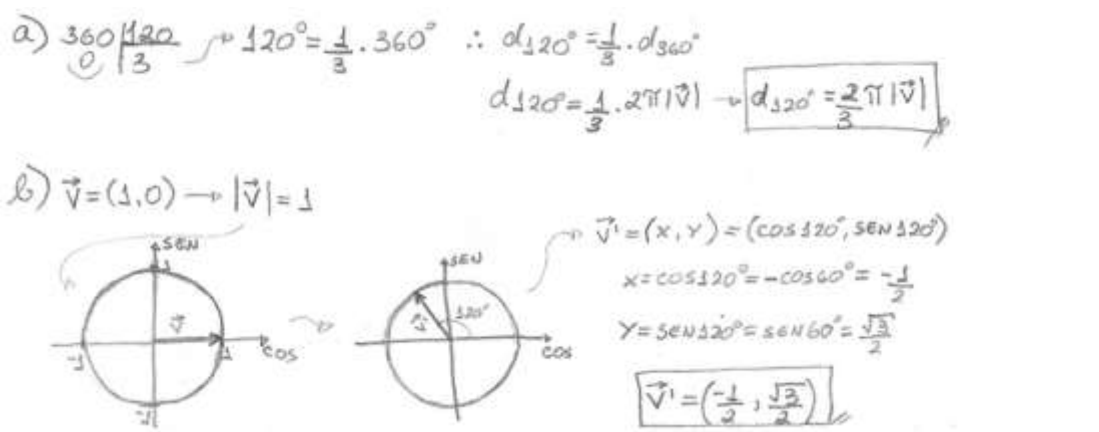
$D = (4,6) + 1(-2,1)$

$D = (4,6) + (-2,1) = (2,7)$

Questão 2 **Aluno X**	A rotação de um vetor $\vec{v}$, em torno da origem e no sentido anti-horário, segundo um ângulo de 360º, faz com que a ponta do vetor descreva uma circunferência de raio de medida $\lvert\vec{v}\rvert$. Isto é, a ponta do vetor percorreu uma distância que representa o comprimento da circunferência de centro em O e raio $\lvert\vec{v}\rvert$, ou seja, $2\pi\lvert\vec{v}\rvert$. Responda: a) A rotação do vetor $\vec{v}$, em torno da origem e no sentido anti-horário, segundo um ângulo de 120º, faz com que a ponta do vetor percorra que distância? b) Se $\vec{v}$= (1,0), quais as novas coordenadas de $\vec{v}$ após a rotação do item anterior?

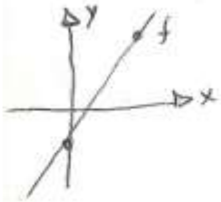


Questão 2 **Aluno Y**	A rotação de um vetor $\vec{v}$, em torno da origem e no sentido anti-horário, segundo um ângulo de 360º, faz com que a ponta do vetor descreva uma circunferência de raio de medida $\lvert\vec{v}\rvert$. Isto é, a ponta do vetor percorreu uma distância que representa o comprimento da circunferência de centro em O e raio $\lvert\vec{v}\rvert$, ou seja, $2\pi\lvert\vec{v}\rvert$. Responda: a) A rotação do vetor $\vec{v}$, em torno da origem e no sentido anti-horário, segundo um ângulo de 120º, faz com que a ponta do vetor percorra que distância? b) Se $\vec{v}$= (1,0), quais as novas coordenadas de $\vec{v}$ após a rotação do item anterior?



 ISSN 2301-0797

Questão 3 Aluno X	Dada uma função afim f, cujo gráfico contenha os pontos A(0,-2) e B(2,6), determine a equação de uma reta, paralela à reta representativa da função f , e que contenha o ponto P(2,3).



um vetor diretor da reta f

$\vec{AB} = B - A \to (2,6) - (0,-2) = (2,8)$

→ mesmo vetor diretor para serem paralelas

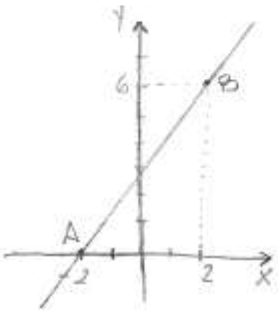
$P = (2,3) + t(2,8)$

$\begin{cases} x = 2 + 2t \to t = \dfrac{x-2}{2} \\ y = 3 + 8t \to t = \dfrac{y-3}{8} \end{cases}$

$\dfrac{x-2}{2} = \dfrac{y-3}{8} \to \overset{4}{\cancel{8}}(x-2) = \cancel{2}(y-3) \to \boxed{y = 4x - 5}$

$4x - 8 = y - 3$

Questão 3 Aluno Y	Dada uma função afim f, cujo gráfico contenha os pontos A(0,-2) e B(2,6), determine a equação de uma reta, paralela à reta representativa da função f , e que contenha o ponto P(2,3).



