

PROCESO DE INSTRUCCIÓN PARA EL USO DE LAS SITUACIONES ALEATORIAS EN LA ENSEÑANZA DE LA PROBABILIDAD

Augusta Rosa Osorio Gonzales
arosorio@pucp.edu.pe
Pontificia Universidad Católica del Perú - Perú

Tema: I.5 - Pensamiento relacionado con la Probabilidad y la Estadística.

Modalidad: T

Nivel educativo: Terciario

Palabras clave: probabilidad, situaciones aleatorias, incertidumbre

Resumen

El análisis de cómo los niños y las personas en general comprenden la idea de aleatoriedad es materia de estudio de diversos autores que incluyen a Piaget o Fishbein. Muchos investigadores han revisado estos trabajos y realizado el análisis de diversos procesos de enseñanza para el tema, para llegar a diversas propuestas que pudieran permitir enseñar adecuadamente el concepto de probabilidad. Estas se pueden ir viendo en los distintos textos desde el nivel primario hasta el nivel universitario, pero también se puede observar como casi siempre se deja un poco de lado lo que es el estudio de las situaciones aleatorias y su relación con el concepto de probabilidad.

El taller que queremos presentarles mostrará un proceso de instrucción para la introducción de la probabilidad a nivel universitario, que ha sido utilizado por más de siete años en alumnos de Letras y Ciencias Humanas de la Pontificia Universidad Católica del Perú y que se basa en el uso de las situaciones aleatorias como elemento básico en el desarrollo del tema de probabilidades. Este proceso ha sido analizado y su idoneidad validada en la tesis de maestría de la autora para optar el grado de Magister en Enseñanza de las Matemáticas.

Antecedentes del proceso de instrucción

Hay que reconocer que la idea de aleatoriedad o el pensamiento aleatorio ya ha sido incorporada en la enseñanza de las matemáticas desde la escuela primaria, hecho que se verifica al revisar los diseños curriculares de enseñanza de cualquier país. En particular, podemos fijarnos en el diseño curricular del Perú, donde los conceptos relacionados con la idea de aleatoriedad se van presentando desde el segundo grado de primaria.

Pero también es bien conocido, y así lo han expuesto algunos investigadores como Jiménez y Jiménez (2005), que a pesar de lo desarrollado en los diseños curriculares, en muchos casos algunos temas quedan circunscritos a la planificación y no llegan a ser ejecutados dentro de las clases. Esto sucede con la mayoría de los temas de Estadística y

Probabilidad, dado que en casi todos los grados estos temas van al final del año y muchas veces son sacrificados por la conclusión de otros componentes del área.

Es así que nos enfrentamos a un problema real: si un joven no ha sido expuesto al desarrollo del pensamiento aleatorio durante su preparación escolar, es previsible que se presenten problemas al continuar estudios superiores cuando en su primer curso formal de estadística deba enfrentarse a una forma de pensar que no ha desarrollado previamente. Cómo debe enfrentar un docente este problema, cómo se puede desarrollar en una persona una forma de concebir la realidad que no ha sido elaborada previamente durante un proceso continuo y progresivo, y que además le permita al alumno poder desarrollar y comprender esta idea a plenitud; estos son algunos de los desafíos que debe enfrentar cualquier profesor de un curso de estadística básica dentro de casi todas las profesiones actuales.

Es bajo la referencia de lo expuesto que querer enseñar el concepto de probabilidad, la autora de este artículo, tomó en consideración introducir previamente los conceptos básicos relacionados a las situaciones aleatorias y buscar que los alumnos puedan reconocer y definir situaciones de la realidad bajo esta óptica.

La enseñanza del concepto de probabilidad esta intrínsecamente ligada con el concepto de situación aleatoria, experimento aleatorio y de posibilidad. Desgraciadamente son pocos los libros de Estadística general que desarrollan esta relación y cuando lo hacen la muestran de una forma sumamente superficial. Entonces, si se desea hacer llegar a los alumnos ideas sobre las diferencias entre los conceptos de posibilidad y probabilidad, es necesario enfrentarlos a los conceptos y a las diferencias existentes mediante el uso de estos conceptos a ejemplos concretos. Dado que la bibliografía disponible no nos puede servir de apoyo, el único medio en el que nos podamos apoyar es en la creación de actividades con ese fin. La reunión de las actividades creadas por la autora, forman un proceso de instrucción que dura alrededor de seis semanas y que cuenta con trabajos dentro y fuera de clase.

Descripción del proceso de instrucción

Las características del proceso de instrucción se establecieron en base a una propuesta de solución que se procuró frente a cada una de las problemáticas detectadas en la

enseñanza del concepto de probabilidad. Las problemáticas trabajadas son las presentadas en Serradó, Cardeñoso y Azcárate (2006) donde se hace una exposición de la vasta problemática que hay para la enseñanza del concepto de probabilidad.

