

POSSÍVEIS CONTRIBUIÇÕES DA ÁLGEBRA LINEAR NA FORMAÇÃO DO PROFESSOR DE MATEMÁTICA

Eneias de Almeida Prado - Barbara Lutaif Bianchini
eneias_prado@hotmail.com - brbarbara@pucsp.br

Faculdade de Tecnologia Eniac - Pontifícia Universidade Católica de SP - Brasil

Tema: Formação de Professores de Matemática

Modalidade: CB

Nível educativo: Terciário – Universitário

Palavras-chave: Educação Matemática, Educação Algébrica, Formação de Professores, Álgebra Linear.

Resumo

Temos como objetivo apresentar possíveis contribuições da Álgebra Linear para a formação inicial do professor de Matemática, por meio de uma pesquisa qualitativa, documental baseada na análise de dissertações e teses publicadas, principalmente, no Brasil entre 2003 e 2010 sobre as noções elementares de Álgebra Linear, como por exemplo, Padredi (2003), Oliveira (2005) e Prado (2010), e a formação inicial de professores de Matemática, sobretudo, o Relatório da UNESCO de Gatti e Barreto (2009). Como resultado parcial tem-se: o uso das discussões epistemológicas, podendo propiciar ao estudante da licenciatura em Matemática perceber o movimento que ocorre no desenvolvimento da Matemática e a aplicação na própria Matemática, assim como, a possibilidade de estabelecer conexões com noções da Educação Básica, evitando que esse futuro professor faça o uso de generalizações abusivas, além de propiciar a percepção das características intrínsecas à Álgebra Linear, a generalização e a sistematização.

Introdução

Neste artigo temos como objetivo apresentar as possíveis contribuições da Álgebra Linear – AL – para a formação inicial do professor de Matemática.

A relevância deste trabalho repousa sobre o fato da AL fazer parte do conjunto de disciplinas tidas como obrigatórias no currículo das licenciaturas em Matemática e, ainda, a dificuldade enfrentada pelos estudantes do mundo inteiro ao se depararem com noções de AL, conforme resultados obtidos por pesquisadores, como Dorier *et al.* (1997), Dubinsky (2001), Oliveira (2005), Prado (2010), entre outros.

A pesquisa é de cunho qualitativo, pois é documental e baseia-se na análise de dissertações e teses publicadas no período de 2003 a 2010, sobretudo no Brasil, sobre as noções elementares de AL e a formação inicial de professores de Matemática, principalmente, Gatti e Barreto (2009), sendo os pesquisadores responsáveis por iluminar os elementos essenciais para responder a pergunta: quais as possíveis

contribuições da disciplina Álgebra Linear na formação inicial do professor de Matemática?

Um recorte das pesquisas que tratam da formação de professores

Gatti e Barreto (2009) apresentaram um estudo sobre a formação inicial e continuada e a carreira dos professores no Brasil. As autoras descreveram que no início do século XX o modelo seguido era o “3+1”, em que o estudante universitário cursava em três anos o bacharelado e com mais um ano de curso adquiria o direito de atuar no então chamado, ensino secundário, pois obtinha o título de licenciado.

Para Pires (2011), nessa forma de organizar o currículo

[...] os saberes matemáticos ensinados aos futuros professores não incorporavam a discussão a respeito de conhecimentos matemáticos que eles viriam a ensinar a seus alunos da educação básica. Por sua vez, os saberes pedagógicos eram apresentados de forma teórica e genérica e pouco envolviam os alunos nas discussões de caráter pedagógico, sobre ‘o ensinar e aprender Matemática’ (p.32).

Assim, um marco na transição dos processos de formação de professores, segundo Gatti e Barreto (2009), foi a LDB¹, pois possibilitou, em 2002, as primeiras adaptações aos currículos das licenciaturas com a promulgação das Diretrizes Curriculares Nacionais para a Formação de Professores (Parecer CNE/CP 9/2001), que segundo as autoras, a redação está centrada no desenvolvimento de competências pessoais, sociais e profissionais dos professores.

Quando especificamos as licenciaturas em Matemática temos como documento oficial o Parecer CNE/CES 1.302/2001 que orienta a formação dos cursos no Brasil e a descrição dos conteúdos específicos que devem compor os currículos de um curso em Licenciatura em Matemática sendo eles: Cálculo Diferencial e Integral, Álgebra Linear, Fundamentos de Análise, Fundamentos de Álgebra, Fundamentos de Geometria e Geometria Analítica.

No entanto, Gatti e Barreto (2009) descreveram que nas estruturas curriculares dos cursos de Licenciaturas em Matemática, foram listadas 1.228 disciplinas, sendo 1.128 obrigatórias e 100 optativas. Da análise feita pelas autoras os cursos estudados oferecem os conteúdos considerados comuns a todos os cursos de licenciatura em Matemática, com diferenças nas denominações e quanto ao aprofundamento.

