

## ‘CONOCIMIENTO DEL CONTENIDO Y DE LA ENSEÑANZA’ DE GEOMETRÍA TRIDIMENSIONAL EN LA FORMACIÓN DE PROFESORES

Natalia Sgreccia, Marta Massa

Facultad de Ciencias Exactas, Ingeniería y Agrimensura - Universidad Nacional de Rosario; Consejo Nacional de Investigaciones Científicas y Técnicas. Argentina  
sgreccia@fceia.unr.edu.ar, mmassa@fceia.unr.edu.ar

Nivel Universitario

**Palabras clave:** conocimiento matemático para enseñar, geometría tridimensional, formación de profesores en Matemática

744

### Resumen

En este trabajo se caracterizan los rasgos del *conocimiento matemático para enseñar* geometría 3d en primer y segundo año de la escuela secundaria que, tanto estudiantes para profesor como docentes noveles egresadas de la Universidad Nacional de Rosario, han logrado en su formación. Para ello se realizó una investigación empírica con 32 participantes (75% de las cohortes 2002-2007 del Plan de Estudios vigente).

Se comparten los resultados relativos al dominio *conocimiento del contenido y de la enseñanza*, que comprende los aspectos propios de la Didáctica de la Matemática. Requiere una interacción entre el entendimiento matemático específico y los aspectos pedagógicos que inciden en el aprendizaje del alumno como, por ejemplo, la secuenciación de contenidos que realiza el docente para enseñar.

Particularmente se les solicitó a las participantes que diseñaran una actividad para enseñar secciones planas de cuerpos redondos en un segundo año de secundaria y luego se les preguntó acerca de la elección de los recursos didácticos empleados, eventuales consideraciones de alternativas didácticas que excluyeron, los objetivos prioritarios que habían tenido al diseñar la actividad, la posible influencia del contexto en ello y las referencias en que se basaron para generar su producción.

Los rasgos predominantes del *conocimiento del contenido y de la enseñanza* permiten inferir una necesidad de fortalecimiento en la interacción entre el entendimiento matemático específico y los aspectos pedagógicos propios de este dominio de *conocimiento matemático para enseñar* geometría 3d en la secundaria.

### Presentación

La didáctica de la geometría tridimensional cuenta con reducida investigación educativa reflejándose esto en la escasa importancia que el profesor le otorga a su enseñanza en la escuela secundaria (Moore-Russo & Schroeder, 2007). Además, dentro de la poca geometría que se enseña, queda prácticamente excluida la 3d (Barrantes & Blanco, 2006). Una cuestión de interés es indagar de qué manera ha influido la formación de grado en el conocimiento construido para enseñar contenidos asociados a la geometría tridimensional en la escuela secundaria.

Como parte de la tesis doctoral “La geometría del espacio en el Profesorado en Matemática: la generación de puentes entre la formación disciplinar y didáctica”, se caracterizan los rasgos del *conocimiento matemático para enseñar* geometría 3d en los dos primeros años

de la escuela secundaria que tanto estudiantes avanzadas como egresadas de la carrera Profesorado en Matemática (PM) han logrado en su formación.

La investigación se encuadra en el denominado *conocimiento matemático para enseñar* (Ball, Thames & Phelps, 2008), que comprende los siguientes seis dominios de *conocimiento: común del contenido; en el horizonte matemático; especializado del contenido; del contenido y de los alumnos; del contenido y del currículum; del contenido y de la enseñanza*. Este trabajo se focaliza en este último dominio, que comprende los aspectos propios de la Didáctica de la Matemática asociados a la interacción entre el entendimiento matemático específico y los aspectos pedagógicos que inciden en el aprendizaje del alumno. En particular, aquí se lo vincula con la enseñanza de la geometría tridimensional en primer y segundo año de la escuela secundaria.

