

## IDENTIFICANDO PROCESOS DE GENERALIZACIÓN EN UNA ACTIVIDAD ALGEBRAICA

Ruth Galindo Navarro – Valentina Pasten Santander – Tomas Lobos Zamora

Macarena Tapia Castro - Maximiliano Silva Chaparro

[rgalindo@upla.cl](mailto:rgalindo@upla.cl) – [vpasten@alumnos.upla.cl](mailto:vpasten@alumnos.upla.cl) – [maximiliano.silva@alumnos.upla.cl](mailto:maximiliano.silva@alumnos.upla.cl)

Universidad de Playa Ancha. Chile

Tema: Pensamiento Algebraico

Modalidad: CB

Nivel educativo: Medio (11 a 17 años)

Palabras clave: lenguaje algebraico, álgebra elemental, procesos de generalización

### Resumen

*En este trabajo se reporta la experiencia de aula desarrollada en torno a la articulación entre lo aritmético y lo algebraico, en que el foco de atención se encuentra en el proceso de generalización. Para ello se propuso una actividad en la que traducen del lenguaje natural al algebraico, relaciones cuantitativas que involucran números naturales y buscan formas de expresarlas en un término general. Los resultados son el fruto de la mirada de momentos, de dos grupos de estudiantes: uno cursando el primer año de enseñanza media (14 – 15 años) y otro egresado de cuarto medio, (17- 19 años) En ambos casos, de colegios de dependencia municipal. Los principales resultados de esta experiencia indican que mientras se enseña el currículo escolar, los estudiantes construyen tabla de registros de datos para organizar información y responder a lo solicitado, proponiendo una generalización a una sucesión de números naturales. Sin embargo, cuando no están en ese contexto de enseñanza se tiende a utilizar el trabajo aritmético rutinario, como queda de manifiesto en el trabajo desarrollado por el grupo de egresados de Enseñanza media, evidenciando una falta de consolidación de este proceso de algebrización.*

Numerosas investigaciones identifican las dificultades que se presentan en el aprendizaje relativo a la actividad algebraica y en particular, al inicio de estos aprendizajes. (Godino, Castro, Aké, Wilhelmi (2012) Papini (2003); Chevallard (1989); Drouhard et al. (1995); Gruegon (1995); Mason (1996)). Las investigaciones dejan de manifiesto que estas dificultades suceden principalmente debido a características propias del contenido o por el razonamiento implicado en el paso de conocimientos aritméticos a algebraicos, desencadenando con ello desinterés por parte de los alumnos al estudiarlos, probablemente generada por una falta de sentido de los mismos. Esta experiencia que se presenta, se centra en una actividad que aborda el proceso de generalización a través del paso del registro de lenguaje natural al simbólico. Mason (1996), citado por Papini, plantea que la generalización es central para estudiar la matemática y para ello los estudiantes deberán ser capaces de reconocer lo invariante utilizando los recursos entregados por el profesor durante las clases; por esto es relevante que el docente posea un buen manejo del lenguaje, en el sentido de representar

lo invariante, donde dé cuenta de su capacidad para generalizar y como recurso, de entre otros en la misma línea, propone por ejemplo, emplear los cuantificadores (Papini, 2003) Con esto, al alumno se le prepararía en la tarea de reconocer los indicadores de generalidad, para poder identificar lo particular en lo general y viceversa.

En los estudios realizados por Chevallard (1989) citados por Papini, en este mismo foco, se releva la importancia de usar adecuadamente un complejo semiótico articulando de buena manera los registros, utilizando como herramienta semiótica un modelo y un sistema a ser modelizado. De esta forma, Chevallard enfatiza en parametrizar ya que esto ayuda a situarnos en casos específicos en vez de problemas aislados y así resolver tipos de problemas, bajo un mismo modelo, situando la simbolización y el uso reglado de símbolos como elementos primordiales en la actividad algebraica.

Papini (2003), reflexionando ante esta problemática, en su tesis referida al estudio de los primeros aprendizajes del álgebra elemental desde la perspectiva Vigotskiana, afirma que la actividad algebraica escolar muchas veces se presenta como “un fin en sí misma” y no de manera contextualizada, es decir, no proviene de una matematización, restándole de significado a los alumnos; de aquí que, desde la perspectiva vigotskiana, la interacción entre los alumnos unida a las variadas situaciones presentadas por el docente, pueden conducir a la apropiación del lenguaje algebraico. En este estudio además pone énfasis en que el desarrollo de este trabajo algebraico a lo largo de la historia, tiene el peso de la cultura por lo que los estudiantes requieren de más que interacciones para entrar en la problemática algebraica. El lenguaje simbólico y su relación al saber con la aritmética tienen gran valor para asegurar el avanzar en procesos de razonamiento algebraico.

Godino (2012) presenta una caracterización de la actividad algebraica escolar dada por Kieran, en la que identifica tres tipos de actividades, llamándolas: generacional, transformacional y global. La primera ocurre cuando se trabaja con la formación de expresiones, patrones geométricos o secuencias numéricas y con ecuaciones de primer grado; la segunda, cuando la actividad contempla factorizaciones, términos semejantes, sustituciones de expresiones algebraicas, ecuaciones; la última, considera la resolución de problemas, la modelización, estudio de patrones generalizables.

### Acerca de la actividad

La actividad desarrollada en esta experiencia, que involucra el paso de un registro de representación a otro, se enmarca en esta última categoría, pues se propuso identificar el trabajo de generalización que ponen en juego estudiantes que están comenzando su aprendizaje de álgebra escolar y cómo éste se hace presente cuando han terminado la enseñanza secundaria.

