

O MOVIMENTO DO PENSAMENTO PROBABILÍSTICO MEDIADO PELO PROCESSO DE COMUNICAÇÃO COM ALUNOS DO 7º ANO DO ENSINO FUNDAMENTAL

Jaqueleine Aparecida Foratto Lixandrão Santos

jaquelisantos@ig.com.br

Secretaria Estadual de Ensino do Estado de São Paulo (SEE/SP) e Instituto de Ensino Superior de Itapira (IESI), Brasil

Tema: pensamento relacionado a Probabilidade

Modalidade: Comunicação Breve

Nível educativo: Médio (11-17 anos)

Palavras chaves: pensamento probabilístico, pensamento estocástico, resolução de problemas, processo de comunicação

Resumo

Nossa pesquisa centrou-se na seguinte questão de investigação: Quais são as ideias sobre linguagem e pensamento probabilístico que os alunos apresentam em um contexto de resolução de problemas mediado pelo processo de comunicação? Tinha como objetivos: (1) identificar ideias probabilísticas que emergem do processo de comunicação oral e escrita, no contexto de resolução de problemas em uma perspectiva investigativa; (2) analisar as ideias ali surgidas durante a interação e a negociação entre alunos e professora-pesquisadora. Desenvolvida em duas fases, a pesquisa propôs aos alunos do 7º ano do Ensino Fundamental de uma escola da rede pública de ensino, em contexto de sala de aula, uma sequência de tarefas, envolvendo situações problemas relacionados à estocástica e à perspectiva investigativa. A análise possibilitou constatar que a metodologia, na perspectiva de resolução de problemas, mediada pelo processo de comunicação oral e escrita, favorece o movimento das ideias probabilísticas dos alunos e, consequentemente, o desenvolvimento do pensamento probabilístico. Oportunizou também perceber que promover tarefas relacionadas à linguagem estocástica possibilita que os alunos criem um repertório linguístico apropriado à expressão do pensamento probabilístico.

Introdução

O ensino da estocástica¹ vem sendo discutido por autores de diversos países, inclusive no Brasil. Em nosso país, o ensino da probabilidade e da estatística é sugerido nos Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) e no currículo da maioria dos Estados e das escolas; em algumas delas, desde a Educação Infantil.

Mesmo assim, os dados do ²Indicador Nacional de Analfabetismo Funcional (INAF) apontam um alto índice de desconhecimento e/ou dificuldade da população sobre o assunto. Preocupados com a questão, pesquisadores buscam soluções para minimizar o problema, pois acreditam que o ensino da estocástica seja de suma importância para a sociedade atual, já que

¹ Entende-se “estocástica” como termo europeu utilizado para incluir probabilidade e estatística. *Stochastics the common European term to include “probability and statistics”* (SHAUGHNESSY, 1992).

² O Indicador Nacional de Analfabetismo Funcional — Inaf — consiste em um levantamento periódico de dados sobre as habilidades de leitura, escrita e matemática da população brasileira. (FONSECA, 2004).

suas implicações se refletem diretamente na interpretação das informações, nas tomadas de decisões profissionais e pessoais, nas questões éticas, na postura crítica diante das situações do dia a dia. Shaughnessy (1992) defende a ideia de um ensino frequente e de forma significativa, em que as situações apresentadas aos alunos sejam de seu interesse. De modo semelhante, Lopes (2008) sugere que tal processo de ensino e aprendizagem deva ser baseado em investigações e resoluções de problemas.

O propósito deste artigo é apresentar parte de nossa pesquisa de mestrado, que buscou investigar quais são as ideias sobre linguagem e pensamento probabilísticos que alunos do Ensino Fundamental apresentam, em um contexto de resolução de problemas, mediados pelo processo de comunicação em aulas de matemática. Para isso, organizamos uma sequência de 25 tarefas³, tendo como metodologia a resolução de problemas em uma perspectiva investigativa, com o foco nas questões estocásticas. A pesquisa foi realizada em uma escola da rede pública estadual de ensino em que a professora-pesquisadora ministrava aulas de Matemática, com alunos do 7º ano do Ensino Fundamental.