¹Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional (LEI N° 9394, 1996).

De acordo com as autoras é nítida a percepção de perfis diferentes na formação desses professores de Matemática, pois em alguns casos a formação Matemática norteia o curso e, em outros, tem-se a formação pedagógica, no entanto, desconexa da formação específica em Matemática. Nos dois casos, há presença de um impasse, no primeiro esses futuros professores “talvez não se sintam preparados para enfrentar as situações de sala de aula, que não se restringem ao saber matemático” (p.145) e no outro o licenciado é forçado “a encontrar as inter-relações entre esses tipos de formação” (p.145).

No Parecer CNE/CES 1.302/2001, tem-se ainda que:

ao chegar à Universidade, o aluno já passou por um longo processo de aprendizagem escolar e construiu para si uma imagem dos conceitos matemáticos a que foi exposto, durante o ensino básico. Assim, a formação do matemático demanda o aprofundamento da compreensão dos significados dos conceitos matemáticos, a fim de que ele possa contextualizá-los adequadamente. O mesmo pode-se dizer em relação aos processos escolares em geral: o aluno chega ao ensino superior com uma vivência e um conjunto de representações construídas. É preciso que estes conhecimentos também sejam considerados ao longo de sua formação como professor (BRASIL, 2002, p.4).

De acordo com Nacarto e Passos (2007) e Gatti e Barreto (2009) a maioria dos cursos de licenciaturas estão sob responsabilidade de instituições privadas, com três anos de duração, e ainda, levando-se em consideração as instituições do Estado de São Paulo, tem-se que “[...] a carga horária mínima estabelecida para o curso de licenciatura [...] de 2.800 horas [...] transformou-se em máximo para a maioria das instituições privadas” (NACARATO E PASSOS, 2007, p. 171). E ainda, nessas pesquisas percebemos que a velocidade em que a formação inicial tem-se dado, tem efeito direto na formação do profissional que irá atuar na Educação Básica. Outro dado importante evidenciado nas duas pesquisas é o de que a maioria dos jovens que hoje procura por um curso de licenciatura provém das camadas mais populares da população.

Assim, Nacarato e Passos (2007) descrevem que o “perfil do aluno ingressante vem exigindo das instituições de formação adequações nas disciplinas que compõem a grade curricular”(p.175) e, em muitas instituições isso é feito visando “[...]‘nivelar’o aluno para que ele possa acompanhar a matemática superior” (p.175).

Sobre esse contexto educacional, questionamos: Como a Álgebra Linear pode consolidar e ampliar conteúdos com os quais esses professores vão trabalhar na Educação Básica? Quais as articulações necessárias entre esses conteúdos e a sua didática?

As questões levantadas são amplas e merecem, ainda, reflexão por parte dos pesquisadores em Educação Matemática. Assim, não pretendemos respondê-las neste artigo, mas estamos trabalhando em uma pesquisa de doutorado – junto ao GPEA² –, na busca de melhor compreendê-las. No entanto, nas próximas seções iremos apresentar algumas das possíveis contribuições já evidenciadas em estudos anteriormente realizados sobre Álgebra Linear.

Um recorte das pesquisas em Álgebra Linear de 2003 a 2010

Várias pesquisas foram e estão sendo realizadas objetivando identificar e minimizar as dificuldades enfrentadas pelos alunos ao cursarem AL. Os referenciais teóricos utilizados são diversos, por exemplo, as Alavancas-meta de Dorier *et al.* (1997), os três princípios de Harel, o aporte teórico APOS de Ed Dubinsky e seus colaboradores, os Campos Semânticos de Rômulo Lins, entre outros.

Prado (2010), em sua pesquisa de mestrado, analisou várias dessas pesquisas, das quais apresentamos um recorte e elementos que permitem evidenciar as possíveis contribuições da AL na formação inicial do professor de Matemática.

Iniciamos com o estudo de Parraguez (2009) que utilizou como aporte teórico a APOS, para investigar a evolução cognitiva da noção de espaço vetorial por estudantes de AL e as correlações estabelecidas por esses estudantes a outras noções, como por exemplo, dependência linear em um conjunto de vetores e base de um espaço vetorial. Com esse estudo, a autora afirma que, muitas vezes, os estudantes não reconhecem a série de requisitos que um conjunto deve possuir para ser um espaço vetorial. Considera o fato da noção de espaço vetorial ser uma noção unificadora e generalizadora, um aspecto crucial das dificuldades enfrentadas pelos estudantes.

