

INVESTIGAÇÕES MATEMÁTICAS NA FORMAÇÃO INICIAL DE PROFESSORES: UM ESTUDO DE CASO

Fernanda Eloisa Schmitt – Marli Teresinha Quartieri – Ieda Maria Giongo – Márcia Jussara Hepp Rehfeldt
fschmitt@universo.univates.br – quartierimg@uol.com.br – igiongo@univates.br – mreinfeld@univates.br
Centro Universitário UNIVATES, Brasil

Tema: IV. 1: Formación del Profesorado en Matemática. /Formación Inicial.

Modalidad: CB

Nivel educativo: Terciário

Palabras clave: Investigación Matemática; Formação Inicial; Licenciatura.

Resumo

Esta proposta tem por intuito socializar alguns resultados advindos da exploração de atividades, por meio da investigação matemática em uma turma de graduação, na disciplina de Prática de Ensino de Matemática II, do curso de Licenciatura em Ciências Exatas – habilitação integrada em Química, Física e Matemática de uma instituição do sul do Brasil. As aulas nas quais foram exploradas as atividades foram filmadas para servirem de material de análise. Em especial, objetivou-se investigar que implicações e conclusões os futuros professores observam ao realizarem atividades de cunho investigativo. De acordo com Ponte et al (2003) a realização de uma Investigação Matemática envolve quatro momentos principais: o primeiro deles é reconhecer a situação, explorando o problema e formulando questões para resolvê-las. O segundo diz respeito ao processo de formular conjecturas, o terceiro à realização de testes e o eventual refinamento das conjecturas. O último se refere à argumentação, demonstração e avaliação do trabalho realizado pelos grupos. De acordo com os relatos dos estudantes, as atividades de investigação tornam-se mais produtivas se forem realizadas em grupos, visto que ao serem instigados a resolvê-las individualmente, sentem mais dificuldades por não terem a oportunidade de debater e por à prova suas conjecturas.

Contextualização e referencial teórico

De acordo com os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCNs) (Brasil, 1997), a prática pedagógica do professor precisa ser revista e os conteúdos matemáticos deveriam ser apresentados de forma que proporcionassem sentido para os alunos, bem como possibilitassem realizar conexões com o cotidiano e problemas ligados a outras áreas de conhecimento. Aliado a isso, o referido documento expressa que a Matemática necessita ser compreendida pelo estudante como um conhecimento que lhe possibilita favorecer o desenvolvimento do raciocínio e capacidade expressiva. Sendo assim, é importante que o docente utilize metodologias variadas que proporcionem ao estudante uma aprendizagem mais significativa. Em efeito:

O ensino de Matemática prestará sua contribuição à medida que forem exploradas metodologias que priorizem a criação de estratégias, a comprovação, a justificativa, a argumentação, o espírito crítico, e favoreçam a criatividade, o trabalho coletivo, a iniciativa pessoal e a autonomia advinda do desenvolvimento da confiança na própria capacidade de conhecer e enfrentar desafios. (Brasil, 1997, p. 26)

Nesse sentido, a investigação “Estratégias metodológicas visando à inovação e reorganização curricular no campo da Educação Matemática no Ensino Fundamental”, em desenvolvimento no Centro Universitário Univates de Lajeado, ao sul do Brasil, e com apoio do programa governamental Observatório da Educação ligado à CAPES, tem problematizado questões vinculadas às três tendências em Educação Matemática. Uma delas é a Investigação Matemática. No contexto do ensino e aprendizagem, investigar não significa resolver problemas difíceis, descobrir fórmulas novas ou inventar novos conceitos. Denota, conforme Ponte, Brocado & Oliveira (2003), a formulação de questões de interesse próprio para as quais não temos respostas prontas e, portanto, necessitam ser investigadas, utilizando processos fundamentados e rigorosos, para que as mesmas sejam válidas e aceitas.

Segundo Ponte et al (2003),

uma investigação matemática desenvolve-se usualmente em torno de um ou mais problemas. Pode mesmo dizer-se que o primeiro grande passo de qualquer investigação é identificar claramente o problema a resolver. Por isso, não é de admirar que, em Matemática, exista uma relação estreita entre problemas e investigação (p. 16).

Esses autores, ainda, citam que investigar Matemática conduz à formulação de conjecturas, as quais necessitam ser testadas e provadas. Uma investigação matemática envolve “conceitos, procedimentos e representações matemáticas, mas o que mais fortemente as caracteriza é este estilo conjectura-teste-demonstração” (Ponte et al, 2003, p.10)

Entretanto, pesquisas têm demonstrado que os professores possuem pouco conhecimento em relação à Investigação Matemática e raros cursos de Licenciatura proporcionam sessões de estudo referentes à referida temática.