A linguagem probabilística foi nosso ponto de partida. Pautamo-nos em conclusões de pesquisas, como as de Bentz e de Borovcnik e Bentz (apud SAENZ, 1999), que argumentam que as respostas obtidas podem não representar os processos de pensamento dos estudantes, pois as questões relacionadas à linguagem podem confundi-los; e as pesquisas de Green (apud SAENZ, 1999), que apontam pouca habilidade verbal dos estudantes para descrever com coerência situações probabilísticas.

Estudos feitos por pesquisadores como Shaughnessy (1992) e Azcárate (1996), assim como as investigações realizadas por Fernandes (1999) e Godino, Batanero e Cañizares (1996), fizeram parte da revisão teórica que norteou nossa pesquisa.

Abordaremos, na sequência, uma síntese das concepções sobre probabilidade, o qual nos apoiou para realizar nossas conclusões. Traremos a análise dos registros orais e escritos, produzidos por um dos casos analisados em nosso estudo: o da aluna Júlia que. Nossa objetivo é evidenciar como as ideias estocásticas percorrem as diferentes concepções probabilísticas; ou seja, consideramos que um mesmo aluno possa ter uma concepção, diante de uma determinada tarefa, e outra, em outra tarefa. Entendemos que as situações

³ Denominamos “tarefas”, situações-problema abertas ou fechadas que possibilitavam colocar o aluno em um movimento de resolução de problemas e produção de pensamento matemático. Algumas das tarefas serão descritas mais à frente; a sua totalidade está disponível na dissertação de Santos (2010).

relacionadas à incerteza podem ser interpretadas de diferentes maneiras, por diferentes concepções probabilísticas, conduzindo ou não as pessoas às respostas adequadas.

O movimento das concepções probabilísticas

No trabalho pedagógico com os alunos da Educação Básica, é comum observar que eles apresentam mais dificuldades em aplicar noções probabilísticas do que outros conceitos matemáticos. Sáenz (1999) justifica tal situação pela dificuldade em pensar no enfoque de quantificar o azar, situação não presente em geometria, por exemplo. Para o autor, a concepção de probabilidade é fruto de reflexão e prolongado contraste com a realidade. Dessa forma, a compreensão dos princípios probabilísticos é importante, pois, segundo Fischbein (1975), as primeiras noções sobre o assunto, noções primárias, podem levar ao erro.

Os teóricos do assunto distinguem os conceitos de probabilidade em quatro grupos que se aproximam (CIRINO, 2007, p. 33):

- (1) o conceito clássico;
- (2) o conceito frequentista ou empírico;
- (3) o conceito subjetivista;
- (4) o conceito axiomático ou formal.

Atribui-se ao “conceito clássico e laplaciano” a definição de concepção clássica baseada em Laplace, contida na obra *Théorie analytique des probabilités?*, publicada em 1812. Assim, a probabilidade é definida pela razão entre números de casos favoráveis em relação ao total de casos possíveis, desde que esteja explícito que todos os resultados sejam igualmente prováveis de ocorrer. Nesta definição de probabilidade, “assume-se implicitamente a equiprobabilidade de todos os acontecimentos elementares do espaço amostral e constitui uma abordagem a priori da probabilidade, pois se calculam probabilidades antes da realização de qualquer experiência física”. (FERNANDES, 1999, p. 51).

A principal característica do “conceito frequentista ou empírico” é que a probabilidade de um acontecimento emerge do processo de experimentação. Segundo Godino, Batanero e Cañizares (1996), o valor da probabilidade é dado pela frequência relativa de sucessos obtidos na realização de um experimento. Por exemplo, suponhamos um sucesso particular A que nos interessa; realizamos o mesmo experimento várias vezes e anotamos as ocasiões em que ocorre A ; então, a razão entre o número de vezes que sucede A , n_A , e o número total de repetições n (razão frequencial ou frequência relativa de que A ocorra, isto é, n_A/n) assemelha-se à tendência de um limite, quando n tende ao infinito.

