

VISUALIZACIÓN DE LA GEOMETRÍA ALGEBRAICA

M. Scardigli, A. Cicchini, A. Sara, A. Álvarez

Facultad Regional Buenos Aires, Universidad Tecnológica Nacional. Argentina
mgscard@hotmail.com, Alicia.Cicchini@gmail.com, asara_bri@hotmail.com,
ingaliciaalvarez@yahoo.com.ar

Nivel Universitario. Nuevas Tecnologías en Educación Matemática

Palabras Clave: Aprendizaje significativo, simulación, visualización.

Resumen

En esta comunicación se presenta una experiencia realizada mediante el empleo de un simulador para introducir la noción de cuádricas en la asignatura Álgebra y Geometría Analítica correspondiente al primer año de la carrera de ingeniería. El uso de simuladores permite pasar rápidamente del registro algebraico al gráfico al ir variando los parámetros y va introduciendo al estudiante en situaciones simples que más adelante en la carrera se irán ampliando con simulaciones más complejas. Este tipo de experiencias propician la autogestión de los aprendizajes, por cuanto cada alumno puede utilizar el software a su ritmo de aprendizaje, y motiva a los estudiantes al estudio del tema mediante el empleo de una herramienta que le resulta familiar.

Introducción

Con el objeto de acercar al alumno del primer año de la carrera, a su futuro trabajo ingenieril, desde el área de la matemática básica, consideramos conveniente, diseñar actividades que propicien una nueva relación entre la teoría y la práctica rompiendo con la linealidad entre ellas para reemplazarla por una práctica que no sea la simple aplicación de la teoría, sino una fuente de conocimiento teórico, de esta forma la teoría está comprometida con la resolución de problemas que se presentan en la práctica. En ese sentido, consideramos que el uso de herramientas informáticas contribuye al desarrollo de competencias en los futuros profesionales.

Marco Teórico

Los estudiantes de primer año de las carreras de ingeniería son en su mayoría nativos informáticos, por lo tanto les resulta motivador el trabajo con software, sin embargo en los primeros años de nivel universitario muchas veces no se aprovecha esta herramienta.

Los simuladores como recurso didáctico facilitan al alumno visualizar lo que ocurre si se modifican las variables en un determinado proceso. El uso de estos recursos permite que en poco tiempo se puedan realizar distintas observaciones de las variaciones incorporadas al objeto y pasar de una forma posible de representación a otra observando los cambios ocurridos; permite la rápida conversión del registro algebraico al gráfico mostrando las variaciones producidas en las representaciones gráficas al ir cambiando los parámetros en las representaciones algebraicas, Duval (1999).

Debemos tener en cuenta como señala Litwin (1995) que el empleo de recursos tecnológicos de enseñanza, no garantiza por sí mismo que los estudiantes desarrollen

estrategias cognitivas. La calidad educativa de estos medios depende del uso o explotación didáctica que realice el docente, inmigrante informático, de los mismos.

Este tipo de experiencias hacen que el alumno tenga un primer contacto con temas que ofrecen cierta complejidad, tales como las cuádricas, sus intersecciones con planos y la respectiva visualización de la cónica que resulta, y le permitirá al docente determinar los conocimientos previos que el alumno posee, para poder generar estrategias que le permitan a los estudiantes integrar los nuevos conceptos a su estructura cognitiva, para así lograr un aprendizaje significativo, Ausubel (2002).

La visualización constituye un aspecto importante en el desarrollo de la actividad matemática, por cuanto permite descubrir relaciones entre los objetos, así como también facilita en algunos casos la transmisión de los conocimientos.

Sin embargo, hay que tener en cuenta que, como señala Miguel de Guzmán (Guzmán, 1996, p.18): “La visualización no es una visión inmediata de las relaciones, sino una interpretación de lo que se presenta a nuestra contemplación, que solamente podremos realizar eficazmente si hemos aprendido a leer adecuadamente el tipo de comunicación que la sustenta”.

De estas reflexiones se desprende que la visualización está estrechamente ligada con el entramado conceptual que posee cada individuo. Es por esta razón que muchos autores advierten sobre los errores a los que puede conducir una visualización incorrecta.

