

OPTIMIZACIONES EN UNA EMPRESA JUSTIFICADAS POR EL ANÁLISIS MARGINAL

Rodríguez, María Rosa⁽¹⁾ - Franco, Sandra Noemí⁽¹⁾ - Gustavo Ariel Sota⁽¹⁾
mrrodriguez@face.unt.edu.ar – sandranfranco@hotmail.com - , gustavosota1@hotmail.com

⁽¹⁾Facultad de Ciencias Económicas – Universidad Nacional de Tucumán – Argentina

Núcleo Temático: VI. Matemáticas y su Integración con otras Áreas

Nivel: No Específico (Universitario)

Modalidad: Comunicación Breve (CB)

Palabras Claves: Modelos Matemáticos, Beneficios, Análisis Marginal, Mark up

Resumen

En un fenómeno económico es imprescindible definir las relaciones entre las variables involucradas, formulando modelos matemáticos que describen con precisión una realidad social. La modelización matemática explica estos sucesos económicos y aporta la estructura necesaria para obtener predicciones válidas. El Análisis Marginal, teoría basada en modelos matemáticos, es una herramienta útil para tomar decisiones vinculadas con la formación de costos y precios, conceptos fundamentales para optimizar el beneficio de una empresa.

El objetivo de este trabajo es mostrar la importancia del Análisis Marginal en la optimización del beneficio de una empresa frente a cambios en los costos variables unitarios, o en el incremento de las ventas debido a la disminución de los márgenes de marcación o Mark Up. En el primer caso el aumento en los costos variables unitarios puede deberse a incrementos en los incentivos a la producción y en el segundo, la empresa lograría aumentar sus ventas si aplica rebajas sistemáticas de precios. Este análisis fue verificado en situaciones reales, solicitadas por dos empresas de la provincia de Tucumán, Argentina. Esta ponencia proporciona a los docentes del área Economía una modelización accesible aportando valiosa información y promoviendo importantes decisiones, de manera rápida y precisa.

1.- Introducción

La Matemática es una herramienta fundamental en las Ciencias Económicas porque necesita definir las variables de interés en cada problema; establecer las hipótesis sobre sus comportamientos y determinar las relaciones entre ellas. El lenguaje matemático explica los fenómenos económicos y formula modelos que interpretan la realidad social. Estos modelos aportan la estructura conceptual necesaria para obtener predicciones válidas. Cuanto más precisas sean las posibilidades de medir las variables de interés mayor será su contenido matemático. Todo quehacer económico requiere el uso de algoritmos, procesos lógicos, estimación de resultados, construcción de modelos matemáticos y utilización de procedimientos del cálculo.

El Análisis Marginal, teoría basada en modelos matemáticos, es una herramienta fundamental para optimizar el beneficio de una empresa vinculado con la toma de decisiones en la formación de costos y precios. Estudia la generación de utilidades en una empresa, en función de los aportes individuales de cada producto tangible o intangible (servicio) elaborado y vendido. Además, modela situaciones sobre los diferentes niveles de producción que persigue el empresario a fin de lograr mayor rentabilidad en función del capital invertido. Dichas decisiones serán racionales y convenientes sólo si el beneficio excede el costo adicional de hacerlo.

El objetivo de este trabajo es mostrar la importancia del Análisis Marginal en la optimización del beneficio de una empresa, frente a cambios en los costos variables unitarios o en el incremento de las ventas debido a la disminución de los márgenes de marcación o Mark Up.

Con este trabajo se procura dar sentido y contextualizar los conceptos, a través de modelos matemáticos que aportan valiosa información y conducen de manera rápida y precisa a importantes decisiones e interpretaciones económicas.

2.- Conceptos Económicos Elementales

Toda empresa tendrá una serie de costos fijos y de costos variables. Incluso algunos costos que son fijos para una, pueden ser variables para otra y viceversa.

1. Costos Fijos, Constantes o Estructurales: son los costos totales que se mantienen cuasi constantes ante cambios en el nivel de actividad. No dependen del nivel de producción y/o ventas de la empresa y son independientes del volumen del negocio.
2. Costos Variables: son los que aumentan o disminuyen frente a cambios en el nivel de actividad. Dependen del volumen de producción y/o ventas de la compañía. Si la producción fuera nula, estos costos serían prácticamente cero.

Esta clasificación de los costos no es absoluta. Algunos se mantienen constantes y otros experimentan modificaciones al pasar de un nivel de producción a otro.

