CB-230

Tensão entre discreto e contínuo na perspectiva da filosofia da diferença

Alexandrina Monteiro
math_ale@uol.com.br
FE-UNICAMP-BR

Núcleo temático:
Modalidade: CB
Nível educativo: I. Enseñanza y aprendizaje de la Matemática en las diferentes modalidades y niveles educativos.

Palavra chaves: discreto-contínuo, Ensino de Cálculo, Filosofia da Diferença

Resumo

O trabalho aqui apresentado é parte de uma pesquisa intitulada Práticas escolares (in)disciplinares: tensão entre discreto e contínuo na perspectiva da filosofia da diferença financiada pela FAPESP- Brasil, cujo objetivo é analisar como Deleuze mobiliza alguns saberes matemáticos – em especial relacionados ao cálculo – e, com isso buscar compreender se tal mobilização pode funcionar como um processo potencializador para se pensar a matemática e as práticas pedagógicas escolares de modo outro. Esse modo relacionado às praticas pedagógicas está se desdobrando em propostas que apostam em atividades que visam proporcionar experiências de pensamento sobre temas presentes na disciplina de cálculo na perspectiva de uma educação menor. Nesta apresentação, tomamos como recorte princípios propostos por Leibniz e mobilizados por Deleuze que entendemos serem potencializadores de conexões que reflitam não sobre o campo do entendimento de modelos e técnicas, mas, sobre o campo da experiência – uma experiência para se pensar a matemática e não pensar sobre o pensamento matemático. Espera-se com isso contribuir para os debates sobre o tema do infinito e continuidade em diversos níveis de ensino, mas em especial para cursos de cálculo voltados à formação de professores

Introdução

As dificuldades enfrentadas pela maioria dos alunos nos cursos de cálculo ainda continuam sedo um grande desafio para o ensino superior em especial para as áreas das ciências exatas. Barufi (1999), aponta que o índice de não-aprovação em cursos de Cálculo Diferencial e Integral dos alunos da Escola Politécnica da USP, no período de 1990 a 1995, é em média de 45%, sendo que em algumas turmas pode-se chegar a 75%. Rezende (2003) mostra que a faixa de reprovação na Universidade Federal Fluminense varia de 45% a 95%. Garzella (2013), numa pesquisa realizada na Unicamp aponta que no período de 1997 a 2009 a taxa média de reprovação em Cálculo I foi em torno de 75% aqui incluindo reprovação e evasão.

Esses dados alarmantes nos convocam a pensar com muito cuidado sobre o que vem acontecendo com essa disciplina nas universidades. De um modo geral, os discursos que buscam explicar os altos índices de reprovação vão desde a falta de base dos alunos ao adentrarem na universidade, passando pelo impacto que ela causa por tratar de assuntos muito distantes dos conteúdos do ensino médio, pelas metodologias de ensino, abordagem pedagógica dos docentes, entre outras.

Cabe aqui ressaltar que esses problemas também estão presentes nos países chamados “desenvolvidos”, basta analisar as pesquisas e artigos internacionais nesse campo. Por exemplo os trabalhos de David, Vinner (1976) ou ainda o movimento deflagrado pelo documento de Peter Lax na década de 1980, o qual criticava severamente os cursos de cálculo da época e que ficou conhecido por “Calculus Reform” (Cálculo Reformado). Esse movimento defendeu fortemente o uso da tecnologia como calculadoras gráficas para o ensino de cálculo além de proporem que todos os conteúdos de cálculo deveriam ser tratados numa perspectiva numérica, algébrica e gráfica e com um forte compromisso de aplicabilidade com exemplos próximos da realidade. No Brasil o material traduzido que talvez mais reflita esse movimento é um livro organizado por uma equipe apoiada pela *National Science Foundation* que se baseou numa experiência de *Havard* cujo objetivo foi o de apresentar um material para revitalizar o ensino e o currículo de Cálculo. Apesar de não ser um dos livros mais usados no Brasil esse material foi traduzido pela professora Elza Gomide e publicado pela editora Edgard Blucher em 1999. Nesse modelo, há um acento nas resoluções gráficas em detrimento das abordagens algébricas.