Para Parraguez (2009), o estudante pode, ainda, utilizar a noção de espaço vetorial de maneira coerente e estabelecer relações entre as noções elementares, sendo possível “determinar quando a estrutura é aplicável (a um problema) e quando, não” (p.64). Com isso, a autora afirma que o indivíduo reconhece o espaço vetorial como sendo uma estrutura abstrata e é capaz de apresentar, trabalhar e identificar espaços vetoriais não familiares. Independente do contexto do problema, o indivíduo “coordena as noções de independência - dependência linear e base, e igualmente trabalha e compreende todas as técnicas diretas ou indiretas que estão relacionadas a essas noções” (ibidem, p.71).

²GPEA – Grupo de Pesquisa em Educação Algébrica do PPGEM da PUC/SP.

Uma pesquisa de intervenção didática desenvolvida pelo GPEA é a de Padredi (2003) que investigou, por meio de entrevistas semiestruturadas, quais os recursos-meta sobre a noção de base de um espaço vetorial que são evidenciados no discurso de professores universitários.

Nessa pesquisa a noção de base de um espaço vetorial foi apresentada, como sendo uma justaposição entre um conjunto minimal gerador e um conjunto maximal de vetores linearmente independentes, pois um dos entrevistados evidenciou que ao buscar pelo menor conjunto que representa todo o espaço, tem-se o menor gerador, que, ao mesmo tempo, permite ao indivíduo identificar os elementos “extras”, como vetores linearmente dependentes, ou seja, tem-se um conjunto maximal de vetores linearmente independentes.

Outro entrevistado afirmou que, com o apoio nas noções já estudadas na Geometria Analítica, procura estimular os alunos a refletirem primeiro sobre a noção de conjunto gerador, recorrendo, assim, aos conhecimentos anteriores para utilizá-los na nova estrutura, ou seja, a de espaço vetorial.

Nesse aspecto, ressaltamos a pesquisa de Costa e Catarino (2007) realizada em Portugal, em que é apresentado um diagnóstico da descontinuidade existente entre a noção de dependência linear, no Ensino Superior e a noção de colinearidade no Ensino Básico. Esta pesquisa vem corroborar com as falas dos professores entrevistados por Padredi (2003). Costa e Catarino consideram:

quer a invenção Matemática, quer a aprendizagem da Matemática, pressupõem o estabelecimento de conexões entre conceitos. Quanto mais finas forem as redes (matemáticas ou mentais) criadas, mais efectiva se torna a aprendizagem. Neste sentido, consideramos existir uma *descontinuidade* quando, nessa rede, não se realiza ligação explícita entre conceitos matemáticos interligados (COSTA e CATARINO, 2007, p.152, itálico dos autores).

Apesar das descontinuidades existentes, descritas por esses autores, serem por: mudanças de símbolos, mudanças de configurações e de significados. No caso particular da dependência linear, também, “é necessário entender como ocorre a reorganização intelectual de modo que este novo conhecimento entre em harmonia com os anteriores (colinearidade, vector, entre outros)” (COSTA e CATARINO, 2007, p.155).

Ainda sobre a questão da descontinuidade existente entre as noções vistas na Educação Básica e no Ensino Superior, Gueudet-Chartier (2000) afirma que, no caso da noção de base de um espaço vetorial, a passagem do que é estudado na Educação Básica

implicaria um grau elevado de generalização e não pode ser identificada, como uma extensão natural, pois

na verdade, na escola os alunos sabem que uma base para um plano é um par de vetores não colineares, e que uma base para o espaço é uma terna de vetores não coplanares. Estas definições são específicas para o contexto: em particular, a dimensão do espaço é conhecida e a independência linear parece germinar. A transição para o conceito geral necessitará da introdução do conceito de família geradora e, portanto, uma importante mudança conceitual (GUEUDET-CHARTIER, 2000, p.8).

Já Oliveira (2005) observou 13 aulas de um professor que ministrava AL, em busca de recursos-meta que fossem passíveis de se tornarem alavancas-meta para alguns dos alunos.

O professor observado propôs uma lista que, segundo Oliveira (2005) permitia que os alunos observassem que um mesmo espaço vetorial poderia ser gerado por diferentes conjuntos geradores. A lista ainda possibilitava que os alunos refletissem sobre a reversibilidade das noções, isto é, “todo conjunto de vetores gera um subespaço vetorial e, por outro lado, todo subespaço vetorial é gerado por um conjunto de vetores” (ibidem, p.67).

Segundo Oliveira (2005) o professor propiciou vários momentos de discussão de maneira tal que levou os alunos a conceituarem a noção de dimensão e, ainda, que um conjunto possui infinitas bases. Assim, como conduziu os alunos a associarem as noções de dimensão e de conjunto linearmente independente para obter a base de um espaço vetorial, ou verificar se um conjunto de vetores é uma base para um determinado espaço, isto é um exemplo de recurso-meta.