Diante desse contexto, durante a disciplina de Prática de Ensino de Matemática II, componente curricular do curso de Licenciatura em Ciências Exatas – Habilitação Integrada em Física, Química e Matemática, do Centro Universitário Univates -, foram realizadas sessões de estudos em relação ao uso da Investigação Matemática por meio de leituras e atividades de cunho investigativo. Os vinte e oito alunos da disciplina foram convidados a dissertar sobre suas conjecturas acerca da Matemática envolvida em

cada uma das atividades, tentando encontrar uma resposta mais condizente e procurando provar e justificar suas ideias perante seus colegas.

É nosso intuito, nesta comunicação, socializar os resultados advindos da exploração de atividades por meio da Investigação Matemática. Na próxima seção, detalharemos as atividades desenvolvidas durante a disciplina, em especial, aquelas vinculadas a Investigação Matemática.

Detalhamento das atividades desenvolvidas e análise dos dados emergentes

Para iniciar os estudos referentes à metodologia Investigação Matemática, foram exploradas algumas atividades de cunho investigativo, as quais foram executadas e discutidas em três encontros, abrangendo atividades em grupo, individuais e um trabalho por escrito que foi entregue. Além disso, foram discutidos textos que abordavam o referencial teórico sobre essa metodologia. As aulas foram filmadas e os dados relevantes serviram para análise deste trabalho.

Durante a primeira aula, foram exploradas e discutidas apenas duas atividades, as quais geraram muitos debates. Elas serviram como um teste inicial para os alunos, que nunca tinham escutado ou trabalhado com esse tipo de atividade investigativa. Em duplas, deveriam escrever as conjecturas visualizadas e depois apresentá-las à classe. Eles iniciaram timidamente, sem grandes ideias, considerando as atividades muito simples. Mas com os debates e as intervenções da professora e as ideias dos demais grupos, as conjecturas começaram a evoluir e criar forma até chegar às “descobertas” matemáticas. Segue a primeira atividade desenvolvida com os alunos.

Atividade 1: Exploração com números.

Descubra relações entre os números e registre as conclusões obtidas.

0	1	2	3
4	5	6	7
8	9	10	11
12	13	14	15
16	17	18	19
...

(Fonte: Ponte et al (2003). *Investigações na sala de aula*. Editora: Autêntica)

Inicialmente, os alunos comentaram que percebiam que a primeira e terceira colunas continham números pares e que a segunda e a quarta, números ímpares. Além disso, que, de uma linha para outra, os números aumentavam em quatro unidades. Quando questionados sobre o que mais visualizavam, ocorreu um silêncio. De repente, um

estudante começou a questionar se ali não existia uma sequência e, portanto, poder-se-ia encontrar um termo geral. A partir dessa argumentação, outras conjecturas apareceram e as discussões se tornaram intensas. A cada hipótese, os alunos testavam para verificar se o colega tinha pensado corretamente.

Quando questionados sobre os conteúdos matemáticos presentes nesta atividade, apareceram multiplicação, progressão aritmética, soma dos termos de uma progressão aritmética, soma de termos pares e ímpares, termo geral de sequências.

A atividade que mais gerou polêmica e discussão nessa aula foi a realizada em dupla, que é uma questão aberta e aborda fatores bem distintos, desde o número de vagas, a idade dos candidatos até o salário que variava muito de emprego para emprego. Cada grupo de alunos defendeu uma vaga de vendedor, dando exemplos e verificando os pormenores. No final de muita discussão, não se chegou a um consenso geral, mas a opiniões variadas e defendidas fervorosamente pelos seus adeptos.

Atividade 2: Imagine que seu amigo esteja à procura de emprego e você, para ajudá-lo, compra um jornal e seleciona os seguintes anúncios:

- *Vendedor de lona*

10 vagas para estudantes, 18 a 20 anos, com experiências.

Salário: R\$ 350,00 + comissão de R\$ 0,50 por m² vendido.

- *Vendedores de loja*

8 vagas para pessoas com idade entre 18 e 35 anos, sem experiência.

Salário: R\$ 650,00 + comissão de 6% sobre o valor total de venda por mês.

- *Vendedores autônomos*

Trabalhe vendendo os produtos de nosso catálogo (cosméticos, roupas, utensílios domésticos, eletrodomésticos, bijuterias, etc.) e ganhe de 20% a 35% sobre cada produto vendido.

