

OSTENSIVOS COMO INSTRUMENTO NO ESTUDO DAS OPERAÇÕES DE ADIÇÃO E DE SUBTRAÇÃO DOS NÚMEROS NATURAIS

Danielly Kasparly – Marilena Bittar
d.kasparly@gmail.com – marilenabittar@gmail.com
Universidade Federal do Mato Grosso do Sul - Brasil

Tema: Pensamiento Numérico

Modalidad: CB

Nivel educativo: Primaria

Palabras clave: Valência instrumental; Tipos de tarefas; Técnicas; Livro didático.

Resumen

Nesse artigo propomos uma discussão acerca do papel dos ostensivos como instrumento na atividade matemática, em especial aqueles empregados no estudo das operações de adição e subtração dos números naturais. Para tanto, voltamo-nos para uma coleção de livros didáticos dos anos iniciais com o intuito de investigar os ostensivos presentes nesse estudo e a maneira como são utilizados. Nesse cenário, discutimos a potencialidade e o abandono desses a depender do ano escolar ou da situação em jogo, apoiando-nos no conceito de valência instrumental da Teoria Antropológica do Didático. Observamos, com essa análise, que o ensino proposto tem como objetivo institucionalizar os algoritmos da adição e da subtração em detrimento de outros ostensivos, como por exemplo, os dedos, a reta numérica, o material dourado e os risquinhos desenhados para representar quantidades. Frente a isso, discutiremos acerca da atribuição desses últimos ostensivos para o alcance do objetivo desejado.

Introdução

A discussão apresentada nesse artigo é fruto de uma investigação que tem como objetivo caracterizar o ensino das operações de adição e de subtração dos números naturais em uma coleção de livros didáticos. A coleção investigada contempla os cinco primeiros anos escolares, foi aprovada pelo Plano Nacional do Livro Didático do ano de 2013 - PNLD/2013 -, desenvolvido no Brasil, e foi a coleção mais vendida nesse período no país. Aqui, apresentaremos brevemente parte da análise que estamos realizando, nos restringindo aos diferentes registros utilizados na coleção investigada para o ensino do conteúdo em questão.

A leitura que segue busca apresentar, primeiramente, alguns conceitos teóricos que fundamentam a nossa discussão, para, no segundo momento, nos concentrarmos nas discussões analíticas.

Teoria Antropológica do Didático e os Conceitos de Objeto Ostensivo e de Valência Instrumental

É importante esclarecer que não temos, com esse texto, a pretensão de discorrer demasiadamente sobre a Teoria Antropológica do Didático – TAD – ou ainda, sobre alguns de seus conceitos que nos fundamentam ao analisar os livros didáticos. Buscaremos apresentar ao leitor as principais ideias teóricas que norteiam a discussão que estamos propondo sobre os diferentes registros ao se estudar as operações de adição e de subtração nos anos iniciais do ensino fundamental. Para tanto, cabe dizer primeiramente que toda atividade matemática, à luz da TAD, constitui de situações a serem revolvidas, das maneiras de se resolver tais situações e dos elementos teóricos que justificam e validam essa maneira de fazer. Aqui, iremos focar nas situações e nas resoluções, as quais chamaremos de *tipos de tarefas* e *técnicas*, propostas pelos livros analisados. Ou seja, estaremos nos referindo a algumas técnicas para o ensino de adição e de subtração, que consistem em como fazer, responder, executar alguns tipos de tarefa relativos à esse conteúdo (Chevallard, 1999).

A atividade matemática, qualquer que seja ela, está imersa em diferentes conceitos, os quais sentimos que estão ali devido aos significados que atribuímos às representações. Foi a quantidade, diversidade e importância dada às representações na coleção estudada que tornou-se fundamental a discussão sobre ostensivos e valência instrumental, conceitos esses abordados também pela TAD.

