MATHCAD, UMA POSSIBILIDADE DE ENSINO DE MATEMÁTICA NO ENSINO SUPERIOR

Eliani Retzlaff, Rosangela Ferreira Prestes,
Rozelaine de Fátima Franzin, Rita Salete Kusiak
Universidade Regional Integrada do Alto Uruguai e das Missões – URI, Campus de Santo Ângelo/RS. Brasil.
elianir@santoangelo.uri.br
Nível Superior

Palavras-chave: Software Mathcad. Novas Tecnologias. Matemática.

Resumo

O crescente uso e facilitado acesso da ferramenta computador, aliados a diferentes linguagens de programação e softwares Matemáticos com suas linguagens próprias são capazes de tornar possível resolver alguns entraves de apelo de cálculos exaustivos e repetitivos e também na necessidade da construção de gráficos necessários para resolução de problemas reais em que condições manuais não possibilitariam sua prática e precisões. A experiência no ensino superior possibilitou o desenvolvimento deste trabalho, que enfatiza o uso do software Mathcad para ensino das disciplinas matemáticas em diferentes cursos de graduação por meio da resolução de um problema do cálculo numérico, onde que quando não utilizados os recursos computacionais podem diminuir sua aplicabilidade. Optou-se pelo Software Mathcad por automatizar a manipulação de cálculos matemáticos, expressões, fórmulas e equações e facilidade de elaboração de rotinas computacionais com a linguagem matemática associada que torna capaz de o acadêmico relacionar melhor o programa a ser construído. Seguramente constata-se que esta atividade procura despertar as habilidades de acadêmicos, com o fim de estimular a construção de um ambiente favorável para um novo conhecimento, mas cujo papel principal é transformar cidadãos passivos em ativos e críticos.

Introdução

Como cidadãos desse novo tempo, precisamos ser criativos, participativos, atuantes e temos que nos encontrar preparados para enfrentar as mudanças que ocorrem na sociedade. A escola faz parte deste universo e é nele que se encontram novos desafios, entre estes, a utilização das novas tecnologias na educação.

A presença principalmente do computador diante da Internet, quanto a usabilidade deste recurso, exige maior nível de conhecimento de pessoas envolvidas seja na educação ou nos mais diferentes setores de trabalho. Então, requer da instituição de ensino e do professor refletirem sobre as possíveis mudanças no processo de ensino e da aprendizagem da matemática levando-se em conta o uso adequado dessa tecnologia.

A introdução de novas práticas dependem das ações dos professores e alunos. Os conhecimentos de informática devem ser acompanhados pelo domínio da informação, ou seja, que o indivíduo tenha a capacidade de reunir informações, avaliá-las e tomar uma decisão fundamentada, pois os computadores representam um papel importante em nossa sociedade, porém, não produzem nada por si sós.

Babin E Marques (1989, p.45), citam que:

> "Quando tornamos rígido o papel do computador, esquecemos que não podemos levar em conta apenas o computador. Sozinho, ele não é inteligente nem criativo e não sai de um trabalho algorítmico. Em compensação, a dupla "homem-máquina" torna-se inteligente, não por causa da máquina, mas por causa do homem. Esta observação pode ser trivial, mas tem consequências técnicas muito importantes. Não podemos desconhecer a capacidade do homem e utilizar a máquina para fins imprevisíveis.

Os computadores estão representando um papel imprescindível em nossa vida pessoal. Eles estão presentes em nosso dia a dia, seja em casa, no trabalho ou instituições de ensino, promovendo mudança na educação de crianças, jovens e adultos. Babin (1989) relata ainda que "o meio tecnológico moderno, em particular a invasão das mídias e o emprego de aparelhos eletrônicos na vida cotidiana, modela progressivamente um outro comportamento intelectual e afetivo."

A possibilidade de gerenciamento automático de finanças, a execução de pesquisas de bibliografias e por meio de contatos seriam impossíveis sem o uso dessa ferramenta. Muitas habilidades são desenvolvidas por meio da utilização de recursos computacionais, que são essenciais para o sucesso de uma profissão.