El proceso de instrucción se aplicó durante más de diez semestres dentro de un curso colaborativo de Estadística General que la autora diseñó y que era dirigido a alumnos universitarios de un tercer ciclo de Letras y Ciencias Humanas. El proceso fue sufriendo las modificaciones necesarias propias de la reflexión docente y paralelamente a su aplicación fue necesario ir mejorando la visión teórica del proceso de introducción del concepto de probabilidad, de manera que se fue construyendo una visión de la realidad que permitió colocar en ella todos los elementos teóricos que se desarrollaron. De esta manera se pudo lograr al final del proceso de instrucción y luego de presentar todos los planteamientos para el cálculo de probabilidades, que los alumnos sepan cómo se calcula la probabilidad de un suceso en particular teniendo en consideración la situación aleatoria donde se genera.

Para el diseño de las actividades del proceso de instrucción partimos del hecho de que una vez que el alumno conoce las situaciones aleatorias es cuándo el concepto de probabilidad toma sentido y va a procurarles información relevante. También consideramos que es importante que las situaciones aleatorias a trabajar durante todo el proceso de instrucción sean de interés para el alumno, lo mejor es utilizar siempre situaciones de su entorno inmediato. Procurar que sean los mismos alumnos los que puedan llegar a plantear las situaciones aleatorias a trabajar y por eso el proceso de instrucción incluye una actividad de determinación de situaciones aleatorias. Y finalmente, es importante que el proceso apoye al alumno a reconocer los diferentes tipos de situaciones aleatorias que procurarán la existencia de los diversos planteamientos sobre el cálculo de probabilidades.

Las situaciones problema diseñadas para las diferentes actividades del proceso de instrucción tienen como eje central a la situación aleatoria y sus componentes. Específicamente, se busca que los alumnos puedan reconocer cuándo una situación propuesta es aleatoria y puedan determinar todos los componentes inherentes a ella. El conseguir este objetivo se evidenciará mediante el alcance de los siguientes objetivos parciales. Se espera que los alumnos:

1. Puedan mencionar algunos posibles resultados de una determinada situación, cuando tienen en consideración determinadas restricciones fijadas de antemano dentro del contexto de la situación que se está analizando.
2. Puedan diferenciar entre una situación de la vida cotidiana que incluye la característica de incertidumbre de una que no la tiene.
3. Puedan dar una posible situación aleatoria cuando se les da un determinado contexto de la realidad.
4. Puedan, dada una determinada situación aleatoria, determinar un suceso simple por extensión y por comprensión.
5. Puedan definir el espacio muestral de la situación aleatoria presentada.
6. Puedan, dada una determinada situación aleatoria, determinar un suceso compuesto por extensión y por comprensión.
7. Puedan determinar un suceso o evento compuesto por extensión, cuando les es presentada una determinada situación aleatoria y un suceso o evento compuesto por comprensión perteneciente a dicha situación aleatoria.
8. Puedan, dada una determinada situación aleatoria, determinar de un grupo de sucesos compuestos propuestos, cuál es el suceso compuesto que es componente de la situación aleatoria presentada.
9. Puedan definir apropiadamente un experimento aleatorio de su entorno. Brindado el contexto con sus condiciones o restricciones a tener en cuenta, el espacio muestral y un grupo de sucesos simples compuestos, ambos grupos por extensión y por comprensión.

El tiempo disponible para la aplicación de todo el proceso de instrucción comprende seis semanas de programación de un curso de tres horas teóricas y dos prácticas a la semana. En este lapso de tiempo se utilizaron las dos primeras horas de clase de la primera semana, la sesión de práctica de la segunda semana y se aplicó una evaluación individual en la semana seis. Además, los alumnos utilizaron tiempo fuera de clases: aproximadamente dos horas de práctica entre la semana uno y dos, los alumnos tenían que responder una evaluación en línea, y un promedio de doce horas de trabajo (dos horas semanales) para el desarrollo y revisión del trabajo individual que se presentaba en la semana seis.

El proceso de instrucción consta de ocho actividades:

1. Actividad colaborativa para la introducción del concepto de situación aleatoria.
2. Actividad colaborativa para aplicar el concepto de situación aleatoria a un contexto dado.
3. Actividad colaborativa para describir los componentes de una situación aleatoria.
4. Práctica en línea para repasar los conceptos vistos.
5. Prueba individual de conocimientos adquiridos, conceptos teóricos.
6. Práctica en parejas para poder aplicar el concepto de situación aleatoria y de sus componentes.
7. Desarrollo de trabajo individual de análisis de una situación aleatoria propuesta por el alumno.
8. Evaluación de los conceptos de situación aleatoria y de sus componentes, teórica y de aplicación.