Se presenta un ejemplo que forma parte de la actividad propuesta a dos grupos de estudiantes: uno, de 22 alumnos cursando el primer año de enseñanza media (14 – 15 años) y otro, de 16 alumnos, egresado de cuarto medio, (17- 19 años) En ambos casos, de colegios de dependencia municipal. Al ejemplo se le ha llamado “El truco del Mago”. Los alumnos, en dupla, deben leer el ejemplo y luego responder a lo que se pide.

El truco del Mago:

*Patricio está de cumpleaños y les pide a sus padres realizarlo de una forma un tanto particular, porque quiere celebrarlo con el “mago” que hay en su ciudad, el cual es famoso por el truco que hace. Llega el tan esperado día del cumpleaños y se presenta el personaje. El mago le pregunta a Patricio cuántos niños asistieron a su cumpleaños, en donde éste responde diciendo: yo y 10 amigos más; entonces su truco consiste en: “Muestra el sombrero para que verifiquen que no tiene nada, luego lo golpea con su varita apareciendo un dulce del sombrero. Lo desecha. Repite el truco y aparecen tres dulces. Lo desecha, lo vuelve a hacer obteniendo 5 dulces, y así sucesivamente”.*

Con este enunciado, algunas de las preguntas a desarrollar por los estudiantes fueron:

- a) Realizar una representación con los datos entregados en el problema.
- b) Contestar las siguientes preguntas:
  - 1) ¿Cuántas veces es necesario realizar el truco para que cada niño obtenga un dulce?
  - 2) Sí hubiesen asistido 4 niños más ¿cuántas veces debería hacer el truco para que cada uno de los niños reciba un dulce?
  - 3) Formaliza los datos en una tabla.
  - 4) Si el mago obtuvo 27 dulces ¿Cuántas veces hizo el truco?
  - 5) ¿Cuántos dulces salen del sombrero cuando realiza el truco la vigésima vez?

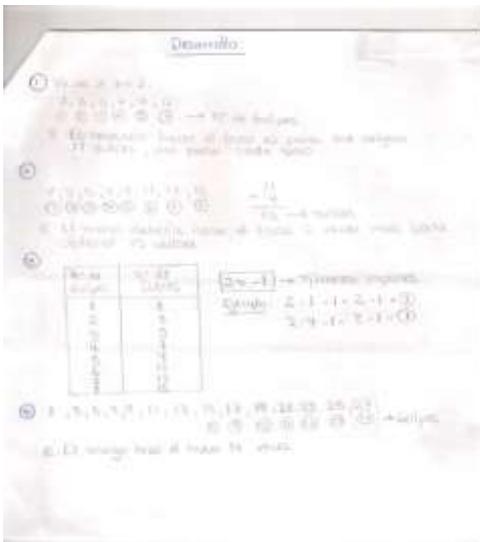
6) ¿Cómo se escribiría la cantidad de dulces obtenidos del sombrero para la  $n$ ésima repetición del truco?

Ahora el mago cambió su truco: al golpear la primera vez el sombrero aparecen cuatro dulces, Repite el truco y aparecen siete dulces. Luego diez, trece, y así sucesivamente.

7) Utilizando este nuevo truco ¿Cuántos dulces se obtienen cuando realiza el truco 31 veces? escribe tu proceso.

En la pregunta a) se esperaba que los alumnos ordenaran los datos aunque no fuera mediante una tabla, dando muestras de la identificación de la regularidad presente en el enunciado. Ningún alumno respondió este apartado

En la pregunta b)



Los alumnos de ambos grupos contestan la pregunta 3) y a partir de ella, algunos no dan respuesta a lo que se va pidiendo en las otras preguntas utilizando la fórmula obtenida. Se observa en el grupo de más edad que a la pregunta: 4) Si el mago obtuvo 27 dulces ¿Cuántas veces hizo el truco? , ellos emplean el modelo utilizado en 1) y en 2).

Respecto de las respuestas obtenidas, queda claro que el uso de la tabla le ayuda a encontrar un camino para responder, aunque no se obtenga la fórmula que se pide. La secuencia es reconocida por los alumnos, pero sólo una dupla de los alumnos del grupo más joven la escribe, en tanto que el grupo de los alumnos mayores la identifica y la trata como ecuación a la hora de responder.

### Conclusiones

El trabajo desarrollado por los alumnos en la actividad propuesta hace presente cómo va surgiendo el proceso de generalización en ellos, pasando desde los estados generacional al global, primero de una manera operativa, para luego transitar a la identificación y utilización de una expresión, que no siempre entrega la información requerida para un eventual análisis de conjeturas.

Se observa la dificultad para expresar una relación en términos algebraicos, ya que no definen las variables involucradas en dicha expresión, evidenciando una falta de consolidación de este proceso de algebrización.

¿Podría decirse entonces que éste es un trabajo algebraico o aritmético el que desarrollaron los estudiantes?

### **Referencias bibliográficas**

Godino, J. D. W. F., Aké, L. P., & Wilhelmi, M. R. (2012). *Naturaleza del razonamiento algebraic elemental*. Bolema: Boletín de Educacao Matemática, 26(42b), 483-512. Recuperado de [www.redalyc.org](http://www.redalyc.org) Consultado el 15 de Abril del 2013

Papini, M. C. (2003) Algunas explicaciones vigotskianas para los primeros aprendizajes del álgebra. Revista *Relime*. Vol 6 n° 1, pp 41-71