Eisenberg y Dreifus (1994) señalan que, según su experiencia, aun los estudiantes más avanzados se muestran renuentes a pensar visualmente, ya que frecuentemente procesan la información gráfica a través del camino algebraico aun cuando este sea más complicado.

Según los autores, una de las razones por las cuales los estudiantes no se sienten cómodos con la visualización es que no tienen el entramado cognitivo necesario para poder pensar en ese registro. Por este motivo muchos estudiantes consideran las interpretaciones gráficas como externas al concepto mismo con el que trabajan.

Siguiendo a Duval (1999) los estudiantes no reconocerían al objeto matemático cuando es visualizado porque no logran una conversión adecuada entre los registros algebraico y gráfico, y esto podría deberse a la falta de congruencia entre dichos registros.

Desarrollo

Se realizó la primera encuesta, Figura 1, a los alumnos de primer año en cursos de docentes integrantes de un proyecto de investigación, en la asignatura Álgebra y Geometría Analítica, de las carreras de Ingeniería.

Asignatura:	Curso:	Especialidad:	Turno:
1- ¿Tiene horario fijo de estudio? Si <input type="checkbox"/> No <input type="checkbox"/>			
2- ¿Cuántas horas semanales dedica al estudio de esta asignatura?			
Menos de 2 hs <input type="checkbox"/> Entre 2 y 4 hs <input type="checkbox"/> Entre 4 y 6 hs <input type="checkbox"/> Más de 6 hs <input type="checkbox"/>			
3- ¿Utiliza para estudiar? Opciones múltiples			
Apuntes <input type="checkbox"/> Bibliografía <input type="checkbox"/> Medios audiovisuales y otros <input type="checkbox"/>			
4- ¿Está interesado en participar en actividades organizadas por la cátedra?			
Si <input type="checkbox"/> No <input type="checkbox"/>			
En caso afirmativo ¿Qué actividad más le agradecería desarrollar? Opciones múltiples			
Estudio de Casos <input type="checkbox"/> Simulación <input type="checkbox"/> Modelización <input type="checkbox"/>			

Figura 1

Se obtuvieron los siguientes resultados: sólo el 28% tiene horario fijo de estudio, el 48% dedican al estudio de la asignatura de dos a cuatro horas semanales, la Figura 2 muestra la situación.

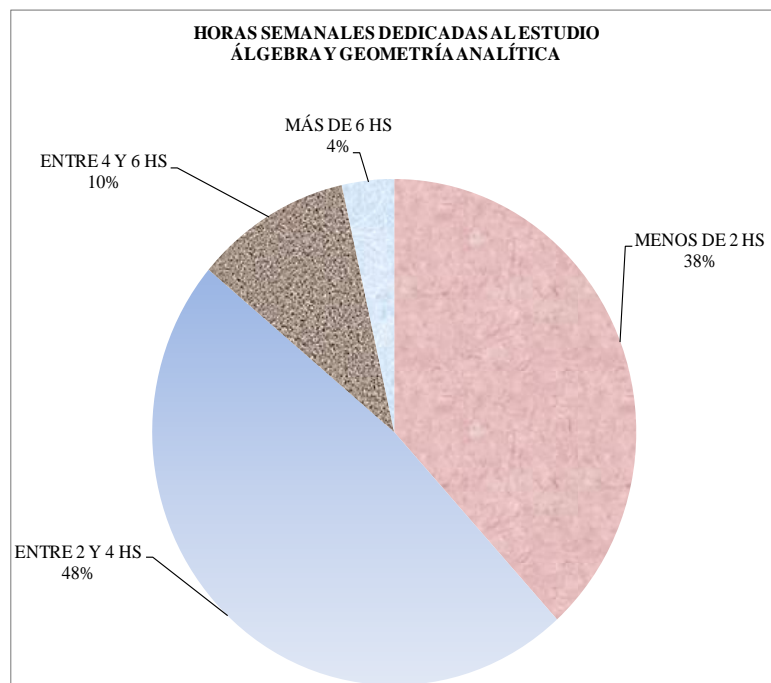


Figura 2

Con respecto al uso de distintos materiales para estudiar se ve la situación en la Figura 3, el 51% estudia de apuntes, el 31 % utiliza bibliografía, 18% solamente utiliza medios audiovisuales.