El costo total es la suma del costo fijo total más el costo variable total y se expresa:

$CT = CF + cv \cdot Q$ donde el costo variable total es el producto entre el costo variable unitario (cv) y la cantidad producida (Q).

Los empresarios adoptan las decisiones más ventajosas para lograr mayor beneficio, utilidad o renta. El costo-beneficio es una técnica importante dentro de la teoría de decisión, basada en el principio de obtener los mejores resultados al menor esfuerzo invertido. Si los beneficios superan el costo son exitosos, caso contrario fracasan. Además, es útil en el análisis de las ventajas de un

proyecto de inversión. El proyecto puede consistir en el desarrollo de nuevos productos o cambios en los niveles de producción de un negocio.

El beneficio o utilidad es: $B = I - CT$ donde el ingreso I es la cantidad que recibe por venta de productos o servicios. Si pv es el precio de venta unitario:

$$B = pv \cdot Q - (CF + cv \cdot Q) \quad \Rightarrow \quad B = (pv - cv) \cdot Q - CF$$

Se recurre al Análisis Marginal cuando se presentan modificaciones en los costos fijos, en los costos variables unitarios o en los precios de venta. O sea, cuando cambia alguno de los términos del beneficio y la nueva utilidad supere el costo añadido.

El factor $cm = pv - cv$ recibe el nombre de contribución marginal unitaria de un producto y muestra el modo en que contribuyen los precios de los productos o servicios para cubrir los costos fijos y generar utilidad.

El producto de la contribución marginal unitaria por el número de unidades producidas o vendidas da la contribución marginal total (CM) del producto. Como $B = cm \cdot Q - CF$ entonces $B = CM - CF$ y se pueden dar las siguientes alternativas:

1. Si la contribución marginal total absorbe el costo fijo, deja un "margen" para la utilidad o beneficio. $CM > CF \quad \Rightarrow > 0$

2. Cuando la contribución marginal total es igual al costo fijo, no deja ganancia y la empresa está en su punto de equilibrio. $CM = CF \quad \Rightarrow$

3. Cuando la contribución marginal total no alcanza a cubrir los costos fijos, la empresa puede seguir trabajando a corto plazo ya que la contribución marginal absorbe parte de los costos fijos. $CM < CF \quad \text{Hay Pérdida} \Rightarrow$

4. La situación más crítica se da cuando la contribución marginal unitaria es negativa. En este caso extremo, se debe tomar la decisión de no continuar con la elaboración de un producto o servicio. $cm < 0 \quad \text{o sea} \quad pv < cv$

El concepto de contribución marginal es muy importante en las decisiones de mantener, retirar o incorporar nuevos productos de una empresa, por la incidencia que tienen en la absorción de los costos fijos y la capacidad de generar utilidades. Es importante relacionar la contribución marginal unitaria de cada artículo con las cantidades vendidas porque una empresa puede tener productos de alta rotación con baja contribución marginal, pero la ganancia total que genera supera ampliamente la de otros artículos que tienen mayor contribución marginal unitaria pero menor venta y menor ganancia total.

Si no se modifican los costos fijos, pueden sufrir cambio alguno de los otros parámetros. Estos cambios se producirían en los costos variables unitarios o en los precios de venta unitarios y el estudio se reduce a las modificaciones en la contribución marginal unitaria. La disminución de **cm** surge cuando aumentan los costos variables unitarios o reducen los precios de venta, que afectan a toda la actividad o por tramos.

El aumento en los costos variables unitarios puede deberse a incrementos en el costo de incentivos a la producción. Una disminución de los precios de venta puede deberse a ofertas justificadas por rebajas sistemáticas o a compras en grandes cantidades. Existen diversos argumentos que originan una disminución en la contribución marginal unitaria.

Las modificaciones pueden afectar a toda la actividad con la misma magnitud o bien afectar a distintos tramos de la actividad con magnitudes diferentes para cada tramo.

3.- Aplicaciones

Como parte de la investigación, se realizó una consulta entre varias empresas de Tucumán, interesadas en realizar cambios en la estructura de sus productos. En este trabajo se consideraron dos situaciones distintas. En el primer caso el aumento en los costos variables unitarios se debe a incrementos en los incentivos a la producción y en el segundo, el aumento de sus ventas se debe a las rebajas sistemáticas de precios. Estos análisis fueron aplicados en dos empresas de la provincia de Tucumán, Argentina.