Bosch e Chevallard (1999) discutem os objetos ostensivos e os objetos não-ostensivos presentes na atividade matemática. Um objeto ostensivo é aquele, como seu próprio nome sugere, que é perceptível, que se “faz mostrar” por algum órgão dos sentidos. Os objetos ostensivos possuem uma qualidade material, como os sons, os grafismos e os gestos, o que os tornam possíveis de serem manipulados. Já os objetos não-ostensivos não são dotados dessa característica material; são objetos como as ideias e os conceitos. Os objetos não-ostensivos são acessíveis somente por meio dos objetos ostensivos - que os representam - , pois eles não podem ser vistos ou percebidos por si só (Bosch & Chevallard, 1999). Ou seja, todo objeto não-ostensivo será reconhecido por meio de ao menos um objeto ostensivo, e todo objeto ostensivo manipulado fará referência a, ao menos, um objeto não-ostensivo. É por isso que não devemos ignorar a importância e a onipresença dos ostensivos no estudo da Matemática.

Algumas visões *idealistas* da atividade humana, e em particular da atividade matemática, leva a "esquecer" o papel de ostensivo. Esta visão comum leva a considerar os não-ostensivos (o *conceito* de logaritmo, por exemplo) como necessário e essencial, enquanto os ostensivos (ln - *notação*, por exemplo) como contingentes e não essenciais. (Chevallard, 1994, p. 6, destaque do autor, tradução nossa).

“Retornando às noções fundamentais da abordagem antropológica, diremos que a aplicação de uma técnica se traduz pela *manipulação de ostensivos regulada por não-ostensivos*. Os ostensivos constituem a parte perceptível da atividade [...] (Bosch & Chevallard, 2009, p. 11, destaque do autor, tradução nossa). São como instrumentos, como objetos manipulativos da atividade matemática que os ostensivos são analisados em nosso trabalho, e para isso, fazemos uso do conceito de valência instrumental.

O conceito de valência instrumental nasce do papel de ferramenta que o objeto ostensivo tem na atividade matemática. Um dado ostensivo pode ser, ou não, considerado um bom instrumento dependendo das atividades nas quais ele é aplicado. Para ilustrar tomemos o ostensivo “risquinhos” utilizados pelas crianças – e sugeridos em livros didáticos - para representar quantidades em uma operação de adição, por exemplo. Esse ostensivo pode ser utilizado com eficácia em situações nas quais o trabalho é realizado com números naturais até 10, quiçá até 20, mas não mais que isso, pois caso contrário, será custoso e propício a erros, sendo mais adequada a mobilização de outros ostensivos. Nesse sentido a valência instrumental viabiliza o debate da potencialidade/rendimento de um determinado ostensivo como ferramenta de trabalho em uma dada atividade matemática (Bosch & Chevallard, 1999).

Nesse cenário podemos entender também como se dá a substituição de diferentes ostensivos, até então necessários para responder determinado tipo de tarefa, por outros ostensivos que os “abreviam”, os “compactam”, de alguma forma. Nesse sentido, “toda matematização, mais geralmente, leva a uma redução ostensiva dos instrumentos do trabalho matemático, que “projeta” os diferentes registros inicialmente ativados sobre aqueles que podem ser colocados por escritos.” (Bosch & Chevallard, 1999, p. 20, tradução nossa), o que, de fato, se evidencia na análise dos livros didáticos ao percebermos o abandono de diferentes ostensivos, mobilizados em momentos de estudo introdutório do conteúdo, em virtude de outros mais “econômicos”.

A seguir apresentamos uma síntese da análise dos livros didáticos relativa ao papel dos ostensivos como instrumentos nas atividades matemáticas destinadas ao estudo das operações de adição e subtração.

