

PASSOS INICIAIS NOS CAMINHOS DA ÁLGEBRA

Tânia Baier – Janaína Poffo Possamai
taniabaier@gmail.com – janapoffo@gmail.com
Universidade Regional de Blumenau (Brasil)

Tema: Pensamento algébrico

Modalidade: Comunicação breve

Nível educativo: Terciário – Universitário

Palavras chave: Ensino de álgebra. Educação universitária.

Resumo

Neste artigo são descritos os procedimentos metodológicos e apresentados os resultados de uma investigação realizada com o objetivo de identificar as dificuldades, encontradas por quarenta e seis estudantes universitários, no entendimento do conceito de variável e na transcrição de situações descritas em linguagem usual para a linguagem algébrica. Para a superação das dificuldades encontradas, os estudantes realizaram atividades pedagógicas construídas seguindo as sugestões de Lochhead e Mestre (1995), de modo que o estudo das situações, relacionadas com o cotidiano, foi realizado inicialmente de forma qualitativa, em seguida quantitativa e, por fim, conceitual. As atividades foram organizadas seguindo as etapas da construção histórica da álgebra, do retórico à simbolização. Após a realização das atividades pedagógicas, foi realizada uma segunda avaliação, sendo constatada a eficiência da realização das atividades didáticas para o entendimento do conceito de variável e dos procedimentos fundamentais da álgebra. Com o objetivo de refletir sobre dificuldades que ocorrem no aprendizado dos conceitos elementares de álgebra, neste artigo, são discutidas diversas concepções de álgebra que se relacionam com diferentes entendimentos de variável. São apontadas algumas ações pedagógicas que dificultam o aprendizado dos conceitos fundamentais da álgebra: a precoce utilização de simbologia algébrica e a supressão do sinal de multiplicação.

Introdução

As pesquisas em diversas áreas do conhecimento estão baseadas no cálculo diferencial e integral e o entendimento dessa área da matemática demanda o domínio do conceito de variável de uma função. No decorrer da história da humanidade, nos fenômenos que são objeto de estudo, tem sido fundamental identificar e mensurar os dados que permanecem constantes e os que sofrem variações. Desde o início da criação da ciência europeia ocidental, na época de Galileu Galilei (1564-1642), a linguagem matemática tem sido utilizada para descrever os fenômenos da natureza. Para Galilei, a natureza é um livro escrito na linguagem matemática que só pode ser entendido por aqueles que a conhecem e, se tal metáfora for assumida na atualidade, podem ser acrescentados mais caracteres, entre eles, a simbologia algébrica.

Por sua importância na descrição de fenômenos lineares, um dos tópicos na educação básica é a função afim, também conhecida como função do primeiro grau, enfocada na investigação apresentada neste artigo. Seu estudo inicial passa pela compreensão do conceito de variável, podendo partir da discussão de situações, relacionadas com o cotidiano dos estudantes, onde está presente a ideia de mudança e de variação. É importante a resolução de equações de modo formal, seguindo procedimentos que envolvem o domínio da notação algébrica para escrever os processos de obtenção do valor numérico da variável, no entanto, “[...] deve-se conceber a habilidade algébrica básica como algo que ultrapassa a pura manipulação de símbolos”. (HOUSE, 1995, p.5).

As questões da investigação discutidas neste artigo foram elaboradas partindo do entendimento que, sendo realizadas apenas manipulações algébricas, as letras são vistas como objetos destituídos de significado e, como consequência, os estudantes não compreendem que podem representar situações do mundo real. As pesquisas realizadas por Moura e Sousa (2008, p.73) revelam que “[...] uma prática que mobiliza o pensar sobre o movimento das coisas e dos fenômenos sustenta a produção de significados de variável, de variáveis dependentes, de campo de variação e de suas representações simbólicas”. Tanto no cotidiano das pessoas como no mundo das pesquisas científicas, é importante identificar que algumas grandezas são constantes e que outras representam mudança.

A elaboração das questões da investigação foi norteadada pela compreensão da importância de se iniciar aspectos formais de álgebra de forma cautelosa, pois a “[...] simbolização precoce traz sérios danos a formação do pensamento especulativo, da exploração das relações numéricas porventura existentes na situação em causa e da própria intuição matemática a ser necessariamente desenvolvida.” (MEDEIROS C.; MEDEIROS, A., 2004, p. 546).

Finalidades da álgebra

Usiskin (1995, p.9) constata que a álgebra estudada na educação básica está focada na “compreensão do significado das letras (hoje comumente chamadas de *variáveis*) e das operações com elas, e consideramos que os alunos estão estudando álgebra quando encontram variáveis pela primeira vez”. Pesquisas em educação matemática têm

revelado que estudantes encontram dificuldade nessa transição quando ocorre repentinamente: na escola surge o x e, imediatamente, regras devem ser memorizadas para a determinação do seu valor. Nesta etapa da educação escolar, dificuldades na compreensão dos conceitos algébricos básicos podem ocasionar futuros obstáculos não apenas para aqueles que se dedicarem às ciências exatas, mas também nas áreas como a administração, as ciências sociais e biológicas, hoje “altamente dependentes dos processos matemáticos. [...] Nessas áreas, os conceitos e processos algébricos, como manipulação de variáveis e a avaliação de tendências, são de importância fundamental”. (HOUSE, 1995, p.4).