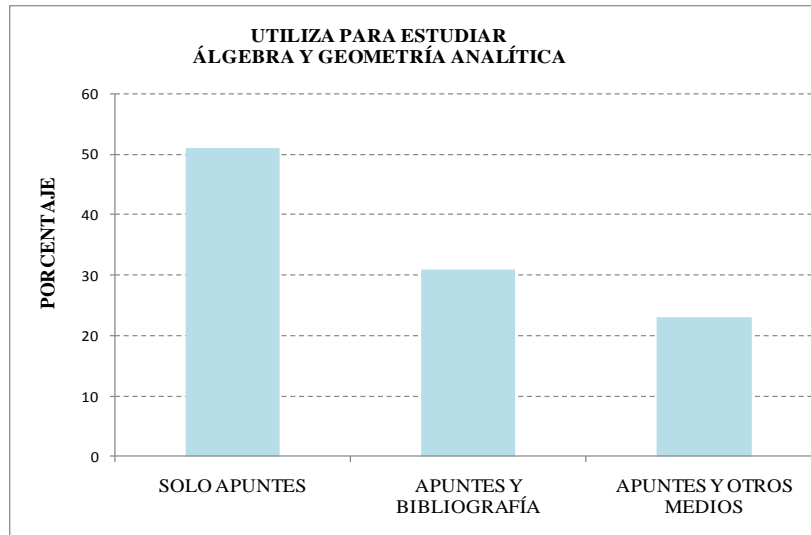


Figura 3

Respecto a participar en actividades organizadas por la cátedra el 57 % está interesado, en la Figura 4 se muestra cuáles fueron las preferencias.

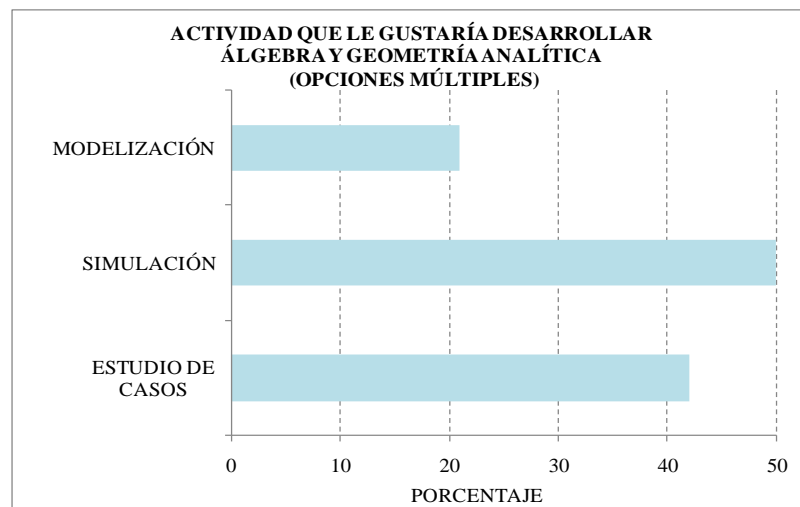


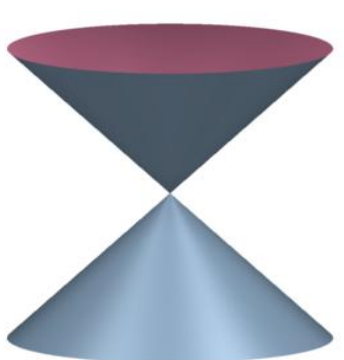
Figura 4

Dado el interés manifestado por los estudiantes por la simulación se realizó una experiencia en algunos cursos de la cátedra de Álgebra y Geometría Analítica con el Surfer, programa para visualizar superficies algebraicas reales, dadas como el lugar geométrico de los puntos en los que se anula un polinomio en tres variables. El programa Surfer ha sido desarrollado para la exposición IMAGINARY, promovida por el Instituto de Investigación Matemática de Oberwolfach, con ocasión del "Año alemán de las Matemáticas" celebrado en 2008.





La experiencia se desarrolló de forma tal que mientras un docente manejaba el programa y se proyectaban las superficies con un cañón en una de las paredes del aula, el otro docente trabajaba en el pizarrón, esta forma permitió abordar simultáneamente el mismo concepto con dos recursos: la gráfica que mostraba el Surfer y la realizada en el pizarrón .