### Metodología

El enfoque de la investigación es cualitativo con alcance descriptivo (Hernández Sampieri, Fernández Collado & Baptista Lucio, 2006). Se aborda mediante un estudio de caso que contempla *una carrera* -PM de la UNR, que guarda similitud en aspectos vinculados con la organización académica y curricular de otros Profesorados universitarios- y *dos tipos de actores* -estudiantes avanzadas, cursantes de tercer o cuarto año de la carrera, y egresadas en los últimos cinco años-. Se trabajó con 32 participantes (19 estudiantes y 13 egresadas, 75% de las cohortes 2002-2007 del Plan de Estudios vigente). Entre las técnicas, se empleó la entrevista escrita mediante cuestionarios abiertos, procesándose los datos mediante análisis del contenido (Ander-Egg, 2003).

Se indagó el *conocimiento del contenido y de la enseñanza* que las participantes poseen a través de las siguientes seis preguntas, con sus correspondientes categorías de análisis:

*Suponga que va a enseñar el contenido “secciones de cuerpos redondos mediante planos” en un 2° año de una escuela secundaria en una institución educativa que cuenta con todos los recursos necesarios.*

- *Diseñe una actividad para llevar a cabo dicha enseñanza*
- *¿Cuáles recursos didácticos decidió emplear? ¿Por qué? ¿Para promover cuáles habilidades?*
- *¿Qué cosas excluyó en esta actividad? ¿Por qué?*
- *¿Cuáles fueron sus objetivos prioritarios en esta actividad?*
- *¿Cómo influyó el contexto (institucional, socio-económico de los alumnos, etc.) sobre las decisiones realizadas en torno a esta actividad?*
- *¿En qué se inspiró para diseñar dicha actividad?*

### Resultados

Se describen y analizan los resultados relativos a cada categoría de análisis.

#### Diseño de una actividad de enseñanza

Se analizan las propuestas de las participantes según el tipo de habilidad geométrica (Höffer, 1981) que se interpreta que estarían fomentando (para cada modalidad, el par

ordenado que la compañía representa la cantidad de estudiantes y de egresadas respectivamente que mencionaron esa idea):

Tareas que promueven habilidades visuales. Prácticamente todas las participantes (16,8) propusieron *realizar distintos cortes a cuerpos redondos para descubrir lugares geométricos 2d*. Sólo en siete casos (3,4) se propició la *inferencia de la inclinación del plano de corte para cierta representación 2d* y cinco participantes (3,2) alentaron la *inferencia de las formas de las secciones*. Pocas participantes (5,1), prioritariamente las estudiantes, propusieron *trabajar con software (cortes virtuales)*.

En casos prácticamente aislados se mencionó: (2,0) *realizar distintos cortes a cuerpos redondos para descubrir lugares geométricos 3d*; (0,2) *identificar el cuerpo a partir de diversos cortes 2d*; (1,0) *distinguir entre figura y superficie*; (0,1) *visualizar cuerpos redondos ya cortados, para identificar secciones ya presentadas*.

Se rescata la nutrida y numerosa cantidad de propuestas que estarían promoviendo habilidades visuales, algunas de ellas con baja frecuencia. La ligera tendencia de las estudiantes de propiciar el trabajo con software sugiere la influencia de la reciente integración matemática de las TIC en la mejora formativa del profesor.

Tareas que promueven habilidades de razonamiento. La tercera parte de las participantes propuso (6,4) *atender a la exhaustividad de los casos considerados* y en una proporción menor de estudiantes (2,4), *clasificar las figuras planas que surgen de las secciones*. También hubo propuestas de instancias para (3,3) *elaborar conclusiones* y, en menor medida, para (0,2) *determinar condiciones de optimización*.

Se observa que las frecuencias no son tan altas como podría preverse en el área Matemática, donde la habilidad de razonamiento es de vital importancia. Así, el total de respuestas concentradas en este tipo de habilidad es 24 (11,13) mientras que en las de tipo visual es 43 (27,16). Esto advierte un posible riesgo: descuidar el tránsito hacia mayores niveles de abstracción en actividades que involucran el contenido en cuestión.