Fernandes (2004, p.18) expõe que:

> "Ao mesmo tempo em que promete novas possibilidades para a educação, a utilização de novas tecnologias no ensino exige do professor dominar as funções básicas da microinformática e realizar a transposição didática dos conteúdos a serem ensinados por meio do computador."

Desta forma quer se mostrar com o presente trabalho que em relação ao ensino da matemática, as ferramentas computacionais como softwares aplicados, possibilitam o seu ensino de maneira inovadora, reforçando assim o papel da linguagem gráfica e relativizando a importância do cálculo.

Software Mathcad e a Possibilidade de Ensino

Atualmente pode-se contar com inúmeros recursos computacionais como computador portátil, projetores e ainda softwares educacionais para simular problemas reais com excelentes resultados didáticos. Estes softwares têm potencialidades pedagógicas bastante diversificadas, advém então a necessidade de escolha.

O *software Mathcad*, não requer aprendizado demorado para o início da utilização, tem o objetivo de automatizar a manipulação de cálculos matemáticos, expressões, fórmulas e equações, inclusive textos e animações e facilidade de elaboração de rotinas computacionais.

Por integrar textos à matemática e a gráficos num único ambiente o *Mathcad* proporciona uma solução eficiente para resolver e documentar cálculos, já que a matemática simbólica e a matemática numérica estão integradas. O software provê gerenciamento inteligente de unidades, que expressos em notação matemática padrão são lidos e entendidos com facilidade; produz cálculos, permitindo reproduzir, compartilhar e reutilizar; o formato XML permite publicar automaticamente a informação dos cálculos em quaisquer documentos.

Com relação aos recursos básicos, o ambiente de edição reconhece um texto quando o mesmo está sendo digitado quando e a tecla de espaço está sendo acionada. Para inserir expressões matemáticas basta editá-las. Quando o resultado for numérico deve ser colocado o sinal de igual "=" e o mathcad exibe o resultado, para obter resultados de forma analítica utiliza-se "→", implica.

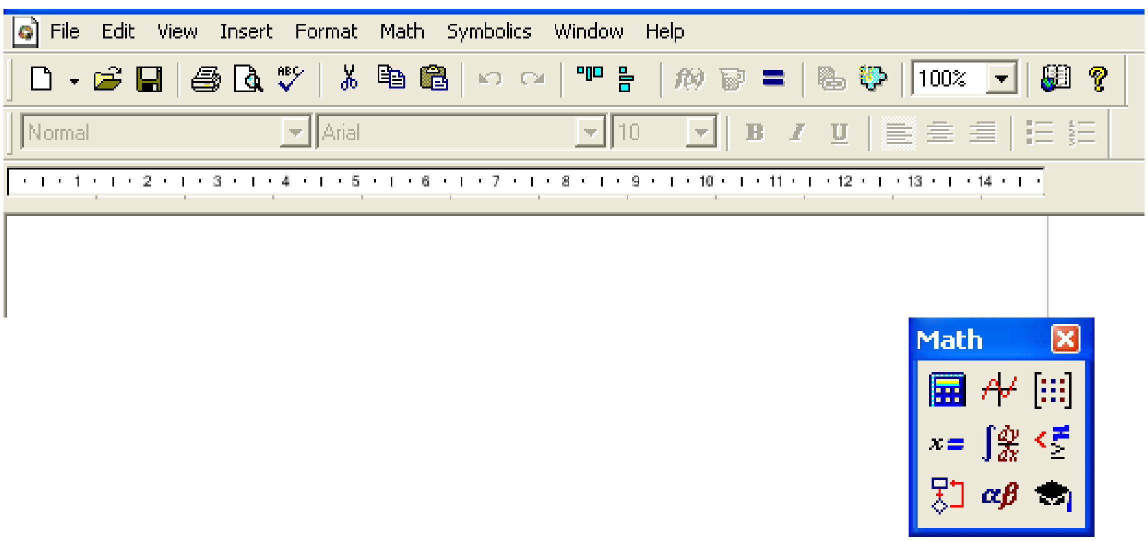


Figura.01: Interface do software MathCad

As barras de ferramentas apresentam comandos de manutenção de documentos, formatação e a barra *math*, é a janela que dá acesso a outras barras de ferramentas matemáticas; variáveis, com e sem unidades; funções, definidas pelo usuário e na forma de gráficos (2D e 3D), onde são percebidas suas funcionalidades e características específicas. O programa permite a atribuição de um valor ou valores a uma variável com ou sem unidades de medidas. A sintaxe utilizada para atribuição de valores é ":=". As unidades de medidas são inseridas digitando-as normalmente ou por meio da janela *Insert Unit*.