O Papel dos Ostensivos como Instrumento na Atividade Matemática em uma Coleção de Livros Didáticos dos Anos Iniciais

As técnicas propostas para responder aos tipos de tarefas de adição e de subtração pela coleção investigada estão intimamente ligadas aos ostensivos que as instrumentalizam. Alguns ostensivos são: a fala, os risquinhos e bolinhas para representar quantidades, os dedos, a reta numérica, o material Cuisenaire, as tabelas representando a ordem dos números, o material dourado, as cédulas e moedas de dinheiro e o algoritmo usual das operações de adição e de subtração¹. Dependendo do tipo de tarefa a ser resolvido e do tipo do número trabalhado – de 0 a 20, ou maiores que 20, por exemplo – alguns ostensivos são melhores aplicados que outros.

No livro do primeiro ano representar quantidades de diferentes maneiras – com risquinhos e bolinhas, por exemplo – é, nos primeiros contatos com a ideia de número, um tipo de tarefa frequente. Esses ostensivos são adotados em técnicas eficazes quando dá-se início ao estudo das situações de adição e subtração com números naturais de 0 a 10. Desenhar símbolos para representar quantidades e contá-los, ou cancelar a quantidade de “objetos” a serem subtraídos excluindo os símbolos após terem sido desenhados, são técnicas comuns de serem utilizadas no estudo inicial das operações em questão, e isso não é diferente no livro didático analisado. No entanto, o trabalho com esses ostensivos limita-se às situações que envolvem os números naturais menores que 20, haja vista que tais técnicas têm como ideia central a da contagem, que por sua vez, acarreta dificuldades, como a motora, em enumerar grupos que contém muitos elementos.

O rendimento limitado dos “risquinhos” e “bolinhas” acontece também com os ostensivos dedos, reta numérica e material Cuisenaire, o que é justificado pela quantidade factível de ser representada por meio deles. No entanto, cabe observar que os dedos podem auxiliar a efetuar contas além dos números de 0 a 10; pode-se pensar, por exemplo, em atribuir a cada dedo o valor de uma dezena, o que torna o seu uso mais abrangente, ou seja, sua valência instrumental aumenta. Nessa mesma perspectiva os outros ostensivos também podem ter seu domínio de aplicação ampliado. Todavia, essa proposta não é considerada na coleção investigada.

¹ As imagens de algum desses ostensivos e técnicas a eles associados estão anexas a esse artigo.

No livro do primeiro ano não são apresentados os algoritmos usuais de adição e subtração e essa falta faz do ostensivo “fala” importante para o trabalho tanto com os números naturais de 0 a 10, quanto para os números de 10 a 100. O ato de falar como instrumento para efetuar determinadas contas esteve relacionado à ideia de completar ou subtrair de um em um. Dependendo da operação a ser efetuada a fala é associada a outros ostensivos. Por exemplo, o livro sugere o uso da tabela com as ordens dos números que, por meio dela o aluno parte da maior quantidade envolvida na situação e “anda” para frente e para trás para efetuar, respectivamente, contas de adição e subtração. Dessa forma, para resolver a operação “ $63 + 4$ ” o aluno, com o uso da tabela, diz: “falo 63 e depois 64, 65, 66, 67. Logo, $63 + 4 = 67$ ”. Da mesma forma acontece com a subtração, porém, ao invés de completar o aluno deve subtrair de um em um. Contudo, cabe ressaltar que a valência instrumental da tabela com a ordem dos números, embora seja maior que a dos risquinhos e bolinhas, por exemplo, ela limita-se a soma ou subtração de pequenas quantidades. Outro aspecto importante evidenciado no ensino proposto é que o ostensivo tabela, e todos aqueles que fazem uso da ideia de somar ou subtrair de um em um, devem estar presentes no estudo até que a criança consiga reproduzir mentalmente a sequência dos números, para então poder exercer a técnica em questão sem se apoiar sobre “o concreto”.