Dessa forma, as probabilidades são baseadas em resultados de experiências realizadas, o que é denominado probabilidade *a posteriori*, uma vez que a probabilidade de um evento é estimada depois de os experimentos terem sido realizados. Nessa perspectiva, eventos individuais são inseridos no coletivo, ou seja, eventos semelhantes são inseridos em um mesmo contexto, em que assumem as propriedades individuais uns dos outros.

Na perspectiva “subjetivista”, as probabilidades expressam grau de crença ou percepção pessoal. O indivíduo utiliza suas experiências e seu conhecimento sobre o assunto para expressar a probabilidade de um sucesso, o que possibilita diferentes medidas de probabilidade para um mesmo sucesso. Fernandes (1999) designa essa perspectiva como “personalista”, pois, segundo o autor, as duas concepções anteriores – clássica e frequentista – são propriedades do mundo real, enquanto, na percepção subjetivista, as probabilidades são avaliações pessoais de situações aleatórias, inerentes à mente do indivíduo. Desse modo, a probabilidade passa de uma avaliação externa ao aluno para uma avaliação centrada no aluno.

A concepção “formal ou axiomática” da probabilidade, vigente nos dias atuais, segundo Godino, Batanero e Cañizares (1996), originou-se dos trabalhos de Kolmogorov. Surgiu como oposição à concepção clássica e está apoiada na teoria dos conjuntos, em que o autor, associado a uma situação aleatória, elege o espaço amostral ‘E’ e um subconjunto ‘A’ formado pelos sucessos de ‘E’. Dessa forma, a probabilidade é definida pela razão entre números de ‘A’ em relação ao espaço amostral ‘E’ e compreendida entre 0 e 1; a probabilidade do evento certo é igual a 1, e de um sucesso impossível é igual a 0.

Em que a compreensão sobre tais conceitos relacionados ao pensamento probabilístico nos auxilia nessa pesquisa? Acreditamos que algumas dessas diferentes concepções estejam presentes no ideário e no discurso de alunos na Educação Básica, principalmente daqueles que ainda não tiveram a oportunidade de vivenciar teoricamente conceitos relacionados à probabilidade como medida, à ideia de aleatoriedade, à probabilidade condicional, etc., como os alunos do 7º. ano do Ensino Fundamental. Dessa forma, partimos do pressuposto de que muitos desses conceitos seriam *encontrados* durante a realização das tarefas que propusemos aos alunos na pesquisa.

O movimento das concepções probabilísticas: o caso de Júlia

Júlia distinguiu-se dos colegas de grupo e de classe, pelo interesse demonstrado durante a realização das tarefas e pela habilidade que apresentava no momento de sintetizar as ideias

apresentadas pelos colegas. Essa foi a razão que nos motivou a estudar suas ideias. Percebemos, nas respostas e justificativas dadas às tarefas de 12 a 14⁴, que Júlia e seus colegas se baseiam em relações proporcionais, no modelo laplaciano e no reconhecimento das múltiplas possibilidades envolvidas em situações aleatórias.

Tarefa 12 – Fichas no saco

Vou colocar uma ficha azul e uma amarela em um saco e pedir para você tirar uma sem olhar. Qual você pensa que seja mais provável sair?

- a) a azul
- b) a amarela
- c) ambas têm a mesma possibilidade
- d) não sei

Por quê? *Têm a mesma quantidade de chances. É a sorte!*

Tarefa 13

E se eu colocar duas fichas azuis dentro do saco e uma amarela; qual é a mais provável que seja?

- a) a azul
- b) a amarela
- c) ambas têm a mesma chance
- d) não sei

Por quê? *Têm duas cartas azuis e uma amarela é mais provável que saia a azul.*

Tarefa 14

Com duas fichas azuis e uma amarela dentro do saco, a probabilidade de tirar uma vermelha:

- a) é certa
- b) pouco provável
- c) impossível
- d) não sei

Por quê? *Porque só tem 2 cartas azuis... 1 vermelha não é possível que saia uma vermelha.*

No presente contexto, Júlia e seus colegas expõem certa habilidade para interpretar as tarefas propostas e aplicar o modelo adequado a cada uma delas, ou seja, apresentam a concepção formal. O grupo também fez uso de termos do vocabulário probabilístico ao expressarem suas respostas.

