



# II CEMACYC

II Congreso de Educación Matemática de América Central y El Caribe

29 octubre al 1 noviembre. 2017

Cali, Colombia

[ii.cemacyc.org](http://ii.cemacyc.org)



## Estudio comparativo de textos de álgebra en la segunda mitad del siglo XIX

Yolima **Álvarez** Polo

Facultad Tecnológica, Universidad Distrital Francisco José de Caldas  
Colombia

[yalvarezp@udistrital.edu.co](mailto:yalvarezp@udistrital.edu.co)

Asdrúbal **Moreno** Mosquera

Facultad Tecnológica, Universidad Distrital Francisco José de Caldas  
Colombia

[asmorenomosquera@gmail.com](mailto:asmorenomosquera@gmail.com)

### Resumen

En este minicurso se presenta un caso particular de análisis de textos, siguiendo pautas metodológicas establecidas con esta finalidad, con el propósito de promover las investigaciones en esta línea entre los asistentes al evento académico. Se trata de dos libros de texto de álgebra utilizados en su época en la Universidad Central de Madrid (Juan Cortázar Abasolo) y en el Colegio Militar de Bogotá (Lino de Pombo), respectivamente. Se considera los sistemas de ecuaciones lineales, tema tratado ampliamente por los dos autores en sus respectivas obras.

*Palabras clave:* Análisis de textos, Juan Cortázar Abasolo, Lino de Pombo, álgebra, sistemas de ecuaciones lineales.

### Introducción

El tema central del minicurso hace parte de un área de la historia de la educación matemática que comprende la evolución histórica de los conceptos matemáticos y el estudio de las características que permitan mostrar los avances que se incorporan en la enseñanza de la disciplina.

El material de trabajo son los textos originales publicados por los autores seleccionados que han sido obtenidos de las bibliotecas nacionales de los dos países. El objetivo del trabajo es mostrar con un ejemplo la aproximación metodológica empleada, en este caso, nos ceñiremos a la propuesta metodológica de Llombart e Ibañez (2001) sobre la comparación de textos en historia de la ciencia. Los autores plantean detalladamente una secuencia de tareas a las que el investigador se enfrenta cuándo inicia el trabajo en esta materia.

### Cortázar, Tratado de álgebra elemental (1857, 1883)

Juan Cortázar Abasolo (1809-1873) fue el catedrático de matemáticas representativo de los primeros años de la segunda mitad del siglo XIX en España. Escribió un Tratado de Aritmética que precede a dos obras de álgebra, ambas con primera edición en 1848: *Tratado de Álgebra Elemental* y *Tratado de Álgebra Superior*. Nos ocuparemos de la primera, el *Tratado de Álgebra Elemental*, como la mayoría de los libros de este autor, alcanzó muchas ediciones, la primera data de 1848 y la última en vida del autor fue la número 22 del año 1873, seguida por otra de 1875 que ya aparece al cuidado de sus “herederos” hasta completar la edición número 40 en 1919. Elegimos para comentar la octava edición publicada en el año 1857 por ser el libro de texto del curso de álgebra que se ofrecía en la Facultad de Ciencias de la Universidad Central en Madrid.