Você seria capaz de verificar qual dessas propostas de emprego seria mais vantajosa para seu amigo? Existe alguma que será sempre mais vantagem que as outras? Estude vários casos e justifique.

Fonte: Redling, J. P., & Junior, J. L. (2011) *Trilhas pedagógicas*, p. 127.

Nessa atividade, estavam bem presentes os pressupostos de Ponte *et al* (2003), que delimitaram uma investigação matemática em quatro momentos principais. O primeiro envolveu o reconhecimento da situação apresentada em que os alunos serviram de base para o segundo, que se refere à formulação de conjecturas acerca do problema. Conjecturas nada mais são do que hipóteses e pressupostos que, no terceiro momento, precisam ser testados e refinados com o propósito de aperfeiçoá-los. Por fim, houve a argumentação, demonstração e avaliação do trabalho realizado, onde cada grupo necessitou “provar” que sua escolha era melhor que a do outro.

Realizou-se também uma discussão em relação aos conteúdos que poderiam ser abordados pelo professor durante a exploração desta atividade. Os conteúdos foram potenciação, função do primeiro grau, proporcionalidade, construção e análise gráfica, cálculo de área.

A segunda aula iniciou com a discussão teórica de um texto referente ao uso de Investigação Matemática na Educação Básica, em particular, no Ensino Médio. Os debates que ocorreram foram produtivos e com reflexões em relação a essa metodologia. Após o estudo do texto, os alunos foram convidados a resolver mais algumas atividades de cunho investigativo. Houve muita controvérsia acerca da atividade que segue.

Atividade 5: Se dois números de dois algarismos possuem os algarismos das dezenas iguais, e se os algarismos das unidades somarem 10, pode-se calcular seu produto instantaneamente. Verifique alguns exemplos e depois justifique esta afirmação.

Fonte: Extraído de http://portal.mec.gov.br/seb/arquivos/pdf/EnsMed/expensmat_3_2.pdf

Os alunos verificaram muitos exemplos e comprovaram que a afirmativa estava correta, mas nenhum deles chegou a uma generalização. Então coube a nós instigá-los a perceber o que estava acontecendo nas contas que faziam e qual era o padrão que se repetia. Numa investigação, é muito importante que o professor estimule seus alunos com questionamentos, deixando-os encontrar as respostas. Em efeito:

Para que uma situação possa compor uma investigação é essencial que seja motivadora e desafiadora, não sendo prontamente acessíveis, ao aluno, nem o processo de resolução nem a resposta ou respostas da atividade. Desse modo, uma investigação requer a participação efetiva do estudante na própria formulação das questões a estudar, e, segundo estudos, isso favorece o seu envolvimento na aprendizagem (Redling & Junior, 2011, p. 124).

Após os questionamentos, os discentes encontraram uma forma de generalizar o problema proposto. Debateram sobre os conteúdos que estavam envolvidos na exploração da atividade, expressando multiplicação de polinômios e produto notáveis.

Como esta disciplina tem por objetivo problematizar tendências e metodologias no ensino de Matemática no Ensino Médio e os alunos serão futuros professores, debateu-se a potencialidade de atividades de cunho investigativo com o objetivo de introduzir alguns conteúdos, ou, ainda, para dar-lhes mais significado.

Assim como Nehring, Pazuch & Pozzobon (2010), entendemos o docente em Matemática como um sujeito que tem uma história de vida, mas, além disso, constitui-se pela formação inicial e pelas ações que se coadunam no ambiente da sala de aula.

Especificamente, a formação inicial promove reflexões com os saberes específicos e com os outros saberes da docência permitindo, além da formação de docentes em matemática, construir elementos fundamentais para o exercício da docência na Educação Básica, assim que esses sujeitos se tornarem docentes. (Nehring, 2010, p. 19)

Na terceira aula, dentre as atividades exploradas, a que gerou maiores discussões foi a seguinte:

Atividade 13: Cubos e cubinhos

a) Ao construirmos um cubo de aresta “3 cubinhos”, quantos “cubinhos” serão necessários?

Quantos “cubinhos” seriam necessários para construir um cubo de aresta “4 cubinhos”? E de “5 cubinhos”?

b) Imagine agora que, depois de construído o cubo de aresta 3 com o cubinho, decidiu-se pintá-lo exteriormente de vermelho. Quantos cubinhos ficaram com uma única face pintada? E com duas? E com três?... E com nenhuma?