A baixa valência instrumental dos ostensivos supracitados e a maneira como são empregados torna o seu abandono natural ao se ampliar os estudos de adição e subtração com números naturais, em geral, maiores que 10. Esse abandono começa a se revelar já no livro do segundo ano. Para ilustrar, tomemos a técnica que consiste em agrupar de 10 em 10 para resolver tipos de tarefas relacionados à adição de duas parcelas:

EXEMPLO: $7 + 6 = ?$  $7 + 6 = 10 + 3 = 13$

Figura 1: Ostensivo risquinhos com agrupamento.

Fonte 1: Coleção Ápis - Alfabetização Matemática - segundo ano, p. 27.

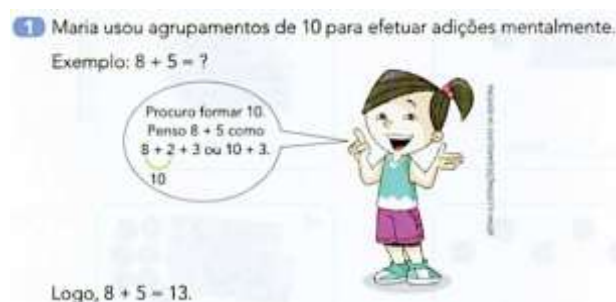


Figura 2: Agrupamento de 10 em 10 - completar para a dezena mais próxima.

Fonte 2: Coleção Ápis - Alfabetização Matemática - livro do segundo ano, p. 126.

Percebe-se na figura 1, referente à página 27 do livro do segundo ano, que a técnica em questão consiste, nessa ocasião, em desenhar os pauzinhos e manipulá-los de modo a formar grupos de 10. Já na página 126 desse mesmo volume, nota-se que o estudo começa a se mostrar mais “abstrato”, ou seja, menos manipulativo. A técnica de agrupar de 10 em 10 possui, nesse momento, um caráter mais aritmético, ao contrário de antes, que resumia-se a juntar/manusear objetos de coleções. É nesse sentido, que no segundo ano, com o contato com os números naturais maiores que 20 tornando-se mais natural, os tipos de tarefas que objetivam o cálculo mental é estimulado, tendo em vista, entre outros fatores, as dificuldades nessas novas circunstâncias do uso dos ostensivos antes mobilizados. No entanto, o ostensivo que responde de maneira eficaz e otimizada as situações de adição e subtração é o algoritmo usual dessas operações, que consiste em armar a operação na vertical respeitando o quadro valor de lugar e efetuar as adições da direita para a esquerda realizando os reagrupamentos de cada casa decimal.

Os algoritmos usuais já são introduzidos no livro do segundo ano, para isso, são trazidos ao estudo o material dourado e as fichinhas² por possibilitarem a visualização e manipulação da ideia do reagrupamento e de reserva, próprios das operações de adição e subtração, respectivamente. Todavia, embora haja o trabalho nesse volume dessas ideias, o algoritmo usual só é utilizado em situações que não exigem dele o trabalho entre as casas decimais. Ou seja, o trabalho, por exemplo, limita-se ainda ao agrupamento de cubinhos (unidades) e não ao agrupamento e troca de cubinhos (unidades) por barrinhas (dezenas). É no volume do terceiro ano que essas trocas são consideradas. Vejamos:



Figura 3: Material dourado e algoritmo usual.

Fonte 3: Coleção Ápis - Alfabetização Matemática - Livro do segundo ano, p. 75.

² Em anexo apresentamos esse material.

No encadeamento do estudo o livro propõe a manipulação de outros ostensivos. Percebe-se, nesse contexto, a importância das trocas de unidades por dezenas envolvendo a cédula e a moeda, respectivamente, de 10 e de 1 real. No âmbito desse trabalho, o “vai um” e o “empresta um” é algoritmizado por meio das ideias mobilizadas no emprego desses ostensivos. Cabe destacar que, durante esse estudo, a ideia do reagrupamento é reforçada constantemente. Desse modo, o algoritmo usual é então formalizado no ensino proposto. Os tipos de tarefas propostos após a construção dessa técnica são, em sua grande maioria, respondidas por ela.