El *Tratado de Álgebra Elemental* de Cortázar consta de 208 páginas, está dividido en seis partes (denominadas libros), que se subdividen en capítulos, estos a su vez en artículos desglosados en apartados. El cálculo algébrico, las ecuaciones de primer grado, los problemas determinados de primer grado, las potencias y raíces de las cantidades algebraicas, las ecuaciones de segundo grado y los logaritmos y progresiones corresponden respectivamente al contenido del texto. Como es de esperar, en el libro 2º se ocupa de los sistemas lineales. Cortázar comienza con nociones generales sobre ecuación, solución, y ecuaciones equivalentes, considerando “ecuaciones simultáneas” sin emplear el término “sistema”. Centrándose ya en las ecuaciones de primer grado, expone a través de ejemplos los procedimientos algebraicos para eliminar incógnitas en dos ecuaciones con dos o más incógnitas, pasando en el capítulo 4 al caso de igual número de ecuaciones que de incógnitas, del que presenta la solución con el único recurso al proceso algebraico de eliminación de incógnitas, con lo que las fórmulas se le hacen inabarcables por largas y sólo se puede sugerir con un “etc.” que se hace igual con sistemas de mayor tamaño, en los que la solución se vislumbra pero sin disponer de un procedimiento que permita expresarla. En los capítulos siguientes, discute algunos casos de indeterminación e imposibilidad con sistemas de diverso número de ecuaciones e incógnitas, siempre con ejemplos de pequeño tamaño. En definitiva, Cortázar trabaja a la manera de Maclaurin y Cramer pero sin intentar la introducción de los determinantes como descripción de la expresión de las soluciones.

Esto fue así en todas las ediciones del *Tratado de Álgebra Elemental*, pero fue compensado, a partir de 1883, con la adición al final del libro de una nota de 31 páginas dedicada a los determinantes, a cargo del ingeniero de minas y geólogo Daniel de Cortázar, hijo del autor del Tratado. La nota se inicia con unas nociones preliminares que le permiten introducir la definición combinatoria del determinante. Comenta sobre las notaciones y establece las propiedades de los determinantes, sin olvidar la práctica regla de Sarrus para el caso de orden tres. Define determinantes menores y explica el desarrollo de un determinante por una línea. Define el producto de determinantes fila-fila, indicando que este producto se puede escribir de cuatro maneras distintas permutando las líneas (filas o columnas) a considerar para multiplicar. En las últimas diez páginas se ocupa de aplicaciones de los determinantes a la geometría, a la solución de sistemas de ecuaciones lineales y cuadráticas, todas ellas muy sencillas. En el primer caso, escribe en forma de determinante el área de un triángulo en el plano. En el segundo, retoma las fórmulas de la solución de un sistema de ecuaciones lineales  $2 \times 2$  y  $3 \times 3$  dadas en el libro 2º y observa que se trata de fracciones cuyos numeradores y denominadores son determinantes. Agrega que eso mismo ocurre para sistemas con cuatro o más ecuaciones que contengan igual número de incógnitas, de modo que, a pesar de exponer determinantes, deja incompleta su

aplicación primera y básica a la resolución de los sistemas de ecuaciones lineales. Dedicó algo más de una página a la discusión de la compatibilidad de los sistemas no homogéneos considerando en primer lugar la problemática en general y luego en un caso particular. Finalmente, trata de la eliminación en sistemas de dos ecuaciones de segundo grado, escritas en forma general, explicando el método dialítico de Sylvester para este caso.

### **Pombo, Lecciones de aritmética y álgebra (1858)**

Lino de Pombo O'Donnell (1797-1862) fue profesor de matemáticas en la Universidad del Cauca (1830-1833) y en el Colegio Militar desde su fundación en 1848 hasta su cierre en 1854.

Tras un periodo de formación en España, a su regreso al país, Pombo se reintegró al cuerpo militar, y fue enviado al departamento del Cauca. Allí alternó sus actividades militares con la academia.

Pombo inicia su labor de escritor de libros de matemáticas con *Lecciones de Geometría Analítica* (1850), siendo profesor de dicha asignatura en el Colegio. En 1858 publicó su segundo libro *Lecciones de Aritmética i Álgebra* (1858) estando ya cerrado el colegio.

Estos textos respondían a las necesidades latentes de la naciente comunidad académica, y hacen parte de una tarea más grande que apenas vislumbraba el autor en la introducción de su primer libro.

Es un texto compuesto de 35 lecciones, subdivididas a su vez por apartados cuya numeración reinicia con cada una de ellas. Aunque su título incluía la aritmética, se trata de tan sólo 8 lecciones, y las restantes son de álgebra. De estas últimas, nos ocuparemos de las tres en las que se estudian los sistemas de ecuaciones lineales: 16, 17 y 18.

La lección 16, titulada ecuaciones de primer grado, está subtitulada en: ecuaciones de primer grado con una incógnita y ecuaciones con dos incógnitas. Para estas últimas plantea dos ecuaciones con dos incógnitas en forma general y explica los métodos de eliminación (por sustitución, por igualación, por adición o sustracción y por división o multiplicación).

La lección 17 da continuación a la anterior, y esta vez considera: ecuaciones con más de dos incógnitas y fórmulas generales de primer grado. La primera parte está motivada por tres problemas y la segunda proporciona la solución general para un sistema de tres ecuaciones y tres incógnitas e introduce el método de Bézout de modo inductivo, primero a las ecuaciones con dos, tres, cuatro, cinco y seis incógnitas.

El autor finaliza esta lección 17 con seis problemas para resolver. En cada caso ofrece los resultados.

En la lección 18, sigue el estudio de las ecuaciones de primer grado. Esta vez se dedica a la discusión analítica de las cuestiones algebraicas, y la naturaleza e interpretación de las soluciones. Considera el caso de dos ecuaciones y dos incógnitas en general, y su solución dada para el caso de dos incógnitas. Realiza un estudio general de los sistemas y finaliza la lección indicando que se puede analizar el caso de tres ecuaciones y tres variables, haciendo todas las suposiciones que permiten los seis trinomios y concluye que esto es innecesario y fatigoso, y daría resultados análogos a los obtenidos.

### **Consideraciones finales**

En este caso se consideran dos libros de texto escritos por autores representativos en la

historia de la educación matemática en dos países, España y Colombia. En particular, se contrasta el tratamiento dado por Cortázar a los sistemas de ecuaciones lineales con el dado al mismo tema en el libro de texto de álgebra de Pombo.

Las obras aquí consideradas nos permiten mostrar el grado de modernidad de los textos respecto a la evolución de los temas a nivel general. Son clara evidencia del estancamiento del conocimiento en una región determinada debido a la prolongación en el tiempo de las obras. Por otra parte, muestran la evolución del idioma y la notación utilizada en su interior.

Se observa en el desarrollo que acabamos de describir que el tratamiento de los sistemas lineales que realiza Cortázar en España y Pombo en Colombia en estos años centrales del siglo XIX se encuentra en la fase calculatoria de aplicación de los métodos de eliminación previa al desarrollo del algoritmo de los determinantes, que se vislumbra en la repetición y simetría de las fórmulas.

### Referencias y bibliografía

- Álvarez, Y. (2013). *Introducción del álgebra lineal en España y Colombia durante la segunda mitad del s. XIX y la primera del s. XX* (tesis de doctorado). Universidad de la Rioja, Logroño.
- Caballer, M., C. (2006). *El álgebra en la enseñanza secundaria en España (1836-1936)* (tesis de doctorado). Universidad del País Vasco, Bilbao.
- Camargo, D. (2008). *Los textos de álgebra publicados en Colombia durante el siglo XIX y comienzos del XX* (tesis de maestría). Universidad de los Andes, Bogotá.
- León, C. M. & Maz, A. (2015). Juan Cortázar y sus aportaciones a la educación matemática española del siglo XIX. *Ensayos, Revista de la Facultad de Educación de Albacete*, 30(1), 55-62.
- León, C. M. (2017). *Juan Cortázar y su contribución a la formación matemática española en el siglo XIX* (tesis de doctorado). Universidad de Córdoba, Córdoba.
- Llombart, J., & Ibañez, I. (2001). La comparación de textos en historia de la ciencia: una propuesta metodológica. *LLULL*, 24, 131-148.
- Sánchez, C. H. (2002). Cien años de historia de la matemática en Colombia. 1848-1948. *Revista de la Academia Colombiana de Ciencias Exactas, Físicas y Naturales*, 26(99) 239-260.