3. 1.- Decisiones en una Fábrica de Cosméticos

Una fábrica de cosméticos de la provincia de Tucumán nos consultó sobre la toma de decisiones en la producción de una máscara de pestañas cuando varía el costo variable unitario debido a diversos incentivos a sus operarios, manteniéndose fijo el precio de venta. En este caso las contribuciones marginales decrecen.

Según la información aportada por sus directivos, los costos fijos son de \$70.000 mensuales y el precio de venta de su producción es de \$250 cada unidad. El costo variable unitario se compone de \$100 de materia prima más un incentivo a la producción cuyo valor por unidad producida aumenta de a \$20 cada vez que son superadas las 400, 700 y las 1000 unidades.

Cuadro N°1 – Comportamiento de los Parámetros frente a Cambios en la Contribución Marginal

Tramos	Unidades	Costos Variables		
--------	----------	------------------	--	--

	Desde	Hasta	Materia Prima	Incentivo	Total (cv)	Precio de Venta (pv)	Contribución marginal (cm)
1	1	400	100	20	120	250	130
2	401	700	100	40	140	250	110
3	701	1000	100	60	160	250	90

Como el **pv** no experimenta cambios y los **cv** aumentan entonces las **cm** decrecen.

El concepto económico que prima es el de Punto de Equilibrio (o punto muerto o punto de ruptura) que es el nivel de actividad en el cual la empresa no tiene beneficios ni pérdidas.

Para determinar si se puede lograr beneficio en cada tramo, se calculan los Puntos de Equilibrio en cada uno:

$$Q_1 = \frac{70000}{130} = 539 \qquad Q_2 = \frac{70000}{110} = 636 \qquad Q_3 = \frac{70000}{90} = 778$$

El Punto de Equilibrio del primer tramo corresponde a 539 unidades, esto no es posible porque la **cm** ya no es de \$130 sino sólo de \$110. En el segundo tramo es de 636 unidades que corresponde a la **cm** de \$110; por lo tanto este Punto de Equilibrio existe en la realidad de la empresa. En el último tramo, el Punto de Equilibrio es de 778 unidades y también es un dato real porque la **cm** es realmente de \$90. Por lo tanto, la empresa no puede operar en el primer tramo porque sólo obtendría quebrantos, mientras que en los siguientes tramos el beneficio sí es posible.

En el segundo tramo el máximo nivel es de 700 unidades con una contribución marginal unitaria de \$110 por lo tanto su beneficio es: $B_2 = 700 * 110 - 70000 = \7000

Para conocer el beneficio de la empresa en el tercer tramo se recurre a la expresión $Q = \frac{B + CF}{cm}$

donde varía la contribución marginal unitaria sin modificarse el costo fijo. Por lo tanto

$$Q_{n3} = \frac{B_2 + CF}{cm_3} = \frac{7000 + 70000}{90} = 856$$

Convendrá aumentar la actividad para pasar al tercer tramo si se pueden superar las 856 unidades de máscara de pestañas.

3. 2.- Rebaja del Precio de Venta por Margen de Marcación (Mark up)

Margen o Márgenes son palabras relacionadas con el concepto de ganancia en la venta de productos. El más sencillo es el margen de marcación o Mark Up, que es una estrategia de fijación y ajuste de precios.

Un negocio de marroquinería que vende carteras para damas analiza la posibilidad de generar más ventas con mayor rentabilidad. Piensa que lo lograría si aplica rebajas sistemáticas de sus precios, resultando un caso de contribuciones marginales decrecientes por tramos.

Sus dueños nos informaron que actualmente sus costos fijos mensuales son de \$200.000. Su margen de marcación sobre los costos de adquisición es del 100% y su venta total mensual asciende a \$500.000. Algunos estudios de mercado le permitieron estimar las siguientes posibilidades: si se disminuye el margen al 90% podría aumentar sus ventas a \$ 600.000; si disminuye al 80%, podría aumentar a \$700.000. Nos solicitaron asesoramiento sobre la política más conveniente.

Cuadro N°2 – Comportamiento de las Ventas frente a Cambios en los Mark Up

Tramos	Ventas en Términos Monetarios (\$)		Mark Up (%)
	Desde	Hasta	
1	1	500.000	1.00
2	500.001	600.000	0.90
3	600.001	700.000	0.80

Para obtener el precio de venta, al costo se le agrega el margen $pv = cv (1 + m)$ donde $m =$ margen de marcación. Luego $\frac{pv}{cv} = 1 + m$ (1)

Es importante considerar el Punto de Equilibrio, para determinar la cantidad de productos o servicios que se deben comercializar para cubrir o igualar a los costos fijos. Se los calcula considerando los mark up y los costos de adquisición.

$$B = cm \cdot Q - CF \quad \text{con} \quad B = 0 \quad \text{entonces} \quad CF = cm \cdot Q$$

Se sabe que $cm = pv - cv$ entonces (1) $\frac{pv}{cv} cm = cm (1 + m)$

Luego $pv \left(\frac{pv - cv}{cv}\right) = cm (1 + m)$ y $pv \left(\frac{pv}{cv} - 1\right) = cm (1 + m)$

Así $pv \cdot m = cm (m + 1)$ luego $pv = \frac{m + 1}{m} \cdot cm$

Multiplicando por la cantidad Q , resulta $pv \cdot Q = \frac{m + 1}{m} \cdot cm \cdot Q$

Por lo tanto el ingreso I que recibe una empresa por venta de productos o servicios se expresa por

$$I = \frac{CF(m+1)}{m} \quad \text{que es el Punto de Equilibrio en términos monetarios con margen de marcación,}$$

donde I: Ventas, CF: Costos Fijos y m: margen de marcación o mark up.

$$\text{El Punto de Equilibrio en el primer tramo es } I_1 = \frac{200000 \cdot 2}{1} = 400.000$$

$$\text{El Beneficio Máximo del primer tramo: } B_1 = \frac{\text{Ventas M} \acute{\text{a}}\text{x Primer Tramo} \cdot m}{1+m} - CF$$

$$\text{Y resulta } B_1 = \frac{500000 \cdot 1}{2} - 200000 = 50.000$$

Otro concepto necesario es el de Punto de Resultado Indiferente que son las ventas necesarias en el tramo siguiente que representa el nivel de actividad que arroja un beneficio igual al que se consigue usando al máximo la capacidad de la estructura anterior.

El Punto de Resultado Indiferente se calcula usando la fórmula del Punto de Equilibrio, donde se suma a los Costos Fijos el Beneficio Máximo del tramo anterior:

$$\text{El Punto de Resultado Indiferente del segundo tramo es } I_2 = \frac{(CF + B_1)(1+m)}{m}$$

$$\text{Y resulta } I_2 = \frac{(200000 + 50000) \cdot 1.90}{0.90} = 527.778$$

$$\text{El Beneficio máximo en el segundo tramo: } B_2 = \frac{600000 \cdot 0.90}{1.90} - 200000 = 84.211$$

$$\text{El Punto de Res. Indiferente en el tercer tramo: } I_3 = \frac{(200000 + 84211) \cdot 1.80}{0.80} = 639.474$$

$$\text{El Beneficio máximo en el tercer tramo: } B_3 = \frac{700000 \cdot 0.80}{1.80} - 200000 = 111.111$$

Puede operar con beneficios a partir de \$400.000 de ventas, situación que es posible dentro del primer tramo.

Si el estudio de mercado es acertado, la alternativa de vender rebajando el margen al 90% en el segundo tramo, es conveniente superar los \$527.778 de ventas. Pues, a menores niveles el beneficio es menor que el que se obtiene operando al máximo en el tramo anterior. Análogamente, para que sea conveniente disminuir el margen al 80% se debe conseguir un nivel de ventas que supere \$639.474.

4.- Conclusiones

Cuando varía la contribución marginal unitaria en la empresa de cosméticos, se calculan los puntos de equilibrio y el posible beneficio en cada tramo para examinar la conveniencia del aumento de la actividad. En el primer tramo la empresa tiene pérdidas y no le conviene operar; mientras que, en los dos siguientes sí logra beneficios que son considerados para decidir la producción que se necesita para alcanzar la máxima utilidad.

El Mark Up es un caso de contribuciones marginales decrecientes por tramos porque la empresa hace un estudio de mercado que le permite estimar cuánto podrían aumentar sus ventas si aplica rebajas sistemáticas de precios.

Estos modelos con formulaciones algebraicas aportan una valiosa información, que lleva a importantes decisiones e interpretaciones económicas. También, muestran la significación y utilidad para el empresario, permitiéndole evaluar el impacto económico de sus decisiones, de manera rápida y precisa. El objetivo fundamental de todo empresario es lograr mayor rentabilidad en función del capital invertido.