Nos livros do quarto e quinto ano todos aqueles ostensivos, que se fizeram fundamentais para o estudo introdutório das operações de adição e subtração, não são mais utilizados. O estudo volta-se prioritariamente para o algoritmo usual, que se torna ao longo do estudo automatizado, de modo a não exigir a presença de outros registros que os fundamenta, ou que os ajudem a operacionalizá-lo de alguma forma.

Algumas Considerações

O papel do ostensivo, em especial aquele manipulável - no sentido próprio da palavra, ou seja, de manusear, de utilizar as mãos – se mostrou de extrema importância para o contato e construção inicial de objetos matemáticos. No entanto, assim como podemos perceber é natural da atividade matemática que esses ostensivos sejam abandonados em virtude do pensamento “mais abstrato”, que necessita de uma ativação “quase mínima” de ostensivos no gerenciamento da atividade (Bosch & Chevallard, 1999). Manipular o material dourado para compreender as ideias de reagrupamento – por exemplo, a troca de 12 cubinhos por 1 barrinha e 2 cubinhos – é válido e interessante em momentos introdutórios do estudo desse conceito, porém, a ideia contida na ação de reagrupar deve ser interiorizada para que possa ser mobilizada em outros momentos, como ao se utilizar o algoritmo usual.

Os diferentes ostensivos e as maneiras de utilizá-los proporciona um “campo fértil” para se trabalhar as operações de adição e subtração, além de também ser uma maneira de abordar as diferentes ideias próprias dessas operações. No entanto, cabe apontar que em geral esses métodos foram utilizados localmente, ou seja, foram apresentados isoladamente em uma determinada parte do livro e omitidos nos demais momentos.

Nesse cenário, é importante atentar que as ideias relativas a andar na reta numérica ou a de comparar as barrinhas do material “Cuisenaire”, por exemplo, não são muito exploradas.

É importante destacar que a coleção investigada não promove comparações entre as técnicas em busca de discutir a eficiência e abrangência delas, ou seja, não é oportunizado ao aluno a experiência da avaliação das técnicas propostas. No entanto, tem-se implicitamente que o algoritmo usual é o que responde de maneira econômica as mais diferentes situações próprias do campo aditivo, em detrimento de outras técnicas e ostensivos.

Referências bibliográficas

- Bosh, M., Chevallard, Y. (1999). La sensibilité de l'activité mathématique aux ostensifs. *Objet d'étude et problématique. Recherches em Didactique des Mathématiques*. Grenoble: La Pensée Sauvage-Éditions, v.19, n°1, 1 - 37.
- Chevallard, Y. (1999). Analyse des pratiques enseignantes et didactique des mathématiques: L'approche anthropologique. *Recherches em Didactique des Mathématiques*, v.19, n°2, 1 - 29.
- Chevallard, Y. (1994) Ostensifs et non-ostensifs dans l'activité mathématique. Actes du Séminaire *Intervention au Séminaire de l'Associazione Mathesis*, 1 - 9.

Anexos

Apresentamos a seguir as imagens de alguns dos ostensivos que elencamos no texto, na sequência, expomos também as técnicas associados a eles:

- Risquinhos e bolinhas:

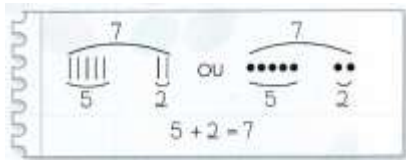


Figura 4: Exemplificação do ostensivo “risquinhos e bolinhas” 1.

Fonte 4: Coleção Ápis - Alfabetização Matemática - primeiro ano, p. 132.

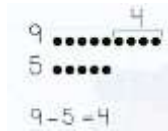


Figura 5: Exemplificação do ostensivo “risquinhos e bolinhas” 2.