Porém, apesar de tantos movimentos e propostas o fato é que ainda nos encontramos diante de grandes dificuldades com essa disciplina e, diante disso, optamos por fazer um desvio, ou seja, optamos por sair dessa lógica em que ora o problema está na estrutura da disciplina, ora na metodologia, ora das dificuldades conceituais prévias dos alunos ou talvez nas possíveis combinações desses fatores, bem como da relação causa-efeito.

Sob uma outra perspectiva, nos interessa aqui apostar na possibilidade de outras formas de pensarmos o *pensado* cálculo. Ou seja, problematizar alguns dos temas que povoam o campo do cálculo a partir de conexões com a filosofia.

Não se espera com isso apresentar novas propostas de ensino e muito menos realizar qualquer tipo de *caça as bruxas* do ensino de cálculo, mas simplesmente cogitar a possiblidade de criarmos espaços-experiências que nos ajudem a pensar sobre temas explorados na disciplina de cálculo, talvez pensar num *cálculo outro*, pautado por sua *menoridade* no sentido do termo expresso por Deleuze e Gattari. Mas, por onde começar a cogitar essa possibilidade de experiencias pensantes?

Nossa exploração emerge das conexões já propostas por Deleuze em algumas de suas obras[7], nas quais esse autor produz conexões com a matemática, usando em especial os trabalhos de Leibniz e Rimamm. Mas aqui nos limitaremos a traçar um possível caminho considerando-se as conexões produzidas por ele a partir de Leibniz. Assim, o que aqui pretendemos desenvolver, é a tese de que esse movimento que conecta pensamentos, que os problematiza no lugar de defini-los, é potente para proporcionando sentidos outros, formas outras de pensar.

O que nos mobiliza aqui é o convite que Deleuze e Gattari (1992) nos fazem sobre as possibilidades do pensar. De um pensar menor, criador, um movimento que ousa pensar para além do já pensado. Para tanto, neste texto pretendemos explorar as aproximações-conectivas entre os conceitos de Leibniz, filosofia e o Barroco discutidos no Livro A Dobra: Leibniz e o Barroco e pretendemos com isso apontar cenários outros que possibilite exercícios de pensamentos que movem em fluxos por meio de inflexões, de dobras e redobras. Talvez... criar cenários de inflexão que permitam pensar o cálculo por outras perspectivas.

Deleuze (2012) explora as noções de ponto de inflexão, deslocando essa discussão de uma explicação meramente técnica da não existência do limite. Para ele, quando há uma inflexão uma dobra é produzida, concavidades outras emergem das curvas. Esse espaço outro que se cria, introduz o sujeito numa outra perspectiva, possibilita um outro ponto de vista. Não exatamente um ponto de vista, mas um lugar, uma posição, um foco linear que representa uma variação produzida pela inflexão. Essas diferentes possibilidades de perspectivas[8] pertencem ao próprio mundo. Seu ponto de vista é móvel, depende das oscilações das dobras desse espaço.

O *perspectivismo* assim apresentado não significa uma dependência do sujeito que se define previamente. O ponto de vista (perspectivo) não varia com o sujeito, ao contrário ele é a condição sob a qual o sujeito capta eventuais variações em função do lugar que ocupa. Segundo Deleuze (2012) o perspectivismo deve ser entendido como verdade da relatividade e não relatividade da verdade. Porque o ponto de vista é a variação em cada fonte de domínio que ordena o caos, a condição da manifestação da verdade (p.17-33).

---

[7] *Diferença e Repetição, A lógica do Sentido, A Dobra: Leibniz e o Barroco* e *O que é a filosofia?* Este último escrito em parceria com Gattari

[8] Essa noção é muito distinta da ideia de que a verdade depende de um ponto de vista fixo que pertenceria a um sujeito externa à realidade ou confrontado por ela (relativismo).

Assim, o que se busca nesse estudo é pensar em possibilidades outras não numa perspectiva relativista, mas apostando na verdade relativa, nas verdades que emergem do plano de imanência que se dobram e redobram. Deste modo, existe sempre um ponto de inflexão que transforma a variação numa dobra (cfr. 27-29). O objeto seria uma superfície de curvatura contínua, em que as inflexões contínuas produzem dobras. Já não é uma essência, mas uma flutuação contínua da norma (a qual controla cada dobra). Ou seja, apostamos que sempre há uma possibilidade outra de pensamento, de entendimento. Mesmo num campo tão estruturado e fechado como tenta ser o campo da matemática.

O Leibniz de Deleuze

Deleuze em sua obra intitulada a Dobra: Leibniz e o Barroco discute temas relacionadas a arte barroca bem como de conceitos introduzidos por Leibniz em suas discussões filosóficas e matemáticas. Talvez coubesse aqui uma primeira conexão a ser ressaltada, visto que em seu texto esse filósofo apresenta o pensamento de Leibniz sem qualquer demarcação disciplinar, ou seja, ele não diferencia o pensamento desse autor entre aspectos matemáticos e filosóficos, além de articulá-los à arte barroca.

Mas, por uma questão de espaço, neste texto destaco apenas alguns dos princípios discutidos por Leibniz que movem Deleuze a construir seus conceitos em especial: a dobra infinita, a dobra da alma, a extensão, entre outros. Dentre os princípios apresentados por Deleuze no livro a Dobra, destaco os de: reciprocidade, inclusão, princípio da razão suficiente, percepção, ponto de vista, compossibilidade e mônada. Traçando um caminho apresentado por Deleuze (2006)[9] em sua aula de 15 de abril de 1980, nos deparamos inicialmente com algumas considerações que este autor faz sobre Leibniz dentre elas ele afirma que:

> Leibniz é um dos filósofos que melhor faz compreender uma resposta possível a esta questão: o que é a filosofia? O que é que faz um filósofo? Ele se ocupa de quê? (p.18) *E, um pouco mais a frente Deleuze completa (...)* Mas há algo de espantoso em Leibniz. (*Ele*) É o filósofo da ordem; ainda mais, da ordem e da polícia, em todos os sentidos da palavra polícia. Sobretudo, no primeiro sentido da palavra polícia, a saber, a organização ordenada da cidade. Ele só pensa em termos de ordem. Nesse sentido, ele é extremamente reacionário, é o amigo da ordem. Mas, muito estranhamente, no seu gosto da ordem e para fundar essa ordem, ele se engaja na mais demente criação de conceitos à qual tínhamos podido presenciar na filosofia. Os conceitos desgrenhados, os conceitos mais exuberantes, os mais desordenados, os mais complexos para justificar aquilo que

[9] Deleuze (2006), é uma publicação das transcrições de Les Cours de Gilles Deleuze à Vincennes, disponibilizadas em original francês publicamente no site www.webdeleuze.com

é. É preciso que cada coisa tenha uma razão.

Assim, após pontuar algumas questões sobre Leibniz e sua importância para a filosofia, Deleuze inicia sua discussão sobre um importante princípio, o da reciprocidade. Nesse princípio dizemos que A=A, ou seja, a identidade A=A significa que o sujeito “A” está em relação com o predicado “A” e, deste modo, o predicado “A” encontra-se também em relação de identidade com o sujeito “A”. Por isso uma identidade recíproca. Assim, sujeito e predicado se co-determinam. Por exemplo, segue Deleuze, o azul é azul, o triângulo é triângulo. Porém, nem toda relação de identidade é reciproca. Em alguns casos outro princípio é necessário – como o da inclusão.

Para discutir o princípio da inclusão usaremos aqui também outro exemplo apresentado por Deleuze (2006) citando Leibniz na qual ele afirma que dizer que *um triângulo tem três lados não é o mesmo que dizer que um triângulo tem três ângulos* (p.23). Mas por que não? É que afirmar que o triângulo tem três ângulos é uma afirmação idêntica e recíproca. Já afirmar que o triângulo tem três lados não há reciprocidade. Pois dizer três lados não é o mesmo que dizer três ângulos, pois não podemos conceber três ângulos formando uma mesma figura sem que ela tenha três lados. Assim, *ter três lados* tem uma relação de *inclusão* com a afirmação *ter três ângulos*. Ter três lados inclui ter três ângulos.

Outro importante conceito destacado por Deleuze é o princípio da razão suficiente. Leibniz (2009) em Discurso sobre a Metafísica (§ 8,31) e em Monadologia (§ 27-39) afirma que o princípio da razão suficiente é o princípio segundo o qual nada existe que não tenha uma razão de ser. A razão não é, então, outra coisa que a série infinita dos requisitos dos fatos, que envolve o universo em sua integralidade (passado, presente e futuro), como os decretos de Deus relativos à existência do mundo.