Funções de uma ou mais variáveis são inseridas pelo usuário diretamente na tela, como exemplo, a função quadrática: f(x):=x^2. Pode instantaneamente ser plotado seu gráfico por meio de atalho f(x)@x, formatando em seguida escolhendo opções pelo botão direito do mouse. Permite ainda que se construa outros tipos de funções no mesmo plano cartesiano, com a maior facilidade e condicionais. Podem também ser escolhidas as opções de gráficos em coordenadas polares ou superfícies.

Os recursos do *Software* para soluções analíticas e numéricas objetivam resolver cálculos literais e numéricos. Para o estudo de zeros de funções, por exemplo, utiliza-se a sintaxe: root(f(var), var, a,b), onde "var" é a variável independente da função, "f" é a função de variável independente "var", "a" e "b" são os parâmetros, ou intervalo em que será procurada a raiz. Muitas funções estão disponíveis como: determinar a solução de equações e sistemas e ainda utilizando-se da ferramenta *Symbolic*, pode-se optar em simplificar, expandir, resolver, substituir expressões entre outros. Nas operações com matrizes, o *Mathcad* inicia a contagem das linhas e colunas pelo número zero, porém podemos alterar esta configuração por meio da variável ORIGIN:=1.

Os cálculos analíticos como de limites, derivadas, integrais são facilmente calculados por meio da barra *math*, onde se escolhe o ícone correspondente. Já para a solução de equações diferenciais, só é possível encontrar a solução numérica, em que consideramos uma limitação do programa.

Para o desenvolvimento de aplicações específicas, é necessário um pouco de Programação no *Mathcad*, cuja linguagem é própria. Este recurso pode ser utilizado se escolhida a opção *Programing*, na barra *Math*, onde estão dispostos os locais onde são digitados os comandos do programa (*Add line*), definição local, operadores relacionais e lógicos e os comandos de programação como condicionais e iterativos.

Resolução do Problema utilizando-se do recurso computacional

Nesta etapa foi desenvolvido um programa para encontrar zeros de funções transcendentes, parte de conteúdo desenvolvido no componente curricular Cálculo Numérico do curso de Matemática da URI, Campus de Santo Ângelo.

Optou-se para os estudos dos métodos do cálculo numérico, por uma função transcendente e como critério de parada, a medida da distância do eixo das ordenadas, ou seja, $|f(x_n)| <$ erro.

Considerou-se o seguinte problema: A área "A" da parte sombreada, com θ em radianos, é dada por: $A = \frac{1}{2} r^2 (\theta - \sin\theta)$

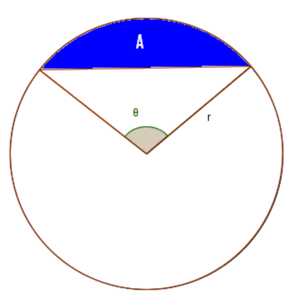


Figura 02: Circunferência

Se A = 3,6m² e r = 3m, para determinar o ângulo θ, a equação deve ser resolvida para θ. Desta forma, tem-se: $A - \frac{1}{2}r^2\,(\theta - \sin\theta) = 0$

$$3{,}6 - 4{,}5(\theta - \sin\theta) = 0$$

Então, pode-se escrever que $f(\theta) = 0$ e, $f(\theta) = 3{,}6 - 4{,}5(\theta - \sin\theta)$ ***(1)***
Na equação (1), observa-se que a variável aparece submetida a operações não algébricas em pelo menos um termo da equação, a qual é trigonométrica. Nestas equações, em que pelo menos um termo, aparecem funções como: exponenciais, logarítmicas, trigonométricas, etc., são denominadas equações transcendentes.

Depois de ser proposto o problema, falou-se da resolução das equações algébricas e transcendentes, isolamento de raízes e pedindo em seguida que atribuíssem valores a teta.