Los alumnos no conocían el tema y se comenzó la clase presentando una ecuación algebraica y visualizando la misma con el programa. El mismo permitía la variación de un parámetro, al cambiar éste se pasaba de una superficie cónica a un hiperboloide de una hoja y de éste a un hiperboloide de dos hojas.

No se les decía el nombre de los hiperboloides sino que eran cortados por planos coordenados y según las trazas se deducía su nombre. Rescatamos algunas de las pantallas que se visualizaron , Figuras 5, 6 y 7.






Se dice que una superficie es *no singular* o *lisa* si no tiene, en sentido intuitivo, puntas, aristas o pliegues (a los cuales se llama *singularidades*).

La esfera o el toro son lisas. El cono cuadrático tiene un punto singular del tipo más simple (A_1^{+-}). Si se 'deforma' su ecuación $x^2 + y^2 - z^2 = 0$ poniendo en lugar del 0 un número a cualquiera, la superficie

$$x^2 + y^2 - z^2 = a$$

es lisa si $a \neq 0$. Imágenes para $a = -\frac{1}{2}$, $a = 0$, $a = \frac{1}{2}$:

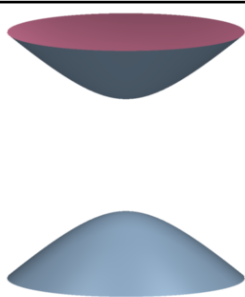




En los ejemplos que siguen se verá que es posible deformar singularidades más complicadas de manera que aparezcan varias singularidades como las del cono cuadrático (singularidades cónicas).

a=0.00

$x^2+y^2-z^2-a$ =0

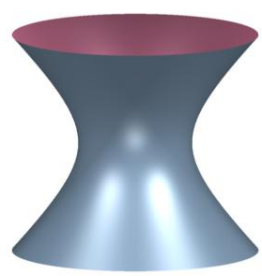
Figura 5



a=0.50

$x^2+y^2-z^2+a$ =0

Figura 6



a=0.50

$x^2+y^2-z^2-a$ =0

Figura 7

Por otro lado también se escribía en el pizarrón la ecuación algebraica de la superficie y se la dibujaba en el mismo juntamente con las intersecciones con los planos coordenados. Lo mismo se hizo con las otras superficies: cilindros, paraboloides, etc.

Conclusiones

En los cursos donde se utilizó el software de simulación de Geometría Análítica sobre superficies se realizó la siguientes encuesta, Figura 8

Asignatura:	Curso:	Turno:
1- El uso de este material informático, ¿le facilita su aprendizaje sobre el tema?:		
Si <input type="checkbox"/>	Más o menos <input type="checkbox"/>	No <input type="checkbox"/>
Explique las razones :.....		
2- ¿Le permite un conocimiento de las superficies desde otra óptica menos algebraica?		
Si <input type="checkbox"/>	Más o menos <input type="checkbox"/>	No <input type="checkbox"/>
3- Esta forma de trabajar, ¿le resulta motivadora?		
Si <input type="checkbox"/>	Más o menos <input type="checkbox"/>	No <input type="checkbox"/>
Aclare los motivos:		
4- Durante el proceso de aprendizaje en que momento considera beneficioso el uso del material		

Figura 8

Se obtuvieron los siguientes resultados que se muestran en las figuras 9 y 10.