Tareas que promueven habilidades de dibujo y construcción. La tercera parte de estudiantes y la mitad de egresadas apelaron a (6,7) *representar matemáticamente en 2d*, mientras que menor cantidad de egresadas hizo referencia a (7,2) *representar empíricamente en 2d* (sin los códigos y convenciones matemáticas para tal fin). En menor medida propusieron la (2,4) *construcción de modelos geométricos 3d* que representen a cuerpos redondos.

Tareas que promueven habilidades de comunicación. Más de la mitad de estudiantes y la tercera parte de egresadas propusieron (11,4) *registrar en forma escrita lo observado luego de realizar varios cortes*. Fue considerable la cantidad que optó (8,6) *describir en forma oral las figuras geométricas obtenidas de los cortes*, (6,5) *organizar la información por escrito en una tabla orientada por el docente* e (6,4) *institucionalizar procedimientos matemáticos por parte del profesor*. Como puede apreciarse, las actividades diseñadas promovieron distintas formas de comunicación.

En la mayoría de los casos las propuestas mostraron similitud en la forma de presentación, siguiendo el modelo de una secuencia didáctica que fuera objeto de análisis en un cuestionario previo. Esto llevaría a hipotetizar cuán formativo resultaría la presentación de secuencias didácticas específicas y análisis con preguntas-guía como las que contenía tal cuestionario.

Tareas que promueven habilidades de aplicación y transferencia. Escasamente se prestó atención a (4,5) *contextualizar el contenido matemático* y a (3,1) *afianzar contenidos matemáticos* desarrollados con anterioridad.

**Elección de recursos didácticos**

Enumeración de los recursos empleados (Fig. 1). Casi todas las participantes -excepto tres (1,2)- consideraron alguna de las dos primeras modalidades, incluyendo los materiales escolares habituales (tiza, pizarrón, útiles del alumno, elementos de construcción geométrica) y los cuerpos prefabricados (de telgopor, cartulina o cotidianos). Se observa la cautela de las participantes al atender al nivel de seguridad de la herramienta para realizar los cortes en clase. Resultan escasas las propuestas con TIC y en los casos en que aludieron a este recurso, lo relacionaron sólo a software matemático (dinámico, interactivo).

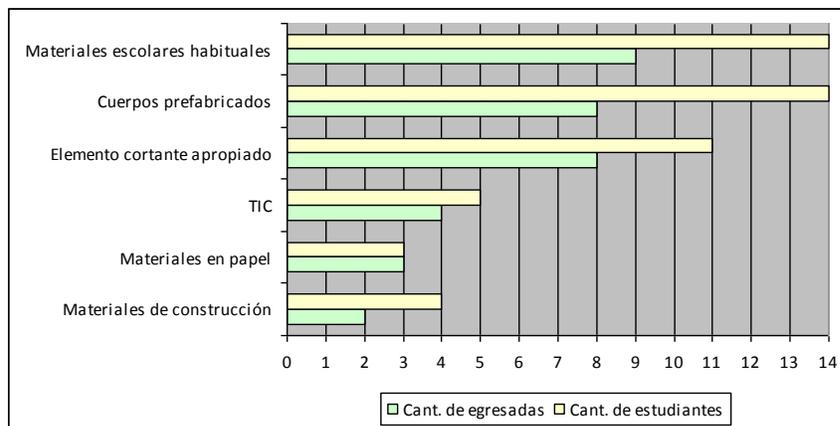


Figura 1. Enumeración de los recursos empleados

Los materiales en papel se refieren a fotocopias, apuntes y carpetas, mientras que los materiales de construcción, a masa para armar, plastilina, planchas de cartón y palitos de brochette.