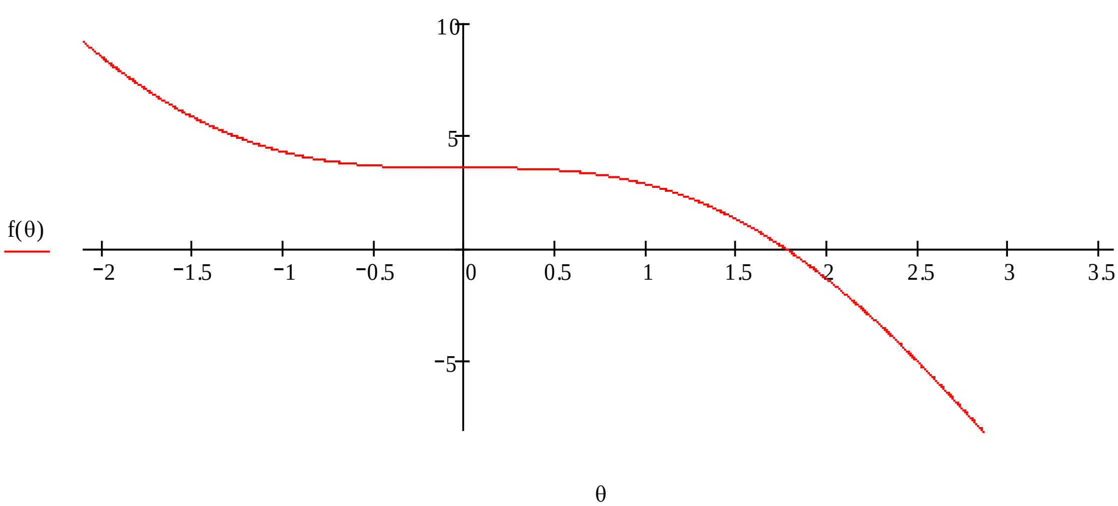
$f(\theta) := 3.6 - 4.5(\theta - \sin(\theta))$

θ =	f(θ) =
1.5	1.339
1.6	0.898
1.7	0.412
1.8	-0.118
1.9	-0.692
2	-1.308

Por meio de valores dados ao θ, é possível verificar que a solução está entre 1,7 e 1,8, pois é onde a função muda de sinal. Também pode ser visto que f(θ) está mais próximo de zero quando θ = 1,8, logo a raiz dessa função é próxima 1,8.

Assim, considerando a facilidade da construção de gráficos o qual o programa permite, foi possível que se observasse cada método por meio da interpretação gráfica de diferentes métodos numéricos estudados, como: método da bisseção, Newton e iteração linear. Desta forma, consistindo em traçar o gráfico da função f(x) com o objetivo de determinar o intervalo [a, b] que contenha uma única raiz, seguiram os seguintes passos: definir a função com a sintaxe : (dois pontos)

$f(\theta) := 3.6 - 4.5(\theta - \sin(\theta))$



E em seguida utilizar-se do atalho f(θ)@ θ para plotar o gráfico; para formatar basta clicar com o botão direito do mouse sobre o gráfico, escolher *crossed* e diretamente no gráfico modificar a escala se necessário. Outros efeitos como o de zoom são bem úteis.
Foram considerados os métodos da Bisseção, Newton-Raphson e Iteração Linear para a construção dos programas.

Procedimento e Implementação do Programa pelo Método da Bisseção para a Solução do Problema
Depois da interpretação gráfica dos métodos os acadêmicos elaboraram algoritmos para a construção dos programas no Mathcad.

Por meio do software foi possível visualizar o intervalo ao qual se encontrava o zero da função (a = 1,5 e b = 2). Esses dados, juntamente com a precisão pré-estabelecida e a função, são considerados dados de entrada para os programas desenvolvidos a seguir.