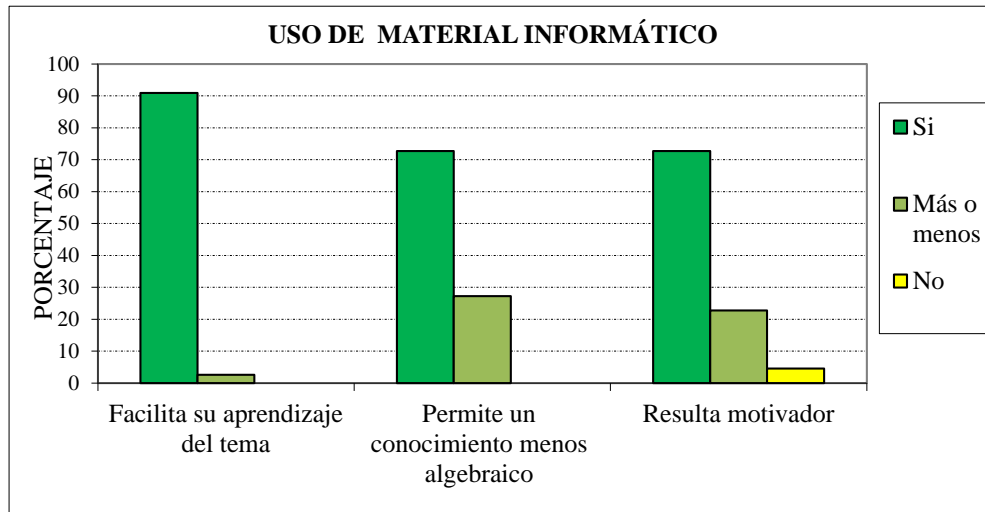


Figura 9

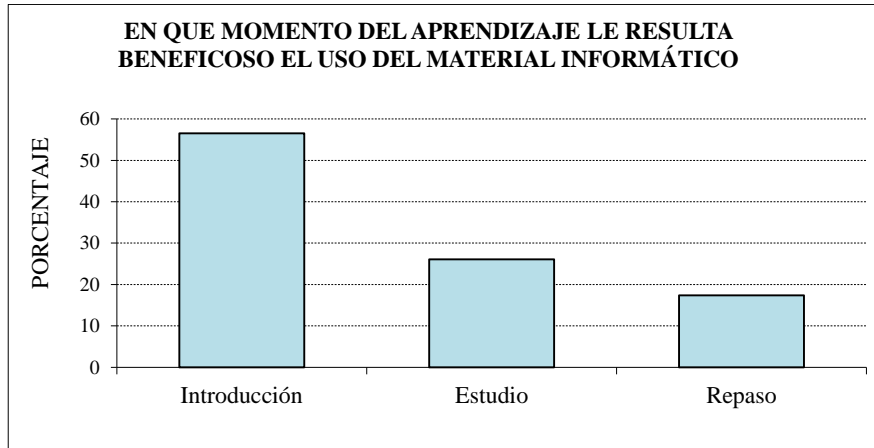


Figura 10

Las respuestas obtenidas indican que los alumnos encuestados en su mayoría encontraron que la experiencia fue positiva y consideran más beneficioso el uso del material como introducción al tema.

Si bien los estudiantes en su mayoría, como ya comentamos, pertenecen a la generación informática, resultó llamativo el bajo porcentaje de ellos que optan por los medios audiovisuales para estudiar; por esta razón consideramos importante introducirlos en el manejo de software matemáticos. Por otra parte esta forma de trabajar tiene la ventaja que el alumno pueda repetir la experiencia en otros ámbitos y así seguir su propio ritmo de comprensión del tema, propiciando de este modo la autogestión de su aprendizaje. Como señala Perkins (Perkins, 1997, p. 21): “Sólo es posible retener, comprender y usar activamente el conocimiento mediante experiencias de aprendizaje en las que los alumnos reflexionen sobre lo que están aprendiendo y con lo que están aprendiendo”, siguiendo este lineamiento consideramos que este tipo de experiencias propician la ruptura de la linealidad teoría-práctica, por cuanto mediante la visualización de las superficies los alumnos las identifican con sus ecuaciones algebraicas.

Referencias Bibliográficas

- Ausubel, D. (2002). *Adquisición y retención del conocimiento*. Barcelona: Paidós.
- Duval, R. (1999). *Semiosis y pensamiento humano, registros semióticos y aprendizaje intelectual*. Colombia: Artes Gráficas Univalle.
- Eisenberg, T y Dreifus, T. (1994). *On Understanding How Students Learn to Visualize Function Transformations*. United States of America: American Mathematical Society.
- Guzmán, M. (1996). *El Rincón de la Pizarra*. Madrid: Pirámide.
- Litwin, E. (1995). *Tecnología Educativa. Política, historias, propuestas*. Buenos Aires: Paidós.
- Perkins, D. (1997). *La escuela inteligente. Del adiestramiento de la memoria a la educación de la mente*. Barcelona: Gedisea