Las actividades 1, 2, 3, 5 y 6 que se desarrollan dentro de las sesiones de clase y práctica del curso, tienen un diseño específico de tiempo para ser desarrolladas. En el caso de las tres primeras actividades, que van en la sesión de clases de la primera semana, estas se desarrollan en un lapso de 110 minutos. Se espera que la primera actividad se realice en 40 minutos, la segunda en 20 minutos y la última en 50 minutos. En el caso de las actividades 5 y 6, que se realizan en la sesión de prácticas de la segunda semana, se espera que la parte individual se realice en 15 minutos y la de parejas en 60 minutos.

Valoración de la idoneidad del proceso de instrucción

El análisis de idoneidad tuvo como finalidad establecer si el proceso de instrucción diseñado presentaba los aspectos necesarios para que el alumno integre los significados relacionados al objeto en estudio, la situación aleatoria, a sus significados personales. La valoración de idoneidad se trabajó bajo las concepciones del Enfoque Ontosemiótico de la cognición e instrucción matemática (EOS) y se consideró solo dos facetas: la epistémica y la cognitiva.

Los descriptores o indicadores empíricos que ayudaron a la puesta en funcionamiento de la idoneidad didáctica como herramienta de análisis y valoración del proceso en estudio estuvieron basados en los propuestos por Godino, Bencomo, Font y Wilhelmi (2006).

Desde los descriptores de idoneidad propuestos se determinó una serie de desviaciones que muestran los componentes del proceso de instrucción al tener como ideal la configuración epistémica de referencia considerada. Desde los resultados obtenidos nuestras interrogantes finales son ¿el proceso de instrucción cumple su objetivo? ¿Vale la pena invertir recursos en su mejora?

Con respecto al cumplimiento de los objetivos del proceso de instrucción, en Osorio(2012) hemos establecido que este proceso les permitió a los dos alumnos analizados, a pesar de iniciar el proceso sin ningún conocimiento previo sobre el tema, llegar a identificar, proponer y analizar adecuadamente una situación aleatoria. Esto nos da pie para indicar que el proceso cumple con su finalidad y por lo tanto, pensar que una mejora del proceso de instrucción es factible y valida.

Un punto importante que debemos tener en cuenta con respecto a la presencia de las desviaciones encontradas, es el marco epistémico que se tuvo en cuenta para la construcción del proceso de instrucción. El marco epistémico es más bien original, ya que no encontramos un trabajo donde se utilicen todas las tipologías de las situaciones aleatorias para poder relacionarlas con los planteamientos de cálculo de las probabilidades. Toda referencia encontrada en la bibliografía sobre el tema solo hacía alusión a los experimentos aleatorios y a la presentación de sus componentes sin detenerse mucho en el trabajo de análisis de los componentes de estos experimentos. Tenemos entonces que el marco epistémico trabajado lo hemos establecido sobre la base de la búsqueda de la teoría necesaria que reforzara la necesidad del uso de las probabilidades y fue mediante la experiencia con el proceso de instrucción que ajustamos los significados involucrados y sus relación entre ellos.

Podemos también indicar que muchas de las desviaciones encontradas son consecuencia de la falta de presentación de los procedimientos y argumentos asociados a los significados pretendidos en el proceso de instrucción. Esta es la desviación más importante encontrada en el análisis, que fue más consecuencia de nuestro desconocimiento en materia de didáctica que en un desconocimiento del tema. ¿Cómo afecto esta falta de información a los alumnos? Por ejemplo, cuando un alumno tiene que decidir cuáles de las situaciones presentadas corresponden a un experimento aleatorio. En ese momento, el alumno tiene que concluir cuáles son los pasos del

procedimiento que le llevan a establecer si la situación es o no un experimento aleatorio. Hemos observado durante el análisis de respuestas, que uno de los alumnos solo busca la característica de reproducibilidad dejando de lado el análisis de la incertidumbre. Esta deficiencia se puede subsanar si es que el alumno tiene a su disposición el procedimiento para establecer experimentos aleatorios.

Debemos reconocer que a pesar de las desviaciones, los alumnos pueden enfrentar los problemas propuestos, aunque en algunos casos requieren más tiempo para poder manejar los significados. Tenemos que uno de los alumnos analizados pudo manejar los significados casi desde un inicio del proceso de instrucción, mientras que el otro lo hizo recién al final del proceso.

También debemos comentar sobre el planteamiento que utilizamos para el análisis de idoneidad. Debemos resaltar la ventaja que ha proporcionado a nuestro análisis el hecho de poder contar con los descriptores por competencia y faceta. Su establecimiento ha permitido ordenar nuestro trabajo durante el análisis y centrarlo convenientemente en la búsqueda de las características esenciales que el proceso de instrucción debe poseer. En un análisis tan extenso es necesario tener una metodología muy estricta que permita sistematizar la revisión y el establecimiento de resultados, todo ese trabajo es mucho más fácil cuando el trabajo está organizado por medio de puntos específicos que hacen que la mirada se centre en un tema determinado.