Programa Básico_Bisseção

$$f(x) := 3.6 - 4.5(x - \sin(x))$$

$$\mathrm{Bis}(a, b, \mathrm{erro}) := \left| \begin{array}{l} \text{if } f(a)\cdot f(b) < 0 \\ \quad \left| \begin{array}{l} xn \leftarrow \dfrac{a+b}{2} \\ \text{while } |f(xn)| > \mathrm{erro} \\ \quad \left| \begin{array}{l} xn \leftarrow \dfrac{a+b}{2} \\ a \leftarrow xn \text{ if } f(a)\cdot f(xn) > 0 \\ b \leftarrow xn \text{ otherwise} \end{array} \right. \end{array} \right. \\ xn \end{array} \right.$$

$$\mathrm{Bis}(1.5, 2, 0.0001) = 1.778503418$$

Por meio do contador i e mat com seus índices de linha e coluna, é possível incrementar a variável linha, possibilitando mostrar as iterações sob a forma de matriz.

```
Bis(a, b, erro) := | i ← 1
                   | if  f(a)·f(b) < 0
                   |   | xn ← (a + b)/2
                   |   | while  |f(xn)| > erro
                   |   |   | xn ← (a + b)/2
                   |   |   | a ← xn  if  f(a)·f(xn) > 0
                   |   |   | b ← xn  otherwise
                   |   |   | mat[0,0] ← "n"
                   |   |   | mat[i,0] ← i
                   |   |   | mat[0,1] ← "a"
                   |   |   | mat[i,1] ← a
                   |   |   | mat[0,2] ← "b"
                   |   |   | mat[i,2] ← b
                   |   |   | mat[0,3] ← "f(a)"
                   |   |   | mat[i,3] ← f(a)
                   |   |   | mat[0,4] ← "f(b)"
                   |   |   | mat[i,4] ← f(b)
                   |   |   | mat[0,5] ← "xn"
                   |   |   | mat[i,5] ← xn
                   |   |   | mat[0,6] ← "f(xn)"
                   |   |   | mat[i,6] ← f(xn)
                   |   |   | mat[0,7] ← "erro"
                   |   |   | mat[i,7] ← |f(xn)|
                   |   |   | i ← i + 1
                   | mat
```

Observe que as variáveis que estão entre aspas, fornecem o cabeçalho da tabela que segue, e as demais mostram os resultados de cada iteração:

Bis(1.5, 2, 0.0001) =

	0	1	2	3	4	5	6	7
0	"n"	"a"	"b"	"f(a)"	"f(b)"	"xn"	"f(xn)"	"erro"
1	1	1.75	2	0.15294	-1.30816	1.75	0.15294	0.15294
2	2	1.75	1.875	0.15294	-0.54411	1.875	-0.54411	0.54411
3	3	1.75	1.8125	0.15294	-0.18706	1.8125	-0.18706	0.18706
4	4	1.75	1.78125	0.15294	-0.01491	1.78125	-0.01491	0.01491
5	5	1.76563	1.78125	0.06955	-0.01491	1.76563	0.06955	0.06955
6	6	1.77344	1.78125	0.02745	-0.01491	1.77344	0.02745	0.02745
7	7	1.77734	1.78125	$6.30476\cdot10^{-3}$	-0.01491	1.77734	$6.30476\cdot10^{-3}$	$6.30476\cdot10^{-3}$
8	8	1.77734	1.7793	$6.30476\cdot10^{-3}$	$-4.29518\cdot10^{-3}$	1.7793	$-4.29518\cdot10^{-3}$	$4.29518\cdot10^{-3}$
9	9	1.77832	1.7793	$1.00689\cdot10^{-3}$	$-4.29518\cdot10^{-3}$	1.77832	$1.00689\cdot10^{-3}$	$1.00689\cdot10^{-3}$
10	10	1.77832	1.77881	$1.00689\cdot10^{-3}$	$-1.64362\cdot10^{-3}$	1.77881	$-1.64362\cdot10^{-3}$	$1.64362\cdot10^{-3}$
11	11	1.77832	1.77856	$1.00689\cdot10^{-3}$	$-3.18233\cdot10^{-4}$	1.77856	$-3.18233\cdot10^{-4}$	$3.18233\cdot10^{-4}$
12	12	1.77844	1.77856	$3.44361\cdot10^{-4}$	$-3.18233\cdot10^{-4}$	1.77844	$3.44361\cdot10^{-4}$	$3.44361\cdot10^{-4}$
13	13	1.7785	1.77856	$1.30721\cdot10^{-5}$	$-3.18233\cdot10^{-4}$	1.7785	$1.30721\cdot10^{-5}$	$1.30721\cdot10^{-5}$

Desta forma, por meio do conteúdo zeros de funções polinomiais e transcendentes, procurou-se entender os métodos numéricos (Bisseção, Iteração Linear e Newton-Raphson) pela interpretação geométrica, elaboração de algoritmos e execução de programas para desenvolver outras habilidades matemáticas e assim permitir o uso adequado do software para o ensino e aprendizagem do conteúdo em questão, bem como proporcionar um maior contato do licenciado em Matemática para a solução de um problema real de forma que se utilize o *software Mathcad*.