Justificación de la elección (Tabla 1). Se le atribuyó importancia al recurso desde su potencial facilitador y motivador de aprendizajes en términos generales. A su vez, sería pertinente advertir por parte de las participantes la dependencia del recurso a la intencionalidad del docente que, en este caso, está asociada a la actividad que ellas mismas diseñaron al responder a la primera cuestión. También se reconocieron importantes consideraciones que involucran, en algún sentido, la visualización espacial. Sin embargo las frecuencias resultaron muy bajas. Se observa que prevalece el criterio de selección basado en términos prácticos tanto sobre el uso posible como sobre el acceso viable con relación al recurso en cuestión. En cuanto a la accesibilidad, sólo una estudiante lo consideró, pero se infiere que tal “ausencia” de mención por parte de las participantes

estuvo influenciada por la introducción del cuestionario, donde se decía que la institución contaba con todos los recursos necesarios. Tres participantes (2,1) no justificaron sus respuestas.

| Perspectiva para justificar       | Modalidad                                     | Frecuencia |
|-----------------------------------|---|------------|
| Proceso de aprendizaje en general | Como facilitador                              | (8,4)      |
|                                   | Como motivador                                | (4,5)      |
|                                   | Como organizador                              | (2,2)      |
| Proceso de visualización espacial | Cuerpos concretos como andamio                | (4,2)      |
|                                   | TIC como andamio                              | (3,1)      |
|                                   | Enfoque sintético previo al enfoque analítico | (1,2)      |
| Funcionalidad                     | Utilidad                                      | (2,6)      |
|                                   | Accesibilidad                                 | (1,0)      |

Tabla 1. Justificación de la elección

Habilidades que los recursos ayudarían a promover (Fig. 2). Predominaron claramente las *visuales* (involucrando términos tales como: observar, visualizar, imaginar mentalmente el espacio). También fue importante la orientación hacia habilidades de *comunicación* (participar, explicar, apropiarse del lenguaje matemático), de *dibujo y construcción* (esquematizar, representar gráficamente, desarrollar la motricidad fina) y de *razonamiento* (conjeturar, abstraer, sistematizar el conocimiento). Las mismas fueron mencionadas por una tercera parte de cada grupo, con excepción de las habilidades de *comunicación* que involucran a la mitad de egresadas. En menor medida señalan habilidades de *aplicación y transferencia* (incluso en términos generales), siendo de mayor referencia por las egresadas.

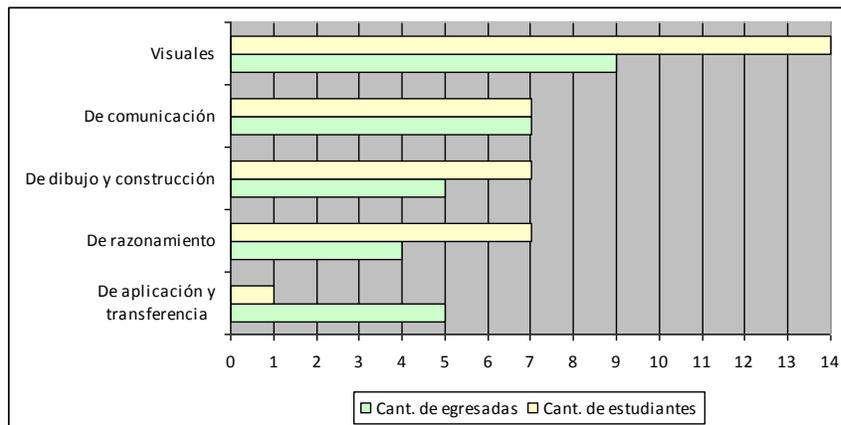


Figura 2. Habilidades que los recursos ayudarían a promover

Cabe mencionar que cuatro participantes (3,1) no hicieron referencia explícita a habilidades que los recursos ayudarían a promover.

**Consideraciones de alternativas didácticas.**

En la Tabla 2 se presentan los *aspectos excluidos* (filas) y la *justificación de lo excluido* (columnas) haciendo referencia a eventuales consideraciones de alternativas didácticas para el diseño de la actividad de enseñanza en cuestión. En las celdas (intersección de columnas

y filas) se indica la cantidad de participantes cuya respuesta comprende las dos modalidades respectivas.