Finalmente, no pensamos que este análisis es suficiente para poder terminar de elaborar un proceso de instrucción que nos lleve a lograr un cambio total en el pensamiento de los alumnos y los dirija a una nueva forma de ver la realidad. Este es solo un primer paso, que ayuda pero que por sí solo no hará todo el trabajo. Con este proceso hemos logrado que los alumnos se introduzcan a un entendimiento sobre de donde surgen la probabilidades, pero aún nos faltan hacer que trabajen con ellas y que además lleguen a construir los famosos modelos probabilísticos. Esto hace que tengamos que pensar en la elaboración de problemas que les permitan manejar la parte conceptual de los planteamientos de cálculo y procedimientos que los lleven a entender de donde surgen las variables aleatorias, tema fundamental para el trabajo en Inferencia estadística, y que está íntimamente ligado con el tema de experimentos aleatorios y modelos probabilísticos. Algunas de estas problemáticas ya las hemos ido trabajando y tenemos

algunas ideas de cómo enfrentarlas, pero ahora viene el trabajo difícil, la elaboración de nuevos procesos de instrucción. Estas son algunas de las ideas que tenemos y que trabajaremos en el futuro. Nuestro propósito es llegar a establecer un mecanismo de enseñanza con el que un alumno pueda entender porque es necesario llegar a establecer modelos probabilísticos y como es que estos se determinan.

Referencias bibliográficas

- Batanero, C. (2001). *Didáctica de la Estadística*. Granada, España Grupo de Investigación en Educación Estadística Departamento de Didáctica de la Matemática Universidad de Granada.
- Godino, J. D., Bencomo, D., Font, V. y Wilhelmi, M. R. (2006). Pauta de análisis y valoración de la idoneidad didáctica de procesos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas.
- Jimenez, L. y Jimenez, J. (2005, mayo). Enseñar probabilidad en primaria y secundaria? ¿Para qué y por qué?. *Cidse-Revista virtual matemática- Educación e Internet*, v6, n1.
- Osorio, A. (2012). Análisis de la idoneidad de un proceso de instrucción para la introducción del concepto de probabilidad en la enseñanza superior. Tesis para optar el grado de Magister en Enseñanza de las Matemáticas. PUCP.
- Serradó, A., Cardeñoso, J. y Azcarate, P. (2006). Los obstáculos en el aprendizaje del conocimiento probabilístico: su incidencia desde los libros de texto. *TARBIYA, Revista de Investigación e Innovación Educativa del Instituto Universitario de Ciencias de la Educación Universidad Autónoma de Madrid* N°38.

Anexo

Ficha actividad 1 - Actividad colaborativa para la introducción del concepto de situación aleatoria.

Situación Propuesta

Julia se encuentra conversando con su amiga Susana sobre la celebración de su primer año de casada. Julia le cuenta a Susana que su esposo Orlando le ha comentado que lo celebrarán el próximo jueves de una manera muy especial. Ella está tratando de imaginarse la sorpresa conociendo lo poco romántico que es Orlando y el poco tiempo que tienen para la celebración, con las justas contarán con unas tres o cuatro horas, puesto que Orlando está “full” con sus estudios para recibirse como médico.

Converse con su pareja de trabajo y juntos preparen una pequeña lista que considere las posibles formas de celebración que Julia podría imaginar, considerando que los recursos de la pareja no son muchos ya que Julia trabaja como secretaria en una pequeña oficina y Orlando recibe solo 1000 Nuevos soles por el trabajo que realiza. Se les sugiere colocar un monto límite de dinero para la celebración.

A. Consideramos que cuentan con _____ Nuevos soles para la celebración.

B. Tomando en cuenta el punto A y el hecho de que solo tienen tiempo para realizar una actividad, consideramos que la celebración puede consistir en:

1. _____

2. _____

3. _____

4. _____

C. Consideren ahora que en el tiempo que disponen, ellos pueden realizar **dos** actividades.

D. Tomando en cuenta el punto A y C, consideramos que pueden celebrar mediante:

Posibilidad 1. _____

Posibilidad 2. _____

Posibilidad 3. _____

Posibilidad 4. _____

E. ¿Cuál será el número total de posibilidades distintas que creen ustedes que puedan realizar Julia y Orlando para poder celebrar su aniversario?

F. ¿Qué cualidad posee la situación propuesta que impide que se conozca la forma de celebración?

Detalle una posible situación donde sí se pueda conocer el resultado de antemano.