$S = D + t\,v \to S = (2,3) + t(2,8)$

$S = (2,3) + (2t, 8t)$

$D = P = (2,3)$

$v = (2,8)$

$\boxed{S = (2t+2,\ 8t+3)} = (x, y)$

$\begin{cases} x = 2t + 2 \to t = \dfrac{x-2}{2} \\ y = 8t + 3 \to t = \dfrac{y-3}{8} \end{cases}$

$\dfrac{y-3}{8} = \dfrac{x-2}{2}$

$y - 3 = \dfrac{8(x-2)}{2}$

$y - 3 = 4(x-2)$

$\to y - 3 = 4x - 8$

$y = 4x - 8 + 3$

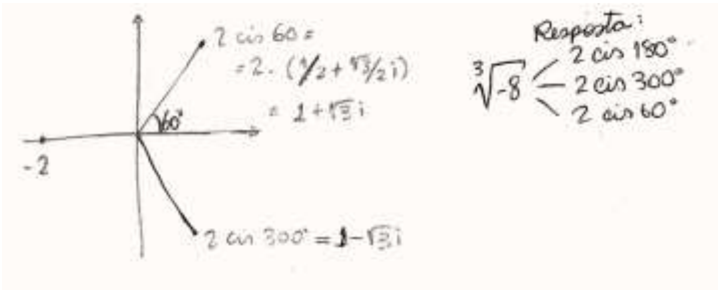
$\boxed{y = 4x - 5}$

$\vec{AB} = B - A = (2,6) - (0,-2) = (2,8)$

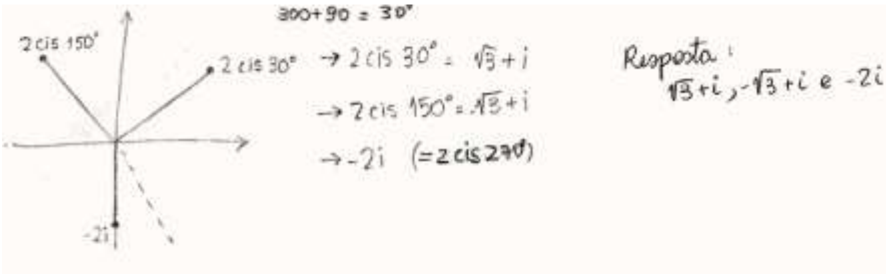
O vetor $v = (2,8)$ é o vetor diretor da reta pedida.

Questão 4 **Aluno X**	Considere o polígono P, cujos vértices são os afixos de todas as raízes complexas $z = \sqrt[3]{-8}$. Sabe-se que o polígono P' foi gerado pela rotação de 90º de P, em torno da origem, no sentido anti-horário. Determine: a) Todas as raízes complexas de $z = \sqrt[3]{-8}$. b) As expressões para os afixos representantes dos vértices de P' no plano complexo.

a)

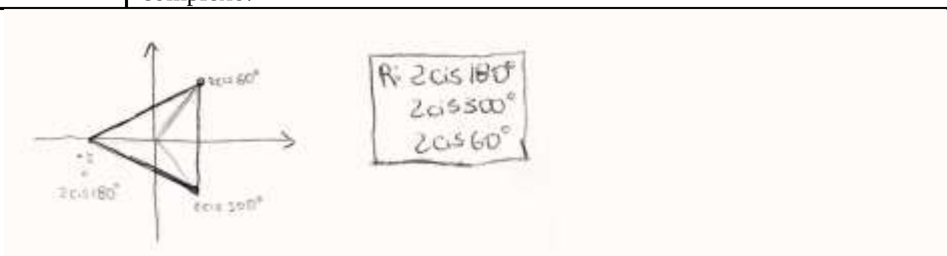


b)



Questão 4 **Aluno Y**	Considere o polígono P, cujos vértices são os afixos de todas as raízes complexas $z = \sqrt[3]{-8}$. Sabe-se que o polígono P' foi gerado pela rotação de 90º de P, em torno da origem, no sentido anti-horário. Determine: a) Todas as raízes complexas de $z = \sqrt[3]{-8}$. b) As expressões para os afixos representantes dos vértices de P' no plano complexo.

a)



b)