Considerações finais

Para validar os programas desenvolvidos no Mathcad, o mesmo problema foi resolvido manualmente com auxílio de calculadora científica para perceber o processo de cálculo para construção do algoritmo e posterior utilização da Planilha Excel. Desta forma, tornou-se possível o desenvolvimento dos programas e avaliação da matriz de resultados dos métodos estudados para a solução de zeros de funções polinomiais e transcendentes.

Ao término do desenvolvimento desse trabalho os acadêmicos, constataram que a utilização dos programas na solução de problemas que envolvem zeros de funções torna possível, por meio de alterações com relação aos dados de entrada: função, gráfico, intervalo e precisão e também comparações quanto ao número de iterações, convergência, uso de derivadas, entre outros, estudar desde modificações na visualização gráfica do problema bem como nos possíveis resultados como a precisão desejada pertinentes aos cálculos. Assim também concluíram que comparando-se o resultado obtido pelos métodos da Bisseção, Iteração Linear e de Newton-Rapshon observa-se que: No método da Bisseção a convergência é garantida, porém, lenta; a aproximação não sai do intervalo inicial, esse intervalo é cada vez dividido por dois; não exige o conhecimento de derivadas. O método de Newton requer o conhecimento da forma analítica da derivada da função, mas sua convergência é extraordinária. Já com relação ao método de Iteração Linear a maior dificuldade neste método é encontrar uma função de iteração que satisfaça à condição de convergência; A velocidade de convergência dependerá de $|g'(x)|$, quanto menor este valor maior será a convergência.

Assim, utilizando-se dos programas dos métodos numéricos desenvolvidos, pode-se encontrar de maneira fácil as soluções de diferentes funções modificando apenas seus dados de entrada, já na planilha Excel teriam que ser refeitos todos os cálculos.

Pode-se enfatizar a necessidade de os docentes estarem preparados para realizar atividades computadorizadas com seus alunos, tendo em vista a necessidade de: determinar as estratégias de ensino que utilizarão, conhecer as restrições que o *software* apresenta, e ter bem claros os objetivos a serem alcançados com as tarefas a serem executadas.

Bibliografia

Babin, P.; Marques, M. C. O. (1989). *Os novos modos de compreender: a geração do audiovisual e do computador.* São Paulo: Paulinas.

Barros, I. Q. (1972). *Introdução ao Cálculo Numérico*. São Paulo: Edgard Blucher.

Barroso, L. C., Barroso, M. A., Campos, F. F., Carvalho, M. L. B. & Maia, M. L. (1987). *Cálculo Numérico (Com Aplicações)*, 2.ed. São Paulo: Arbra.

Bassanezi, R. C. (2002). *Ensino Aprendizagem com Modelagem Matemática*. São Paulo: Contexto.

Claudio, D. M.; Marins, J. M. *Cálculo Numérico Computacional: Teoria e Prática.* São Paulo: Atlas, 1994.

Fernandes, N. R. L. (2004). *Professores e computadores: navegar é preciso.* Porto Alegre: Mediação.

Martin, J. (1973). *Computador, sociedade e desenvolvimento.* Rio de Janeiro: Ao livro técnico.

Oliveira, R. (2009). *Informática educativa: dos planos e discursos à sala de aula.* Campinas: Papirus.

Ruggiero, M. A. G.; Lopes, V. L. R. (1997). *Cálculo Numérico: Aspectos Teóricos e Computacionais*. São Paulo: Makron.

Tajra, S. F. (2001). *Informática na educação: novas ferramentas pedagógicas para o professor na atualidade.* São Paulo: Érica.