Se registró una mayor cantidad de respuestas *desde lo matemático* que *desde lo didáctico*. En cuanto a los aspectos excluidos desde lo matemático pareciera que las participantes optaron por hacer un recorte del contenido en tratamiento (secciones de cuerpos redondos al cortar por planos), excluyendo niveles mayores de abstracción o integración (complejidad, formalización, representación o contextualización). Desde lo didáctico, las pocas referencias se sustentan en criterios para favorecer la construcción de conocimientos geométricos en la clase (cierto tipo de material, transmisión, trabajo con alumnos).

En forma prácticamente aislada, algunas manifestaron cautela al realizar cortes en el aula, por cuestiones de seguridad, o al involucrar algún soporte tecnológico. Dos estudiantes no explicitaron en sus respuestas qué aspectos excluyeron, dentro de alternativas posibles. Aproximadamente la mitad de las participantes explicitó, como elemento básico para articular adecuadamente sus decisiones didácticas, haber realizado un recorte del contenido en función a objetivos específicos y adecuación al nivel de los alumnos, tanto relativo a los contenidos previos como al desarrollo cognitivo. En menor medida, las decisiones contemplaron un rol activo del alumno, así como consideraciones particulares sobre el material a emplear, de manera que el recurso sea facilitador del aprendizaje y no ofrezca riesgos potenciales.

Si bien se mencionó un par de eventuales condicionantes al ubicar la actividad en algún contexto real, los mismos tuvieron muy baja frecuencia. Se rescata la valoración de tres egresadas de considerar más beneficiosa la realización propia de los dibujos que la mera contemplación de los ajenos. Sin embargo, la reproducción gráfica de modelos dados puede constituirse en una actividad matemática con riqueza formativa (Barrero et al, 2007).

Cabe destacar que, además, dos estudiantes consideraron que estaban dando un tratamiento completo, de acuerdo al currículum prescripto, al decir: *“Teniendo en cuenta el Diseño Curricular Jurisdiccional de la provincia de Santa Fe vigente para los dos primeros años de la escuela secundaria en el área de Geometría no estoy excluyendo nada”*.

La justificación de los aspectos excluidos desde lo matemático, más puntualmente sobre secciones de ciertos cuerpos redondos y formalización matemática, estuvo asociada con predominio al recorte del contenido en función a objetivos específicos. Desde lo didáctico, la justificación, tanto en estudiantes como en egresadas, se basó principalmente en la enseñanza centrada en alumnos. En menor medida se mencionaron consideraciones sobre el material y dificultades del alumno para procesar dibujos ajenos.

Se destaca la presencia de algunos bloques de celdas vacíos, como ser la justificación del recorte del contenido fundamentado en criterios didácticos así como en el sector que conjuga lo matemático con los condicionantes reales, estando los dos únicos casos identificados asociados con el tiempo disponible para el desarrollo de los contenidos.

| Justificación de lo excluido |   | Desde los componentes básicos de la planificación                |  |  | Desde los condicionantes reales                             |  |                                     |
|------------------------------|---|--|--|--|---|--|-------------------------------------|
|                              |   | (11,6)<br>Recorte del contenido en función objetivos específicos | (3,3)<br>Enseñanza centrada en alumnos | (1,3)<br>Consideraciones sobre el material a emplear | (0,3)<br>Dificultad del alumno para procesar dibujos ajenos | (1,2)<br>Escasez del tiempo disponible | (1,0)<br>Falta de formación docente |
| Desde lo matemático          | (7,4)<br>Secciones de cuerpos redondos particulares | (7,4)  |  |  |   |  |                                     |
|                              | (3,3)<br>Formalización                              | (3,2)  | (0,1)                                  | (0,1)  |   |  |                                     |
|                              | (1,1)<br>Técnicas de representación                 | (1,1)  |  |  |   | (0,1)                                  |                                     |
|                              | (1,1)<br>Relaciones con otros contenidos            | (1,0)  |  | (0,1)  |   | (0,1)                                  |                                     |
| Desde lo didáctico           | (1,4)<br>Material centrado en representación 2d     |  | (1,1)                                  | (0,1)  | (0,3)   |  |                                     |
|                              | (3,0)<br>Transmisión cerrada del conocimiento       |  | (2,0)                                  |  |   |  |                                     |
|                              | (1,2)<br>Formas de trabajo de alumnos               |  | (0,1)                                  | (1,1)  |   |  |                                     |
|                              | (2,0)<br>Uso de TIC                                 |  | (1,0)                                  |  |   | (1,0)                                  | (1,0)                               |