⁴ Tarefas 12, 13 e 14 foram adaptadas da tese de doutorado de Lopes (2003).

As respostas dadas por Júlia nos primeiros itens da tarefa 4⁵, a princípio aproximam-se da resposta “adequada”, pois, ao lançar dois dados e somar os números obtidos, as chances de obter um resultado par ou ímpar são iguais, ou seja, 50% para cada acontecimento. Cabe esclarecer, que o jogo “travessia do rio”⁶, tarefa que envolvia a análise de possibilidades de soma de dois dados foi desenvolvida com os alunos no decorrer da pesquisa.

4) Qual a probabilidade, ao lançar dois dados e somar os números obtidos, de que o resultado seja:

- Um número par?
- Um número ímpar?
- O número 1?

Tem a mesma quantidade de chance, porque como é um dado, não tem como saber o que vai dar. É a sorte.

O que fizesse para colocar em porcentagem colocaria 50% para par e 50% para ímpar.

Não tem nenhuma chance de sair o número 1 com dois dados, o menor resultado seria 2.

5) Na atividade anterior é possível saber qual resultado tem maior probabilidade de sair? Justifique sua resposta.

Não, porque tem várias chances, tanto com o ímpar, quanto com o par. É difícil saber! É a sorte.

No entanto, a entrevista foi muito importante para esclarecer as ideias de Júlia em relação às tarefas 4 e 5:

Profª: - Por que você colocou que a probabilidade de sair um número par e um número ímpar é igual?

Júlia: Porque em um dado tem três números ímpares e três pares, mas não é certo, não tem como saber. Mas tem três de cada, então, coloquei assim.

Profª: - Você disse não tem como saber qual o resultado que tem maior probabilidade de sair porque tem várias chances. Você sabe quais são os possíveis resultados?

Júlia: Poderia ser o 3, o 4, o 7, o 8, o 10, o 2, o 5.

Profª: - Para dar 3 que números precisariam sair no dado?

Júlia: Pra sair o 3 precisariam cair 2 e 1.

Profª: - E o 4?

Júlia: Pra sair o 4, 2 e 2, 3 e 1.

Profª: - Será que não dá para descobrir todos os possíveis resultados?

Júlia: Dá. Acho que dá para fazer com todos.

⁵ Tarefas 4 e 5 adaptadas de Lopes (1999).

⁶ Retirado e disponível no site: <<http://www.apm.pt/portal/index.php?id=32582>>. Último acesso em 29/06/2013.

Prof^a: - Que tal você tentar? [A aluna, na folha de atividades fez a lista das possibilidades da forma como iniciou oralmente]

Prof^a: - Então, qual número tem mais chance?

Júlia: O oito tem mais e o 2, o 3 o 11 e o 12 tem menos.

Observa-se por meio das explicações de Júlia, uma série de equívocos relacionados ao espaço amostral. A princípio, ao estimar as probabilidades dos resultados pares ou ímpares, a aluna ignora o segundo dado e faz a medida da probabilidade “corretamente” analisando as possibilidades de obter tais resultados apenas utilizando um dado. Posteriormente, a aluna estabelece a combinação dos pares de dados para analisar as possibilidades de resultados, porém desconsidera a ordem inversa dos pares de dados, a permutação dos resultados, como outras possibilidades. Tais equívocos, que em um momento a conduziu e em outro a aproximou da resposta “adequada”, evidenciam que Júlia apresenta, nestas tarefas, a concepção subjetivista, uma vez que apresenta certa capacidade intuitiva para avaliar a dimensão e a estrutura do espaço amostral. A mediação da professora-pesquisadora foi importante para que alguns equívocos fossem avaliados pela aluna. A interpretação formal ocorreu em diversos momentos, porém nas situações em que envolviam estimativa de probabilidade por meio de combinações a interpretação aconteceu de forma equivocada oriunda de dificuldades relacionadas à definição de espaço amostral.

Considerações finais: reflexões sobre a pesquisa

Os registros escritos das tarefas evidenciaram que os alunos expressavam suas ideias de forma sucinta; mas, ao promover a expressão desse pensamento por meio da comunicação oral, estabelecida entre professora-pesquisadora e alunos, nos momentos do desenvolvimento e da socialização das tarefas, eles relataram suas ideias à classe de forma clara e detalhada. Durante as entrevistas, no diálogo estabelecido com a professora sobre a tarefa por eles realizada, os alunos também se mostravam confiantes na expressão de ideias probabilísticas, assim como na reflexão e na superação de alguns equívocos apresentados.

Consideramos que as situações relacionadas à incerteza podem ser interpretadas de diferentes maneiras, por diferentes concepções probabilísticas, conduzindo ou não as pessoas às respostas adequadas. Dessa forma, observamos o movimento das ideias probabilísticas apresentadas pelos alunos, promovido tanto pelas tarefas como pela intervenção da professora-pesquisadora e dos colegas de classe.

Diante do exposto e apoiados nas pesquisas de Fischbein (1975, apud FERNANDES, 1999), que interpreta o desenvolvimento da probabilidade como um processo contínuo, em que os conceitos probabilísticos subjetivos se tornam mais elaborados e são substituídos por conceitos probabilísticos baseados em argumentos lógico-matemáticos, ressaltamos a necessidade de um trabalho contínuo, desde as séries iniciais, que promova o movimento do pensamento probabilístico dos alunos.

Em relação à análise combinatória, consideramos que as tarefas que envolviam análise de possibilidades concomitante à estimativa de probabilidade foram mais significativas aos alunos, pois elas possibilitavam que eles percebessem a relação existente entre ambas.

Referências

- Azcaráte, P.G. (1996). *Estudio de las concepciones disciplinares de futuros profesores de primaria em torno a las nociones de la aleatoriedad y probabilidad*. Granada: Editorial Comares.
- Brasil.(1998). *Parâmetros Curriculares para o Ensino Fundamental*. Brasília: MEC/SEF.
- Cirino, M. M.(2007). *A intermediação da noção de probabilidade na construção de conceitos relacionados à cinética química no ensino médio*. Dissertação (Mestrado) — Faculdade de Ciências de Bauru, Universidade Estadual Paulista, Bauru, SP, 2007.
- Fernandes, J. A. S. (1999). *Intuições e aprendizagem de probabilidades: uma proposta de ensino de probabilidades no 9.o ano de escolaridade*. Tese (Doutorado em Educação) — Universidade do Minho, Braga (Portugal).
- Fischbein, E. (1975). *The intuitive sources of probabilistic thinking in children*. Dordrecht-Holland: D. Reidel Publishing Company.
- Fonseca, M. C. F. R. (2004). *Letramento no Brasil: habilidades matemáticas*. São Paulo: Global.
- Godino, J. D.; Batanero, M. C.; Cañizares, M. J. (1996). *Azar y probabilidad: fundamentos didácticos y propuesta curriculares*. España: Editorial Síntesis.
- Lopes, C. A. E. (1999). *Atividades de estocástica para 3º e 4º ciclos do ensino fundamental*. Campinas: Faculdade de Educação.
- Lopes, C. E. (2003). *O conhecimento profissional dos professores e suas relações com Estatística e Probabilidade na Educação Infantil*. Tese (Doutorado em Educação) — FE/UNICAMP, Campinas.
- Lopes, C. E. (2008). O ensino da estatística e da probabilidade na educação básica e a formação dos professores. *Ensino de Matemática em Debate: sobre práticas escolares e seus fundamentos*. 74, 57-73.
- Sáenz, C. C. (1999). *Materiales para la enseñanza de la teoría de probabilidades: propuesta de um modelo didáctico*. Madrid: Universidad Autônoma de Madrid.
- Santos, J. A. F. L. (2010). *O movimento do pensamento probabilístico mediado pelo processo de comunicação com alunos do 7º ano do ensino fundamental*. Dissertação (Mestrado em Educação) — Universidade São Francisco, Itatiba/SP.
- Shaughnessy, J. M. (1992). Research in probability and statistics: reflections and directions. In: GROUWS, D. A. (Ed.) *Handbook of research on mathematics teaching and learning*. USA: NCTM.