El Análisis Marginal es una herramienta muy útil para la toma de decisiones en el ámbito empresarial, tanto en el caso de producción simple como de producción múltiple. También estudia los casos de modificaciones en la contribución marginal unitaria (creciente o decreciente) debido a cambios en los precios de venta. No obstante, este análisis es eficiente para los casos en que sufren modificaciones varios parámetros simultáneamente.

Esta propuesta proporciona a los docentes una modelización accesible que promueve un pensamiento no lineal y una cierta intuición racional.

Referencias Bibliográficas

Camacho Peñalosa, E. et al. (2006). *Fundamentos de Cálculo para Economía y Empresa*. 1ra Edición. Madrid: Delta Publicaciones.

Horngrén, C.; Foster, G y Datar, S. (2007). *Contabilidad de Costos, Un Enfoque Gerencial*. Décimo Segunda Edición México: Pearson, Prentice Hall.

Sydsaeter, K. y Hammond, P. (2006). *Matemáticas para el Análisis Económico*. Madrid: Pearson Educación.

Yardín, A.; Rodríguez Jáuregui, H. y Bottaro, O. (2004). *El Comportamiento de los Costos y la Gestión de la Empresa*. Buenos Aires: La Ley

Yardín, A. (2010). *El Análisis Marginal, la Mejor Herramienta para Tomar Decisiones sobre Costos y Precios*. Buenos Aires: Osmar Buyatti.

ANEXO

Tramos	I	m	CM	CF	RESULT
1	0	1,00	0	200.000	-200.000
	20.000	1,00	10.000	200.000	-190.000
	40.000	1,00	20.000	200.000	-180.000
	60.000	1,00	30.000	200.000	-170.000
	80.000	1,00	40.000	200.000	-160.000
	100.000	1,00	50.000	200.000	-150.000
	120.000	1,00	60.000	200.000	-140.000
	140.000	1,00	70.000	200.000	-130.000
	160.000	1,00	80.000	200.000	-120.000
	180.000	1,00	90.000	200.000	-110.000
	200.000	1,00	100.000	200.000	-100.000
	220.000	1,00	110.000	200.000	-90.000
	240.000	1,00	120.000	200.000	-80.000
	260.000	1,00	130.000	200.000	-70.000
	280.000	1,00	140.000	200.000	-60.000
	300.000	1,00	150.000	200.000	-50.000
	320.000	1,00	160.000	200.000	-40.000
	340.000	1,00	170.000	200.000	-30.000
	360.000	1,00	180.000	200.000	-20.000
	380.000	1,00	190.000	200.000	-10.000
400.000	1,00	200.000	200.000	0	
420.000	1,00	210.000	200.000	10.000	
440.000	1,00	220.000	200.000	20.000	
460.000	1,00	230.000	200.000	30.000	
480.000	1,00	240.000	200.000	40.000	
500.000	1,00	250.000	200.000	50.000	
2	510.000	0,90	241.579	200.000	41.579
	520.000	0,90	246.316	200.000	46.316
	530.000	0,90	251.053	200.000	51.053
	540.000	0,90	255.789	200.000	55.789
	550.000	0,90	260.526	200.000	60.526
	560.000	0,90	265.263	200.000	65.263
	570.000	0,90	270.000	200.000	70.000
	580.000	0,90	274.737	200.000	74.737
	590.000	0,90	279.474	200.000	79.474
600.000	0,90	284.211	200.000	84.211	
3	610.000	0,80	271.111	200.000	71.111
	620.000	0,80	275.556	200.000	75.556
	630.000	0,80	280.000	200.000	80.000
	640.000	0,80	284.444	200.000	84.444
	650.000	0,80	288.889	200.000	88.889
	660.000	0,90	312.632	200.000	112.632
	670.000	0,90	317.368	200.000	117.368
	680.000	0,80	302.222	200.000	102.222
	690.000	0,80	306.667	200.000	106.667

P.E.=400.000

Beneficio Máximo Tramo 1

(1) P.R.I.=50.000

Beneficio Máximo Tramo 2

(2) P.R.I.=84.211

Beneficio Máximo Tramo 3

	700.000	0,80	311.111	200.000	111.111
--	---------	------	---------	---------	---------

- (1) PRI = Punto Res. Indiferente; Ingresos o Ventas = 527.778 y Beneficio = 50.000
(2) PRI = Punto Res. Indiferente; Ingresos o Ventas = 639.474 y Beneficio = 84.211