Fonte 5: Coleção Ápis - Alfabetização Matemática - primeiro ano, p. 147.



Figura 6: Exemplificação do ostensivo “risquinhos e bolinhas” 1.

Fonte 6: Coleção Ápis - Alfabetização Matemática - primeiro ano, p. 147.

Técnicas: i) Contar “risquinhos” ou “bolinhas” após desenhá-los para representar as quantidades envolvidas em uma situação; ii) Comparar quantidades de “risquinhos” ou “bolinhas” um a um após desenhá-los para representar as quantidades envolvidas em uma situação; e iii) Cancelar a quantidade de “objetos” a serem subtraídos excluindo os “risquinhos” ou “bolinhas” após desenhá-los para representar as quantidades envolvidas em uma situação.

- Dedos:



Figura 7: Exemplificação do ostensivo “dedos” 1.

Fonte 7: Coleção Ápis - Alfabetização Matemática - primeiro ano, p. 133.



Figura 8: Exemplificação do ostensivo “dedos” 2.

Fonte 8: Coleção Ápis - Alfabetização Matemática - primeiro ano, p. 148.

Técnicas: i) Completar utilizando a fala e os dedos partindo do maior valor; e ii) Cancelar a quantidade de “objetos” a serem subtraídos abaixando os dedos das mãos após ter representado nos dedos o valor do minuendo.

- Reta numérica:

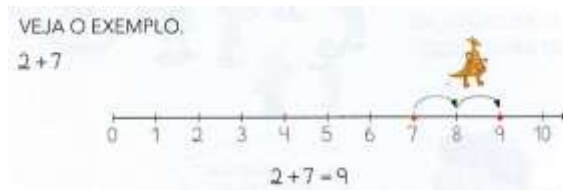


Figura 9: Exemplicação do ostensivo “Reta numérica”.
Fonte 9: Coleção Ápis - Alfabetização Matemática - primeiro ano, p. 134.

Técnica: Somar ou subtrair de um em um “andando”³ na reta numérica partindo do maior valor.

- Tabela com a sequência dos números:



Figura 10: Exemplicação do ostensivo “tabela com a sequência dos números” 1.
Fonte 10: Coleção Ápis - Alfabetização Matemática - livro do primeiro ano, p. 178.

0	1								9
10									
									29

Figura 11: Exemplicação do ostensivo “tabela com a sequência dos números” 1.
Fonte 11: Coleção Ápis - Alfabetização Matemática - livro do primeiro ano, p. 177.

Técnica: Somar ou subtrair de um em um por meio da fala com o auxílio de uma tabela.

- Material Cuisenaire:

³ O termo “andar” na reta numérica é inspirado no livro didático, que faz uso dele ao enunciar tal técnica.



Figura 12: Exemplificação do ostensivo “Material Cuisenaire”.
Fonte 12: Coleção Ápis - Alfabetização Matemática - segundo ano, p. 74.

Técnica: Representar uma adição ou uma subtração por meio das “barrinhas” (Material Cuisenaire) e comparar seus “tamanhos” para achar a soma ou a diferença.

- Fichinhas:

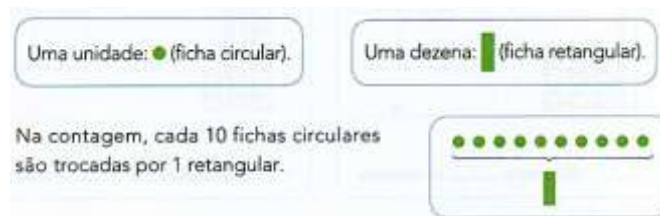


Figura 13: Exemplificação do ostensivo “Fichinhas”.
Fonte 13: Coleção Ápis - Alfabetização Matemática - segundo ano, p. 122.

Técnica: Representar uma adição ou uma subtração por meio das fichinhas e manipulá-las para encontrar a soma ou a diferença.