Uma das dificuldades encontradas pelos estudantes está relacionada com os diferentes modos de usar as variáveis e “as *finalidades da álgebra* são determinadas por, ou relacionam-se com, *concepções diferentes da álgebra* que correspondem à diferente importância dada aos diversos *usos das variáveis*.” (USISKIN, 1995, p.13, grifos do autor). Esse autor classifica as concepções de álgebra conforme segue: (a) aritmética generalizada; (b) estudo de relações entre grandezas; (c) estudo de estruturas; (d) estudo de procedimentos para resolver certos tipos de problemas.

(a) Quando a álgebra é entendida como *aritmética generalizada*, as variáveis são utilizadas para traduzir e generalizar situações onde ocorrem relações entre grandezas. Nessa concepção de álgebra, as variáveis são generalizadoras possibilitando a construção de modelos matemáticos que podem descrever de modo sucinto situações complexas. Por exemplo, os dados numéricos obtidos durante a realização de uma pesquisa podem ser descritos matematicamente por variáveis. “Muitas vezes encontramos relações entre números que desejamos descrever matematicamente, e as variáveis são instrumentos utilíssimos nessa descrição. [...] Dentro dessa concepção de álgebra, as instruções-chave para o aluno são traduzir e generalizar”. (USISKIN, 1995, p.13).

(b) Se a álgebra é concebida como *estudo de relações entre grandezas*, a variável não é um valor que será calculado. Por exemplo, não está sendo calculado o valor numérico de variáveis quando é informado que três grandezas estão relacionadas na fórmula da área de um retângulo: $A = b \cdot h$, onde A é a área, b representa a base e h representa a altura do retângulo. Nessa concepção de álgebra, as variáveis representam os valores

numéricos dos quais dependem valores numéricos correspondentes a áreas de retângulos.

(c) Nos cursos superiores, a álgebra é *estudo de estruturas* e a variável é um símbolo qualquer. Por exemplo, ao ser demonstrada uma identidade trigonométrica, a variável não é entendida como um número a ser calculado e são desconsideradas as funções envolvidas, mas utilizando-se propriedades algébricas e as variáveis são manipuladas.

(d) Quando a álgebra é entendida como *um estudo de procedimentos para resolver certos tipos de problemas*, as variáveis são ou incógnitas ou constantes. Inicialmente, os problemas propostos são ou dados na forma algébrica ou dados na linguagem usual para inicialmente serem traduzidos para a linguagem da álgebra. Em seguida são realizados procedimentos para determinar o valor ou os valores possíveis para a incógnita. Por exemplo, resolver $x + 4 = 7$, onde a letra x representa uma incógnita, um valor desconhecido que pode ser calculado por tentativas ou por meio de alguma técnica. Grande parte das atividades didáticas realizadas na educação básica está focada na resolução de equações, sendo a letra avaliada como um valor desconhecido a ser determinado por meio de algoritmos, produzindo necessariamente um resultado numérico.

Investigação da compreensão de variável

Na investigação apresentada neste artigo, foram priorizadas duas concepções de variável: álgebra como aritmética generalizada e como estudo de relações entre grandezas, através da aplicação de um questionário respondido por quarenta e seis acadêmicos do curso de licenciatura em Matemática da Universidade Regional de Blumenau.

Foram respondidas quatro questões, sendo solicitada a descrição de uma situação através de linguagem algébrica de equação, onde os dados necessários para a resolução foram apresentados em uma figura que relacionava duas quantidades variáveis. Foi avaliada a transcrição decorrente da leitura de uma situação em linguagem usual para a linguagem algébrica e também o entendimento da proporção entre as quantidades variáveis envolvidas. A leitura das variáveis, da notação posicional algébrica (justaposição) e do sinal de adição em álgebra foram avaliados sendo apresentada uma

expressão algébrica e indicado o significado as letras utilizadas para representar quantidades variáveis.

A dificuldade de transcrição da situação para a linguagem algébrica ficou evidenciada pela transposição linear das palavras para a simbolização, pois a ordem utilizada, por alguns participantes, para representar as equações ocorreu exatamente na forma que se faz a leitura do texto, da esquerda para a direita. Mesmo na questão em que os dados não precisam ser lidos em um texto, mas apenas visualizados na figura, foi verificado que a leitura da situação, mesmo que mental, seguia na mesma ordem que se descreveria com a linguagem usual. A proporcionalidade entre as quantidades variáveis foi totalmente desconsiderada pelos participantes para a formulação da equação.

No enunciado dos problemas, explicitou-se que a resposta é descrita por uma equação, porém alguns participantes não utilizaram uma descrição contendo igualdade, ou seja, ou ignoraram a instrução do enunciado ou desconheciam o significado de equação.