Tabla 2. Consideraciones de alternativas didácticas

**Objetivos prioritarios al diseñar una actividad**

Objetivos específicos, con relación al contenido en tratamiento. (11,7) Reconocer las secciones y clasificarlas; (7,5) Desarrollar la visión espacial con un enfoque analítico; (7,3) Relacionar la representación gráfica 2d y el objeto real 3d; (4,2) Inferir la relación entre la sección cónica y la inclinación del plano; (4,1) Atender a la exhaustividad; (4,1) Contextualizar el contenido; (4,0) Concebir las secciones como lugares geométricos; (1,1) Operar bajo condiciones de optimización.

Más de la mitad de las participantes se ubicó en una fase de reconocimiento y clasificación de las secciones que se obtienen al intersecar cuerpos redondos con planos. También la tercera parte de las participantes se propuso fomentar el desarrollo de la visión espacial con un enfoque analítico que, sin alcanzar el nivel de especificidad de la denominada geometría analítica, supone una mirada analítica. Además se resaltó la relación entre la representación gráfica 2d y el objeto real 3d, dando indicios de la importancia asignada a la representación plana de un objeto tridimensional y su interpretación (Gutiérrez, 1998).

Se destaca que muy pocas participantes (menos de la quinta parte) explicitaron haberse propuesto objetivos de un nivel superior de abstracción o integración, como ser: inferir la relación entre la sección cónica y la inclinación del plano, atender a la exhaustividad, contextualizar el contenido, concebir las secciones como lugares geométricos y operar bajo condiciones de optimización. Esto denota la restricción de la propuesta a los primeros niveles de razonamiento geométrico 3d, a pesar de estar ubicándose la secuencia ya en un 2° año de la escuela secundaria. Cabe señalar que en el caso de siete participantes (4,3), no se han detectado objetivos específicos en sus respuestas.

Objetivos generales, que se proponen desarrollar: (5,2) *La experimentación y observación*; (4,2) *La comunicación lingüística*; (3,2) *El razonamiento matemático, en un 2° nivel (al inferir y probar nuevas relaciones)*; (4,0) *El razonamiento matemático, en un 1° nivel (al relacionar y aplicar contenidos ya desarrollados)*; (2,2) *El razonamiento matemático, en un 3° nivel (al trascender lo realizado y observarlo retrospectivamente)*; (3,0) *La capacidad de interacción grupal*.

Las participantes, en conjunto, consideraron un nutrido abanico de objetivos generales, aunque cada uno de ellos con muy baja frecuencia (yendo de un 22% en la primera modalidad a un 9% de representatividad en la última). En el caso de 17 respuestas (9,8) no se han detectado expresiones que puedan asociarse con objetivos generales.

### **Influencia del contexto en el diseño de actividades de enseñanza**

Foco contextual. (17,11) *Institución*; (12,7) *Alumnos*; (5,3) *Docente*.

Prácticamente todas las participantes (87,5%) focalizaron la eventual *influencia del contexto* en la institución educativa donde tendrían que implementar la actividad propuesta. También fue importante la alusión a las particularidades de los alumnos (60%) y sólo la cuarta parte involucró en forma directa al docente en su respuesta. Al respecto, cabe observar que hubo muy escasa inclusión de aspectos distintos a los que se habían usado para ejemplificar entre paréntesis en el protocolo empleado en el cuestionario.