Isso nos remete a outro importante princípio, que é o Ponto de Vista. Ou seja, a noção de perspectivismo apontada por Leibniz e já pontuada no início deste texto. O ponto de vista é aproximação do corpo ao mundo. Ver o mundo é uma ação intimamente ligada ao nosso corpo, uma vez que é ele que ou por meio dele que o percebemos. Essa é uma das noções muito cara à filosofia de Deleuze.

Outro importante princípio é o da percepção. Para Leibniz há dois tipos de percepção, a percepção consciente e a inconsciente. De uma maneira bastante sintética, podemos afirmar que as percepções inconscientes são da ordem do infinito, podem ser pensadas como elementos infinitesimais, seriam aquelas percepções sobre as quais não refletimos, mas estão presentes. Por exemplo o som do ar condicionado. Ele está presente, mas, em geral o ignoramos.

As percepções conscientes, por sua vez são aquelas que demandam nossa atenção, estão integradas ao nosso ambiente, mas numa relação consciente, elas nos limitam, delimitam e definem e ao mesmo tempo modificam nosso ponto de vista pois, segundo Leibniz (2009) cada noção individual expressa a totalidade do mundo, mas, sempre de um determinado ponto de vista. E é desse ponto de vista que nosso corpo passa a se relacionar com o entorno. É a partir dele que podemos observar a perspectiva das verdades que nos cerca. Assim, as verdades são constituídas tanto de essência quanto de existência.

As *essências* constituintes das verdades são aquelas que podem ser comprovadas analiticamente com um número finito de passo, ou seja, são as verdades passíveis de provas analíticas finitas. As *existências* estão relacionadas às experiencias, ao sujeito e ao mundo de tal forma que a prova da afirmação dessa *existência* exigiria um número infinito de passos. As *verdades de existência* devem obedecer ao critério de continuidade, pois, incluem o mundo, suas infinitas possibilidades, no processo de suas provas, o que implica num tipo de prova *infinita*. Segundo Leibniz tal empreitada só é possível por uma ação divina.

Essa discussão apresentada por Leibniz nos introduz a outro conceito importante de sua filosofia que é o conceito de compossibilidade. Para ele, compossibilidade é uma esfera lógica mais restrita que aquela da possibilidade lógica. É o espaço no qual para que algo exista não é suficiente que seja possível; é necessário que esse algo seja compossível com outras que constituem o mundo real. Assim, dentro do conjunto de mundo possíveis, ou seja, de todos aqueles em que não há contradição lógica das verdades de essência, temos subconjuntos compossíveis, que são espaços em que não há contradição nem de essência nem de existência. Para Leibniz, o melhor dos mundos possíveis é aquele que conserva a maior continuidade entre os sujeitos.

Mas, para essa aproximação, outro conceito se faz necessário, que é o conceito de *mônada*. De modo muito breve podemos dizer que a *mônada* obedece ao princípio de inclusão e mantém uma implícita ordem hierárquica. Em Monadologia Leibniz afirma que:

> Uma mônada (do grego monas, unidade) é uma unidade por si mesma, analisável em princípio ativo denominado alma, forma substancial ou enteléquia e em um princípio passivo dito massa ou matéria primeira. A mônada encerra um tipo de percepção e de apetição. É uma substância simples, sem partes. Toda mônada é

> um espelho vivo do universo, a partir de seu ponto de vista. Já que tudo que existe é uma mônada, um composto de mônadas, estas são átomos substanciais. [M. 1-21]

Ao afirmar que a constituição das verdades na existência requer um critério que é anterior e implícito – que é o critério de continuidade e o conceito de mônadas, Leibniz apresenta uma estreita relação com as formulações que propõe no campo da matemática, em especial com os conceitos que desenvolve sobre o cálculo diferencial. E, essa proximidade é bastante explorada por Deleuze.

Apesar da breve a discussão apresentada até aqui, entendemos que a mesma pode nos indicar a pontencialidade da discussão elaborada por Deleuze para de um modo outro, explorar as noções de série infinitas, de curvatura, ponto de inflexão e diferenciação. Assim, não se trata de uma discussão da filosofia do cálculo, mas de filosofar sobre noções que emergem no campo das discussões, por exemplo dos paradoxos, do infinito, entre outras.

A aposta aqui é que nessa inflexão possamos, talvez problematizar, por exemplo, o círculo vicioso presente na significação de número real realizada por grande parte de nossos alunos, ou seja, a de que o número irracional é definido como sendo o número real que não é racional, mas, por outro lado, o conjunto dos números reais é obtido pela reunião dos conjuntos dos números racionais e irracionais restringindo o domínio numérico no campo dos racionais porque, como diria Caraça (1984), não pensam sob o ponto de vista da continuidade de seu processo de construção. Nesse sentido a inflexão relacionada às praticas pedagógicas desdobra-se em propostas que apostam em atividades que visam proporcionar experiências de pensamento sobre temas presentes na disciplina de cálculo na perspectiva de uma educação menor no sentido apresentado por Gallo(2003).

Do mesmo modo, podemos problematizar o conceito de derivada, o qual se procura re-conhecer ora por seus aspectos formais a partir da teoria dos limites ora por seus aspectos geométricos, ou seja, como cálculo do coeficiente angular da reta tangente, ou ainda sobre a interpretação em termos de taxa de variação instantânea. Pensar a derivada limitando-se ao re-conhecimento desses modelos, oculta todo um processo histórico das lutas de forças que acompanharam a construção desse saber, além de proporcionar apenas um modelo já pensado, impedindo o pensar sobre as variações, sobre os infinitésimos e por fim um pensar sobre a continuidade.

Ressalto que pensar sobre a continuidade não é o mesmo que entender a continuidade já pensada. Assim, essas possibilidades de conexões que aqui apostamos não está no campo do entendimento, mas, no campo da experiência, na experiência do pensamento. Nesse sentido é que apostamos nas inflexões, em outras dobras, que possibilitem experiências de pensamentos outros sobre temas relacionados ao cálculo como um importante componente curricular para a formação dos futuros professores de matemática.

Referencias bibliográficas

BARUFI, Maria Bonomi. (1999) A construção/negociação de significados no curso universitário inicial de Cálculo Diferencial e Integral. Tese de doutorado. Usp.
CARAÇA, Bento Jesus. (1984) Conceitos fundamentais da Matemática. Lisboa:Livraria Sá da Costa Ed.
DELEUZE, Gilles, GATTARI, Félix. (1992) O que é a Folosofia? Rio de Janeiro: Editora 34.
DELEUZE, Gilles. (2012) A dobra: Leibniz e o Barroco. Campinas. Ed. Papirus. ______________
(2006) El Leibniz de Deleuze: Exasperación de la filosofia. Buenos Aires: Cactus.
GALLO, Silvio. (2003) Deleuze e Educação. Belo Horizonte: Autêntica.
GARZELLA, Fabiana Aurora Colombo. (2013) A disciplina de cálculo I: análise das relações entre as práticas pedagógicas do professor e seus impactos nos alunos. Tese de doutorado. Unicamp.
https://www.fe.unicamp.br/alle/teses_dissert_tcc/arquivos/tesefabianacolombo.pdf
LEIBNIZ, G.W. (2009) G.W. Leibniz, Discurso de Metafísica. São Paulo. Ed. Martin Claret.
LEIBNIZ, G.W. (2016) Princípios da filosofia ou a monadologia in Leibniz Brasil. Site http://www.leibnizbrasil.pro.br/leibniz-traducoes/monadologia.htm. Acesso 17/04/2017
MONTEIRO, Alexandrina. (2015) Movimento paralisante: reflexões sobre o infinito em Zenão de Eléia. Revista Fermentário. Instituto de Educación, Facultad de Humanidades y Ciencias de la Educación, Universidad República. Uruguai. y Centre d'Études sur l'Actuel et le Quotidien, Sorbonne (online) vol 2. N.9.
REZENDE, Wanderley Moura. (2003) O ensino de cálculo: dificuldades de natureza epistemológica. Tese de doutorado. Usp.
http://www.teses.usp.br/teses/disponiveis/48/48134/tde-27022014-121106/pt-br.ph
TALL, D. e VINNER, S. (1976) Concept Image and Concept Definition in Mathematics with Particular Reference to Limits and Continuity. Educational Studies in Mathematics, 12, p. 151-169.
www.teses.usp.br/teses/disponiveis/48/48133/tde-06022004-105356/.../Tese.pdf