Considerações Finais

A noção de espaço vetorial, objeto de estudo de diversos pesquisadores, entre eles Dorier *et al.* (1997), já se mostrou ser de difícil compreensão por parte dos estudantes devido a sua característica unificadora e generalizadora. No entanto, se o professor formador evidenciar essas características que são intrínsecas à noção de espaço vetorial, fazendo uso das discussões epistemológicas, poderia, então, propiciar que o estudante percebesse o movimento que ocorre no desenvolvimento da Matemática e a sua aplicação na própria Matemática, além de criar um momento para revisar as noções de conjunto e operações binárias, necessárias, segundo Paraguez (2009), à construção da noção de base de um espaço vetorial. Afinal, revisar conteúdos da Educação Básica de

forma a construir um saber científico pode propiciar a compreensão do processo de aprendizagem que deve ocorrer na Educação Básica.

Os resultados apresentados por Padredi (2003) sobre os recursos provindos da Geometria Analítica para o desenvolvimento das noções da AL. E, ainda, as evidências apontadas por Costa e Catarino (2007) ao estabelecer conexões entre essas noções e conceitos da Educação Básica, fornecem indícios de ser outra oportunidade para estabelecer as conexões entre as noções matemáticas em seus diferentes níveis de ensino. No entanto, não podemos nos esquecer de Gueudet-Chartier (2000) que alertou sobre os devidos cuidados com a generalização abusiva dessas noções.

A questão que fica é: Será possível afirmar que um professor que em sua formação inicial refletiu sobre conceitos, por exemplo, vetor, nos diferentes níveis de ensino, teria melhores condições para analisar os livros didáticos e, assim, verificar a existência de generalizações abusivas nos livros escolhidos por ele para serem usados em sala?

Referências bibliográficas

- Costa, C., Catarino, P. (2007). Da colinearidade no ensino secundário à dependência linear no ensino superior: Que descontinuidades? *Quadrante*, Portugal, v. 16, n. 1, p.147-159.
- Dorier, J. *etal.*(1997).*L'enseignement de l'algèbre linéaire en question*. França: La Pensée Sauvage Editions.
- Dubinsky, E. (2001). Teaching and Learning Abstract Algebra and Linear Algebra: A Unified Approach. In: H. Chick, K. Stacey, J. Vincent, & J. Vincent (Eds.) *Proceedings of the 12th ICMI Study Conference, 1,2,3 v* .Melbourne, p. 705-712.
- Gatti, B. A.; Barreto, E. S. de S. (2009) *Professores do Brasil: impasses e desafios*. Brasília: UNESCO.
- Gueudet-Chartier, G. (2000). *Rôle Du géométrique dans l'enseignement et l'apprentissage de l'algèbre linéaire*. (Tese inédita de doutorado). Université Joseph Fourier, Grenoble 1, França.
- Lei nº 9.394, Diretrizes e bases da Educação Nacional, Casa Civil da Presidência da República Federativa do Brasil. Leis Ordinárias. Brasília, Subsecretaria para assuntos Jurídicos, 1996.
- Nacarato, A. M.; Passos, C. L. B. (2007). *As licenciaturas em matemática no estado de São Paulo*. Horizontes, v. 25, n. 2.
- Oliveira, L. C. B. (2005). *Como funcionam os recurso-meta em aula de álgebra linear?* (Tese inédita de mestrado). Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo.
- Parecer CNE/CP9/2001. Conselho Nacional de Educação. Diretrizes curriculares Nacionais para a Formação de Professores da Educação Básica em nível superior. Diário Oficial da União, Brasília, 18 de janeiro de 2002, Seção 1, p. 31.

- Parecer CNE/CES 1.302/2001. Conselho Nacional de Educação. Diretrizes curriculares Nacionais para os Cursos de Matemática, Bacharelado e Licenciatura. Diário Oficial da União, Brasília, 5 de março de 2002, Seção 1, p. 15.
- Padredi, Z. do N. (2003). *As “Alavancas Metas” no discurso do professor de Álgebra Linear*. (Tese inédita de mestrado) Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo.
- Parraguez, M. G. (2009) *Evolución Cognitiva del Concepto Espacio Vectorial*. (Tese inédita de doutorado). Instituto Politécnico Nacional, Distrito Federal, México.
- Pires, C. M. C. (2011). Saberes pedagógicos e saberes específicos na formação de professores que ensinam Matemática. *Unión revista iberoamericana de educación matemática*, número 25, páginas 31-42.
- Prado, E. de A. (2010) *Alunos que completaram um curso de extensão em Álgebra Linear e suas concepções sobre base de um espaço vetorial*. (Tese inédita de mestrado). Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo.