LOS ERRORES DE LOS ALUMNOS EN EXAMENES DE MATEMATICA

Mabel Susana Chrestia – María de la Trinidad Quijano
mchrestia@unrn.edu.ar – mquijano@unrn.edu.ar
Universidad Nacional de Río Negro – República Argentina

Tema: Bloque: I.1 Pensamiento algebraico
Modalidad: Comunicación Breve
Nivel Educativo: Terciario
Palabras clave: Errores – evaluación – resolución de problemas – aprendizaje significativo

Resumen

En este trabajo realizamos un análisis de los errores cometidos por los alumnos en un examen parcial de la materia introductoria "Razonamiento y Resolución de Problemas". En primer lugar tipificamos los errores; luego estudiamos si, a pesar de esos errores, el alumno muestra que sabe resolver o no el ejercicio o problema solicitado, lo cual nos lleva a distinguir entre errores conceptuales y errores de aplicación de propiedades algebraicas. Diferenciamos la resolución de los alumnos según se trate de un "ejercicio" o de un "problema". Por último incluimos algunas conclusiones, a fin de realizar un aporte al tema.

Acerca de los errores

"Errar es humano" reza la famosa frase. Una verdad que se aplica en todos los ámbitos y momentos de nuestra vida. Particularmente en el ámbito escolar, un espacio de enseñanza–aprendizaje, los errores existen, y pueden ayudar a lograr un aprendizaje efectivo. Creemos entonces que es importante conocer más acerca de las equivocaciones que cometen los alumnos, para poder así abordarlas y utilizarlas para su provecho.

Mulhern (1989) realiza algunas consideraciones acerca de los errores. Dice que surgen en la clase por lo general de una manera espontánea, sorprendiendo al profesor, aunque pueden gestarse desde mucho antes; que son persistentes y particulares de cada individuo y que son difíciles de superar porque requieren de una reorganización de los conocimientos en el alumno. También destaca que hay un predominio de los errores *sistemáticos* con respecto a los errores *por azar* u *ocasionales*. Los errores sistemáticos revelan los procesos mentales que han llevado al alumno a una comprensión equivocada. Por otro lado, los alumnos no toman conciencia del error en el momento, pues no cuestionan lo que les parece obvio y no consideran el significado de los conceptos, reglas o símbolos con que trabajan.

Los errores son entonces inevitables. Aparecerán durante todo el proceso de enseñanza–aprendizaje. La cuestión es entonces qué tratamiento darles una vez que aparecen. Así como los mapas conceptuales nos permiten establecer una comunicación con la estructura cognitiva del alumno, mostrando una representación de los conceptos que, aunque incompleta, puede llegar a darnos un enfoque factible a partir del cual docentes y alumnos pueden ampliar y avanzar (Novak & Gowin, 1998), los errores pueden mostrarnos también algunos aspectos del conocimiento de los alumnos, que nos permita saber dónde está la dificultad, qué hay que volver a explicar, si conviene utilizar otras formas de exponer un tema, otros recursos; en fin, rever nuestra propia práctica, para así ir logrando en los alumnos un aprendizaje más cercano al significativo.

Tipos de errores

Teniendo como base las clasificaciones y categorizaciones de errores de diferentes autores que se enumeran y describen en Engler (2004), en este trabajo distinguimos dos tipos: los que llamamos errores "algebraicos", cometidos por el uso incorrecto de propiedades algebraicas y reglas, y los errores "conceptuales", cometidos por una falta de comprensión o interpretación del problema o ejercicio.

Nos interesa estudiar el tipo de error y analizar si, pese a haberlos cometido, el alumno es capaz de resolver el ejercicio o problema en cuestión. Es decir, apuntamos a analizar además de la clase de error, lo que podríamos llamar la "gravedad" del mismo. Por ejemplo, ante una situación problemática, puede suceder que un alumno no sepa qué hacer, cómo "encarar" el problema, que no pueda diferenciar los datos de las incógnitas, que no sepa cómo "usar" los datos dados. O bien, puede que realice intentos de resolución "no del todo correctos" pero que con ciertas mejoras y una adecuada ayuda del profesor, llegaría a la solución buscada.

Análisis de errores en un examen

Se analizaron los ítems 1 y 2 del primer examen parcial de la asignatura "Razonamiento y Resolución de Problemas" para las carreras de Licenciatura en Economía, en Administración, en Turismo y en Hotelería. De 173 alumnos evaluados, se analizaron todos los pertenecientes al Tema 5, que totalizaron 42 exámenes.

El ítem 1 del examen parcial fue el siguiente:

Resuelve la siguiente ecuación paso por paso (sin calculadora):

$$-\frac{(x-20)}{4} = -\frac{x}{3} + \frac{9}{2}$$

En este ejercicio, cuyo resultado es x = –6, encontramos que los errores cometidos han sido algebraicos. Ilustramos con algunos ejemplos.

En la Figura 1 vemos las resoluciones de tres alumnos cuyo único error fue que al aplicar la propiedad distributiva, no consideraron el signo del segundo término del binomio dentro del paréntesis, o sea, aplicaron "sólo parcialmente" la propiedad mencionada. Los demás pasos son correctos.

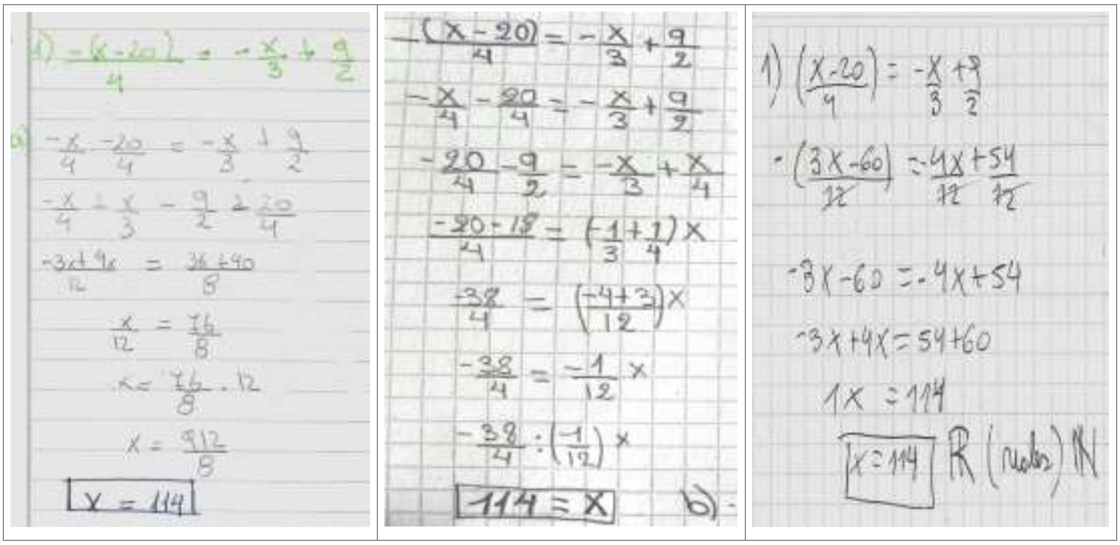


Figura 1.

En la Figura 2 vemos las resoluciones de cuatro alumnos que han cometido un único error en todo el ejercicio, diferente en cada caso (omisión de un signo menos en el último paso, omisión de un signo menos en el tercer paso, mal resuelta la resta 3x–4x, y mal resuelto el común denominador del segundo paso, respectivamente), lo cual los lleva a un resultado erróneo.

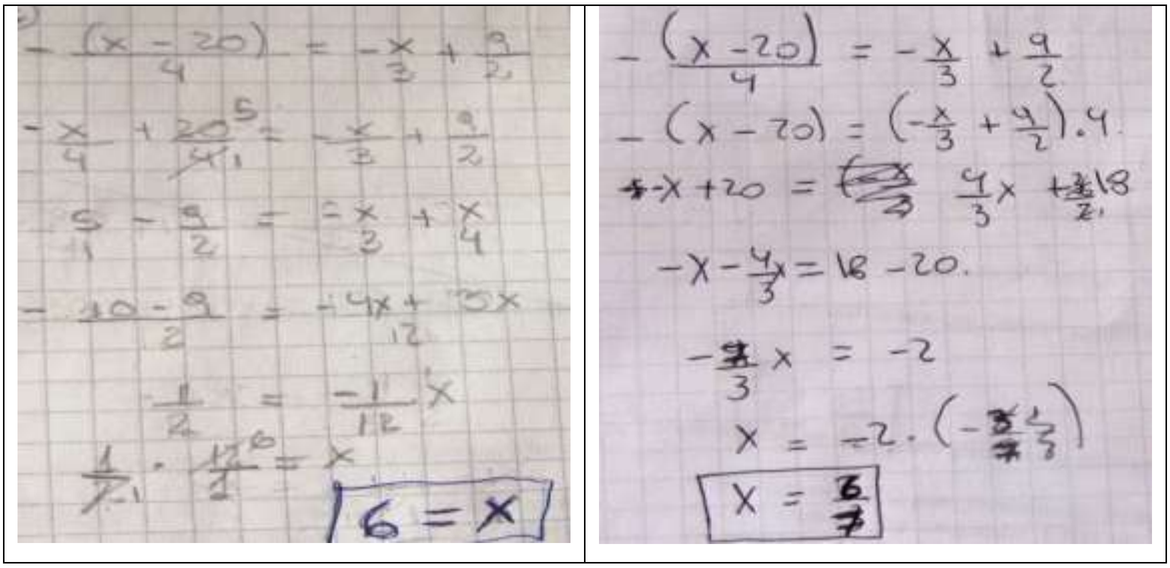


Figura 2.

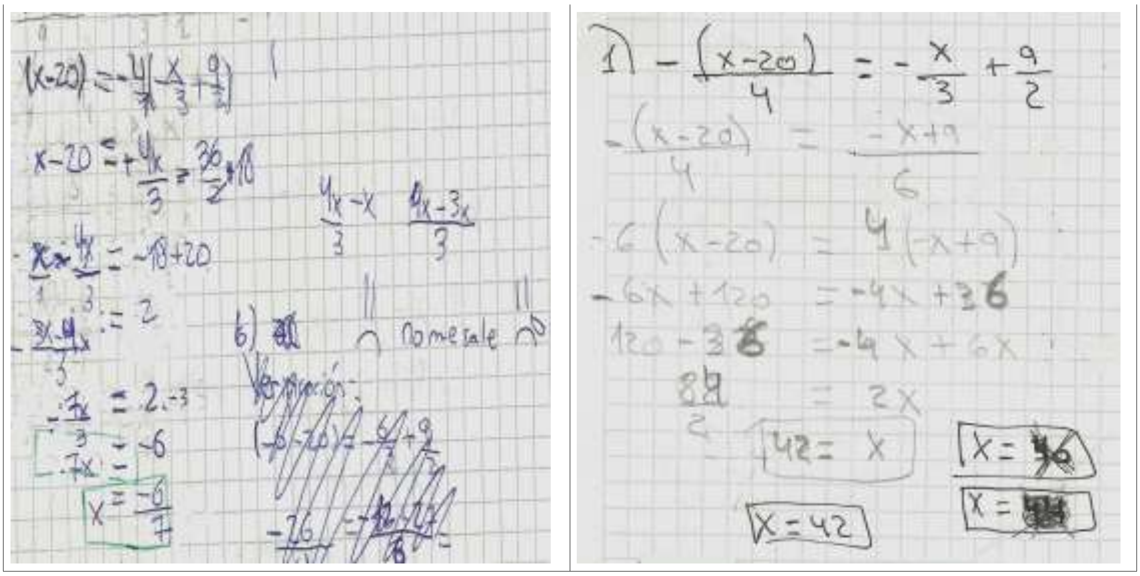


Figura 2 (continuación).

En la Figura 3 se observan las resoluciones de dos alumnos que realizan dos acciones al mismo tiempo, es decir, en el mismo paso, lo que los lleva a cometer un error de aplicación de propiedades. Salvo esta equivocación, los demás pasos no son erróneos.

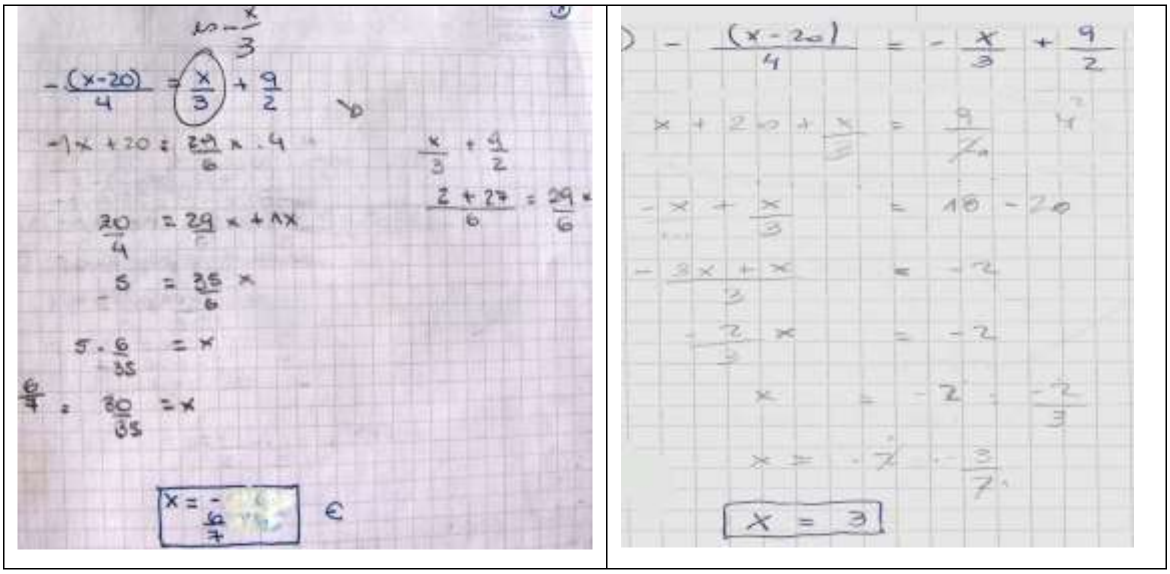


Figura 3.

En los ejemplos de las Figuras 1, 2 y 3 creemos que el error cometido en cada caso puede deberse a un descuido, al apuro o a los nervios que implica una situación de examen, o a no tener clara esa propiedad o regla. Pese a este error sostenemos que estos alumnos con una indicación apropiada por parte del docente mostrando el error cometido, serán capaces de resolver correctamente la ecuación.

En la Figura 4 vemos las resoluciones de cuatro alumnos que cometen varios errores al intentar resolver la ecuación dada. A diferencia de los anteriores, en estos alumnos se observan dificultades que creemos que no son debidas a descuidos sino a una aplicación errónea de varias propiedades. Los alumnos intentan llevar a cabo la resolución, pero confunden propiedades y/o las aplican mal. En estos casos no podemos asegurar que los alumnos saben resolver la ecuación dada de manera correcta.

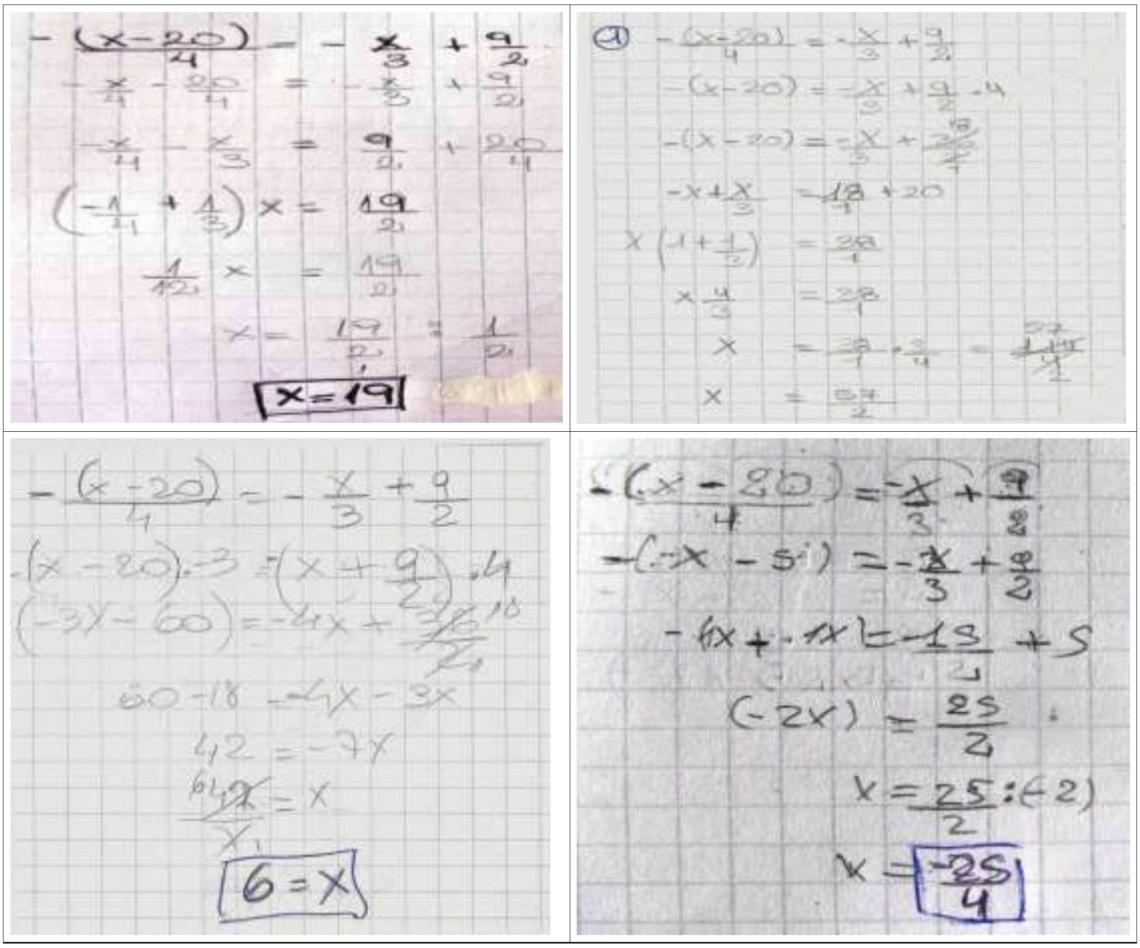


Figura 4.

El ítem 2 del examen parcial fue el siguiente:

> *Resuelve el siguiente problema planteando la inecuación correspondiente:*
> *Carla cobra \$210 por jornada de trabajo más la propina. En lo que va de la temporada, en su mejor día de trabajo ha recibido \$300 de propina (suele ser menos e incluso hay días que no recibe propina). ¿Cuánto dinero puede estimar Carla que va a ganar en los próximos 5 días de trabajo?*

Si llamamos “x” al dinero que Carla puede ganar en los próximos 5 días de trabajo, este problema puede resolverse planteando la siguiente inecuación:

$$210 \cdot 5 \leq x \leq (210+300)\cdot 5 \Rightarrow 1050 \leq x \leq 2550$$

En general este problema no fue bien resuelto por la gran mayoría de los alumnos. Distinguimos tres grupos entre los que no llegaron a la solución correcta. El Grupo 1 se forma por quienes pudieron plantear una inecuación que proporciona una solución parcial del problema. Integran el Grupo 3 aquellos alumnos que no pudieron plantear ninguna expresión cercana a la resolución del problema. Y el Grupo 2 lo forman los alumnos cuya resolución se encuentra entre estos dos extremos.

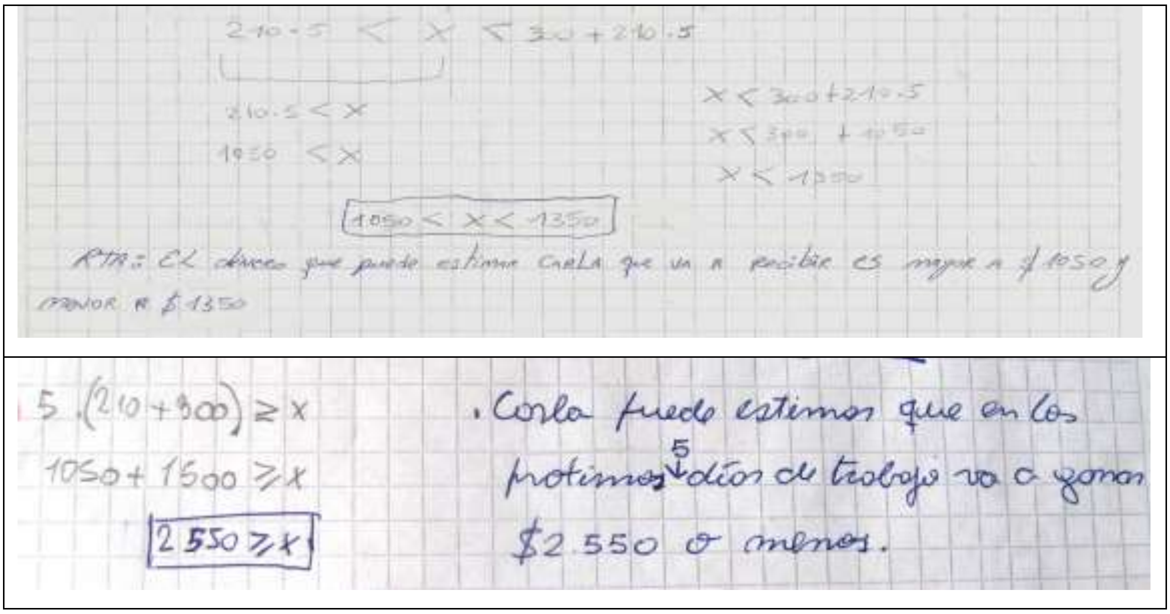
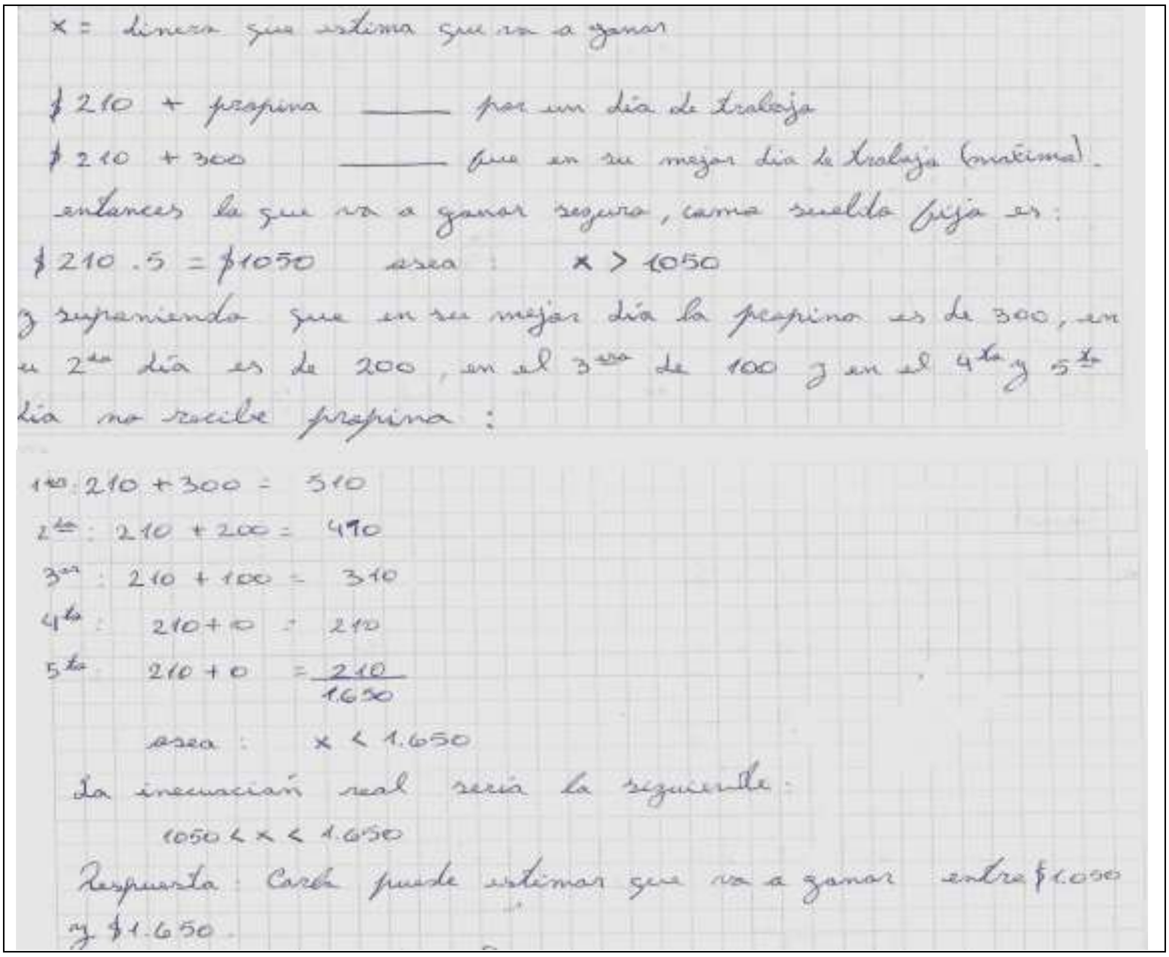


Figura 5.

En la Figura 5 vemos la resolución de dos alumnos del Grupo 1. El primero de ellos plantea ambas desigualdades de manera estricta. Además la no inclusión de paréntesis en el miembro de la derecha lo lleva a un valor erróneo. Escribe 300+210*5 en vez de (300+210)*5. No sabemos si esto último es un olvido, o una falta de interpretación del problema o se debe a otro motivo. El segundo alumno considera solamente uno de los casos, el valor máximo que Carla puede cobrar, y no el mínimo.

En la Figura 6 mostramos la resolución de un alumno también del Grupo 1, con matices diferentes. El alumno decide “repartir” la propina en los 5 días. Es interesante su resolución; no creemos que deba considerarse incorrecta, ya que él analiza una posible situación que podría llegar a ocurrir. Es importante aquí la intervención del docente, mostrando otras posibles situaciones, y guiarlo hacia la solución general del problema.

En la Figura 7 vemos la resolución de un alumno del Grupo 3. Por un lado le da a la letra “x” dos significados: propina y dinero que ganará Carla. Arma una inecuación con x como propina y luego el valor obtenido lo usa para indicar el dinero que puede ganar Carla. Por otra parte, del lado izquierdo de la desigualdad, indica el valor máximo de la propina por día (300) y del lado derecho lo que puede ganar en los cinco días (210+x*5). También aquí deberían incluirse paréntesis para indicar lo ganado en el total de los días (5). Vemos que el estudiante mezcla la información suministrada intentando armar una única expresión con esos datos, que no es válida.



x = dinero que estima que va a ganar

\$210 + propina ——— por un día de trabajo

\$210 + 300 ——— que en su mejor día de trabajo (máxima).

entonces lo que va a ganar seguro, como sueldo fijo es:

\$210 . 5 = \$1050   osea: $x > 1050$

y suponiendo que en su mejor día la propina es de 300, en el 2do día es de 200, en el 3ero de 100 y en el 4to y 5to día no recibe propina:

1ro: 210 + 300 = 510
2do: 210 + 200 = 410
3ro: 210 + 100 = 310
4to: 210 + 0 = 210
5to: 210 + 0 = 210
1.650

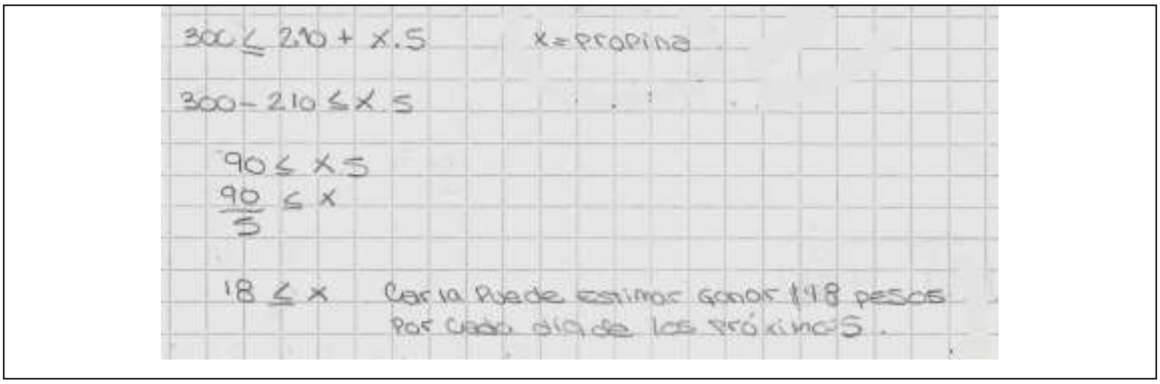
osea: $x < 1.650$

La inecuación real sería la siguiente:

$1050 < x < 1.650$

Respuesta: Carla puede estimar que va a ganar entre \$1.050 y \$1.650.

Figura 6.



$300 \leq 210 + x . 5$ x = propina

$300 - 210 \leq x\,5$

$90 \leq x\,5$

$\frac{90}{5} \leq x$

$18 \leq x$ Carla puede estimar ganar \$18 pesos por cada día de los próximos 5.

Figura 7.

Además llega a un resultado imposible, ya que indica que Carla puede ganar 18\$ por día, cuando se sabe que cobrará 210\$ \`por jornada de trabajo más las propinas. En este caso, creemos que sería útil que el docente haga un "simulacro" de lo sucedido en cada trabajado, indicando el posible sueldo ganado con y sin propinas, y luego obtener totales posibles, para que el alumno vaya visualizando la situación problemática.

Conclusiones

Del análisis realizado surge que en la resolución de la ecuación los errores son “algebraicos”. En cambio, en el caso del problema, además de lo algebraico, aparecen errores de tipo “conceptual”. Esto creemos que se debe a otras “tareas” que deben realizar los alumnos en este ítem (comprensión de la situación planteada, uso de los datos proporcionados, planteo de una ecuación o inecuación, interpretación de las variables), que van más allá de la aplicación “mecánica” o rutinaria de reglas, ya que implican realizar operaciones cognitivas más complejas.

La intervención del docente en cada ítem es diferente. En el primer caso la indicación de la propiedad o regla correcta a aplicar es probable que sea suficiente. Sin embargo, en el caso del problema, el rol del docente pasa a ser el de un guía que ayuda al alumno a encontrar un camino para llegar a la solución.

Además creemos que los estudiantes están más acostumbrados a resolver ejercicios que problemas, por lo que la resolución de una situación problemática les es mucho más difícil, aunque se trate de un enunciado sencillo. Siguiendo a Pochulu (2005), “gran parte de las equivocaciones cometidas tienen su origen en procesos de enseñanza y aprendizaje de la Matemática con características como: uso exacerbado de técnicas algorítmicas o rutinas sin fundamentos teóricos, (…), desarrollos muy apegados a lo algebraico y escasamente relacionados con la resolución de problemas, (…)”

No creemos que haya que descartar los ejercicios puramente algebraicos, pero sí sostenemos que se hace necesario priorizar la resolución de situaciones problemáticas, ya que éstas lo llevan al alumno a tener que pensar y razonar adecuadamente para encontrar su solución, y además le dan un sentido a lo que está aprendiendo.

Los errores son una fuente de valiosa información. Es fundamental, luego de la corrección y análisis, efectuar una debida devolución al alumno, con una nueva oportunidad de resolver el ejercicio o problema, para así ir superando los obstáculos e ir logrando que el alumno adquiera los conocimientos, hábitos y confianza necesarios para lograr con éxito su paso por las complejas pero apasionantes matemáticas.

Referencias Bibliográficas

Engler, A. et al (2004). *Los errores en el aprendizaje de matemática.* Revista Premisa. A**ño 6, Número 23.** (pp.23-32).

Mulhern, G. (1989). *Between the ears: Making inferences about internal processes*. En Greer, B. & Mulhern, G. (Eds.). New Directions in Mathem. Educ. Routledge. Londres.

Novak, J. & Gowin, D. (1988). *Aprendiendo a aprender*. Edic. M. Roca, Barcelona.

Pochulu, M. (2005). *Análisis y categorización de errores en el aprendizaje de la matemática en alumnos que ingresan a la universidad.* Rev. Iber. de Educ., 38(4), 1-14.