Na questão onde foram apresentados monômios e binômios e identificado o significado das variáveis, esperava-se que os participantes apenas interpretassem o significado dos símbolos operatórios de adição e de multiplicação num contexto algébrico e foi verificado que muitos identificaram a simbolização utilizada como representante de objetos e não de quantidade variáveis.

Após terem respondido ao questionário os participantes foram submetidos à realização e posterior discussão de atividades que foram desenvolvidas com interrogações explicadas abaixo.

Nas questões da investigação relacionadas com transcrição da língua brasileira para a algébrica, ocorre que estudantes seguem a ordem como as palavras aparecem no texto, substituindo cada uma delas por uma letra. Um equívoco comum consiste em substituir a palavra *mais* pelo símbolo da adição, sem considerar que pode estar ligada com a ideia de proporção. Lochhead e Mestre (1995) sugerem que, para superar as dificuldades encontradas pelos estudantes, podem ser realizadas atividades nas quais a compreensão das situações é realizada de forma qualitativa, quantitativa e, por fim, conceitual. Esses autores recomendam que, inicialmente, devem ser lançadas perguntas de natureza qualitativa, como por exemplo, “*O que tem a mais?*” para que os estudantes reflitam sobre a proporcionalidade entre as variáveis envolvidas na situação estudada. Em

seguida, o questionamento deve adquirir caráter quantitativo, indagando-se, por exemplo, “*Quanto tem a mais?*” para que os estudantes efetuem cálculos aritméticos para verificar a relação numérica entre as variáveis. Escrevendo a situação em linguagem algébrica e comparando com os resultados numéricos, o estudante pode identificar uma possível inconsistência na sua transcrição algébrica. Considerando essas indagações, Lochhead e Mestre (1995, p.152) concluem que “discussões desse tipo em sala de aula são excelentes não só para ventilar as diferentes concepções erradas que os alunos possam ter, como alguém para ajudá-los a superá-las num processo de interação com os colegas”.

Em outro momento, após a realização das atividades, um segundo questionário foi aplicado objetivando-se verificar se as dificuldades persistiam. Pode-se observar que os acadêmicos levaram mais tempo para responderam o questionário (em comparação com o primeiro) e isso se deve ao fato que terem a percepção de avaliar qualitativamente e quantitativamente as soluções apresentadas, confirmando que a metodologia proposta por Lochhead e Mestre (1995) contribui de modo significativo para superar as dificuldades encontradas pelos estudantes.

Considerações finais

Recomenda-se que, para minimizar as dificuldades encontradas pelos estudantes, no início do estudo da álgebra, é prudente não utilizar a letra x para representar grandezas, evitando a semelhança com o sinal de multiplicação \times . Nas primeiras atividades didáticas, é importante manter ligação com o pensamento aritmético, usando o sinal \times para simbolizar a operação multiplicação. Ao mudar o símbolo de \times para \cdot , é conveniente mantê-lo para explicitar claramente a operação multiplicação e, apenas mais adiante, introduzir a letra x como sendo uma variável.

Dos resultados da pesquisa pode-se concluir que a maioria dos participantes utiliza a álgebra como um procedimento mecanizado, pois no questionário inicial não demonstraram analisar se suas expressões tinham coerência com o problema apresentado, o que poderia ser realizada uma verificação numérica.

A metodologia proposta por Lochhead e Mestre (1995) se mostrou eficaz na superação das dificuldades relacionadas com a transcrição na linguagem usual para a algébrica, e com a interpretação incorreta das variáveis e dos símbolos operatórios da álgebra.

Concluimos indicando que uma abordagem adequada no estudo da álgebra pode auxiliar na superação de concepções erradas, pois segundo Lochhead e Mestre (1995, p. 150) “... muitas vezes não basta simplesmente dizer aos alunos que eles compreenderam incorretamente um determinado tópico da matemática e dar-lhes algumas explicações.”

Referências

- Boyer, C. B. (1996). História da matemática. São Paulo: Edgard Blucher.
- Eves, H. W. (1995). *Introdução à história da matemática*. Campinas: UNICAMP.
- House, P. A. Reformular a álgebra da escola média: por que e como?. Em Coxford, A. F. & Shulte, A. P. (Ed.), (1995). *As idéias da álgebra* (p. 1-8). São Paulo: Atual.
- Lochhead, J. & Mestre, J. P. Das palavras à álgebra: corrigindo concepções erradas. Em Coxford, A. F. & Shulte, A. P. (Ed.), (1995). *As idéias da álgebra* (p. 144-154). São Paulo: Atual.
- Medeiros, C. F. de; Medeiros, A. (2004). O método da falsa posição na história e na educação matemática. *Ciência e Educação*, Bauru, v. 10, n. 3, p. 545 – 557.
- Poffo, J. (2010). Álgebra nos anos finais do ensino fundamental: reflexões e atividades pedagógicas. (Dissertação - Mestrado em Ensino de Ciências Naturais e Matemática). Universidade Regional de Blumenau, Blumenau, SC.
- Usiskin, Z. Concepções sobre a álgebra da escola média e utilizações das variáveis. Em Coxford, A. F. & Shulte, A. P. (Ed.), (1995). *As idéias da álgebra* (p. 9-22). São Paulo: Atual.