Investigue o que aconteceria se pintássemos um cubo de aresta 4. E um de aresta 5? Organize, numa tabela, as suas descobertas sobre o número de cubinhos com 0, 1, 2, 3,... faces pintadas num cubo de $3 \times 3 \times 3$, $4 \times 4 \times 4$, $5 \times 5 \times 5$, $6 \times 6 \times 6$. Observe a tabela e escreva algumas conclusões gerais.

Fonte: adaptado de <http://pt.scribd.com/doc/97764348/lista-de-questoes-para-estudos-para-2a-avaliacao>

Nessa atividade, notamos que o maior desafio para os alunos foi em relação à questão b, que explorava quantos “cubinhos” ficavam pintados com uma única face, com duas, com três,... Cabe destacar que a dificuldade era no momento da abstração, ou seja, quando o número de cubinhos ficava maior. Ao percebê-la, procuramos auxiliá-los, sem, contudo, comprometer o trabalho investigativo, disponibilizando peças do material dourado. O material utilizado foram os cubinhos de madeira de 1 cm^3 . Com o auxílio dessas peças, os discentes conseguiram visualizar e elaborar a tabela solicitada na letra c com êxito.

Durante a investigação, conforme Skovsmose (2008), o professor tem o papel de desafiar o aluno com questões instigadoras, deixando que eles assumam o processo de exploração e explicação, possibilitando, assim, que o cenário de investigação passe a constituir um novo ambiente de aprendizagem. “No cenário para investigação, os alunos são responsáveis pelo processo.” (Skovsmose, 2008, p. 21) Isso não impede que o educador, ao sentir as dificuldades mais proeminentes dos estudantes, não possa desprender de meios para ajudá-los a superá-las.

Outro ponto importante observado em todas as aulas foi o debate em grande grupo realizado ao fim de cada atividade. Os alunos expunham suas conjecturas para os colegas, que eram testadas, aceitas ou refutadas. Nesse momento, houve muitos debates e novas conjecturas acabavam sendo apontadas. Na parte final de uma atividade investigativa, a interação torna-se obrigatória, tendo em vista a divulgação e a confirmação dos resultados. Conforme Ponte *et al* (2003), muitas vezes, o que se sobressai não é a variedade de conjecturas propostas na investigação, mas os diversos processos de justificação e prova, sucessivamente postos em ação.

Conclusão

Foi possível perceber que a metodologia Investigação Matemática corrobora com os Parâmetros Curriculares Nacionais (Brasil, 1997, p. 51), uma vez que estes afirmam que a Matemática deve desenvolver no educando a capacidade de “[...] comunicar-se matematicamente, ou seja, descrever, representar e apresentar resultados com precisão e argumentar sobre conjecturas, fazendo uso de linguagem oral e estabelecendo relações entre elas e diferentes representações matemáticas”.

Cada vez mais os professores precisam desenvolver, em suas aulas, metodologias diferenciadas para que seus alunos se sintam motivados a aprender. E a investigação Matemática é uma metodologia muito promissora para essa função, visto que estimula os estudantes a investigar, inquirir, testar e justificar suas respostas. E, como pontua Redling e Junior (2011, p. 138), as atividades investigativas constituem-se em uma experiência fundamental para os discentes, sendo “um poderoso meio de aprendizagem”.

Outra questão que merece destaque em relação aos relatos dos estudantes é que as atividades investigativas se tornam mais produtivas se forem realizadas em pequenos grupos, visto que, ao serem instigados a resolvê-las individualmente, sentem mais dificuldades por não terem a oportunidade de debater e pôr à prova suas conjecturas. A socialização das conjecturas possibilita-lhes conhecer outras estratégias de resolução das atividades propostas.

Referências bibliográficas

- Brasil, Secretaria de educação Fundamental. (1997) *Parâmetros curriculares nacionais: matemática*. Brasília: MEC/SEF.
- Ponte, J. P.; Brocardo, J., & Oliveira, H.. (2003) *Investigações matemáticas na sala de aula*. Belo Horizonte: Autêntica.
- Nehring, C. M., Pazuch, V., & Pozzobon, M. C. C. (2010) Formação de licenciandos em matemática – vivências e experiências de uma situação de ensino. *Experiências em Ensino de Ciências*, 5(2), 17-28.
- Skovsmose, O. (2008) *Desafios da reflexão em educação matemática crítica*. Tradução de Orlando de Andrade Figueiredo e Jonei Cerqueira Barbosa. Campinas: Papirus, (Coleção perspectivas em educação matemática).
- Redling, J. P., & Junior, J. L. (2011) *Trilhas pedagógicas*, 1,(1), 122-139.