Justificación sobre contexto de influencia (Tabla 3). Entre las modalidades vinculadas a los sujetos de aprendizaje, prevaleció lo socio-económico, vinculado con la posibilidad de acceso a materiales desde el ámbito familiar, aunque con frecuencia baja (menos de la quinta parte). Poca gravitación tuvo el nivel de formación del grupo familiar o el apoyo a la escuela. En la disponibilidad de recursos es donde se concentraron mayoritariamente las respuestas y, en particular, en el material concreto de cuerpos que pueda proveer la institución. La cuarta parte de las participantes también mencionó el soporte tecnológico y sólo muy baja proporción (2,2) la calidad de la propuesta docente. Se aprecia, en términos

comparativos, que muchas participantes tuvieron en cuenta la disponibilidad del material concreto por parte de la escuela y pocas la calidad de la propuesta docente, al considerar la influencia del contexto en el diseño de la actividad.

Son escasas las explicitaciones con relación a la cultura institucional como componente del contexto que se está analizando, las pocas alusiones están relacionadas con las formas de trabajo que son “permitidas” o “aceptadas” para la clase. En general, se observa que prevalece la idea que un trabajo activo, basado en construcción y/o experimentación, perturba el ambiente escolar. Como es baja la frecuencia, esto indicaría que esa característica es particular de algunas escuelas.

Entre las 14 participantes (8,6) que consideraron que las variantes del contexto no modificarían sustancialmente la viabilidad de implementación de las actividades por ellas propuestas, la mayoría tendió a pensarlo desde los recursos a disposición (ya sea por considerar su mención en la introducción del cuestionario o por considerar los mismos de fácil acceso). También, en menor cantidad de estudiantes, se pensó en que la actividad podría llevarse a cabo independientemente de las características particulares de los aprendices. No se recogieron referencias a conocimientos previos, formas de trabajo en cursos anteriores, etc.

| Perspectiva para justificar   | Modalidad  | Frecuencia |
|-------------------------------|--|------------|
| Condicionantes al aprendizaje | Situación socio-económica del grupo                        | (5,1)      |
|                               | Nivel de conocimientos previos                             | (0,2)      |
|                               | Particularidad del curso                                   | (0,1)      |
| Recursos a disposición        | Material concreto de cuerpos geométricos en la institución | (11,4)     |
|                               | Soporte tecnológico en la institución                      | (5,3)      |
|                               | Calidad de la propuesta docente                            | (2,2)      |
| Cultura institucional         | Compromiso del alumno con la institución                   | (2,2)      |
|                               | Formas de trabajo en la institución                        | (0,3)      |
| Sin influencia                | Recursos a disposición                                     | (6,4)      |
|                               | Condicionantes de aprendizaje                              | (3,3)      |

Tabla 3. Justificación sobre contexto de influencia

### Referencias para el diseño de una actividad

Propios procesos formativos. (6,3) *Carrera de grado*; (6,3) *Socialización de materiales y experiencias*; (3,2) *Prácticas en el aula*; (3,0) *Representación matemática*.

La tercera parte de estudiantes y la cuarta parte de egresadas hicieron referencia a instancias formativas en la carrera de grado. La misma cantidad consideró la socialización de materiales y experiencias, ya sea en la carrera o no. Se rescataron algunas experiencias en prácticas de aula, pero llamativamente no hubo un predominio de egresadas en ello. Tres estudiantes aludieron al recuerdo de sus propios procesos de representación matemática.

Sujetos de aprendizaje. (9,2) *Material concreto para favorecer aprendizajes*; (3,2) *Propuestas docentes para promover motivación*; (2,3) *Particularidades de los alumnos*.

Las participantes tuvieron en cuenta a los alumnos de secundaria a quienes involucraría la actividad, tanto desde sus particularidades como desde las posibles propuestas y materiales que podrían contribuir a sus aprendizajes, predominando estos últimos en estudiantes (con un 50% de concurrencia). Cabe mencionar que tres estudiantes apelaron, además (entre otros argumentos), a componentes personales, como por ejemplo: “*Sinceramente se me ocurrió*” y dos egresadas a contenidos del currículum: “... *en las definiciones de parábola, elipse e hipérbola*”; “... *en los contenidos del Diseño Curricular Jurisdiccional*”.

### **A modo de cierre**

En el diseño de la actividad para enseñar secciones planas de cuerpos redondos, se evidencia una presencia importante de las habilidades visuales a un nivel concreto desde lo sensorial sin demasiados avances hacia mayor abstracción, correlacionándose con la baja frecuencia atribuida a la habilidad de razonamiento. No se descuidaron las habilidades de comunicación y, en menor medida, se aludió a las de dibujo y construcción. Resultó prácticamente ignorada la aplicación y transferencia de los contenidos. Fueron escasas las propuestas con uso de TIC, en términos generales o desde soportes específicos para trabajar la geometría 3d y para cualquier tipo de recurso la explicitación conciente sobre la intencionalidad docente en su uso por sobre el dispositivo material en sí mismo. Las participantes han considerado un nutrido abanico de alternativas didácticas, considerándose muy saludable tener, como educadoras matemáticas, la posibilidad de hacerlo explícito. Los objetivos al diseñar la actividad que predominaron fueron específicos para la situación planteada y se ubicaron, acorde con las habilidades geométricas detectadas, en un nivel inferior de pensamiento geométrico. En la mayoría de los casos se hizo referencia a la dependencia contextual de la propuesta de enseñanza, con escasas referencias a ámbitos diferentes a los que aparecían enunciados en la cuestión formulada. Las referencias para diseñar la actividad no concurren en su totalidad ni siquiera en la mayoría de los casos hacia la carrera de grado, sino que se distribuyen en diversas experiencias y consideraciones acerca de los aprendices.

Los rasgos predominantes del *conocimiento del contenido y de la enseñanza* permiten inferir una necesidad de fortalecimiento en la interacción entre el entendimiento matemático específico y los aspectos pedagógicos propios de este dominio de *conocimiento matemático para enseñar* geometría 3d en la secundaria.

### **Referencias Bibliográficas**

- Ander-Egg, E. (2003). *Métodos y Técnicas de Investigación Social IV. Técnicas para la recogida de datos e información*. Buenos Aires: Lumen.
- Ball, D., Thames, M. & Phelps, G. (2008). Content Knowledge for Teaching. What Makes It Special? *Journal of Teacher Education*, 59(5), 389-407.
- Barrantes, M. & Blanco, L. (2006). A study of prospective primary teachers' conceptions of teaching and learning school Geometry. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 9, 411-436.

- Barrero, M., Beltrán, S., Bifano, F., Carpintero, C., Fioriti, G., Giuliani, D., Sessa, C. & Veiga, S. (2007). *Geometría. Aportes para su enseñanza*. Nivel Medio, Dirección de Currícula, Ministerio de Educación. GCBA. Disponible en: [http://estatico.buenosaires.gov.ar/areas/educacion/curricula/media/matematica/geometria\\_media.pdf](http://estatico.buenosaires.gov.ar/areas/educacion/curricula/media/matematica/geometria_media.pdf). Consultado el 09 de septiembre de 2008.
- Gutiérrez, A. (1998). Las representaciones planas de cuerpos 3-dimensionales en la enseñanza de la geometría espacial. *Ema*, 3(3), 193-220.
- Hernández Sampieri, R., Fernández Collado, C. & Baptista Lucio, P. (2006). *Metodología de la investigación* (4° ed.). México, DF: Mc Graw Hill.
- Höffer, A. (1981). Geometry is more than Proof. *Mathematics Teacher*, pp. 11-18.
- Moore-Russo, D. & Schroeder, T. (2007). Preservice and inservice secondary mathematics teachers' visualization of three-dimensional objects & their relationships. Ponencia presentada en el *Annual Meeting of the North American Chapter of the International Group for the Psychology of Mathematics Education*, Universidad de Nevada, Reno, Octubre.