CONCEPÇÕES DE ESTUDANTES DE LICENCIATURA EM MATEMÁTICA SOBRE O PAPEL DAS DEMONSTRAÇÕES NA FORMAÇÃO DO PROFESSOR E SOBRE SEU ENSINO NA EDUCAÇÃO BÁSICA

Ruy César Pietropaolo – Marta Élid Amorim Mateus
rpietropaolo@gmail.com – martaelid@gmail.com
Universidade Bandeirante de São Paulo/Brasil – Universidade Federal de Sergipe/Brasil

Tema: Formação Inicial
Modalidade: CB
Nível educativo: Formação e atualização docente
Palavras chave: Demonstrações e provas, Conhecimento Matemático para o Ensino, Formação Inicial de Professores de Matemática.

Resumo

Apresenta-se, neste artigo, uma interpretação de concepções explicitadas por um grupo de 10 estudantes do último ano da licenciatura em Matemática de uma universidade federal brasileira, sobre o papel das demonstrações e provas na formação de professores. Os dados examinados foram coletados pela aplicação de questionários e de entrevistas, envolvendo avaliação de "provas" elaboradas por alunos do ensino básico a respeito da soma dos ângulos internos de um triângulo. Para essa análise, utilizou-se como referência o trabalho de Balacheff (1987) sobre a classificação dos diferentes tipos de "prova" elaborados por alunos. Observou-se entre os estudantes certa rigidez na análise de provas produzidas por alunos e poucos elogios à criatividade, argumentando de que não podiam avaliar favoravelmente as produções dos alunos, uma vez que não seriam provas do ponto de vista matemático. Os estudantes foram unânimes a respeito da importância das demonstrações na formação de professores, embora não acreditem que esse assunto possa ser desenvolvido com sucesso no ensino básico. Apesar do rigor que exigiram na avaliação, eles mostraram, nesse processo, suas próprias fragilidades tanto no que se refere ao conteúdo como ao fato de utilizar a própria tese como argumento para desenvolver a demonstração.

Introdução

Este artigo tem por finalidade apresentar as concepções de estudantes do último ano do curso de Licenciatura em Matemática de uma universidade federal brasileira a respeito do processo de ensino e de aprendizagem de demonstrações na Educação Básica. Para tanto, propomos a dez licenciandos que analisassem demonstrações elaboradas por alunos da 8.ª série do Ensino Fundamental a respeito da soma dos ângulos internos de um triângulo. Além disso, eles deveriam fazer comentários específicos para cada uma das provas produzidas e atribuir a elas uma nota de zero a dez. Para a obtenção dos dados, os estudantes responderam a um questionário e concederam entrevistas que foram gravadas em áudio.

A média de idade dos sujeitos é de 22,5 anos e, em sua maioria, oriundos de escola pública. Nove dos dez licenciandos ingressaram no curso no segundo semestre de 2009 e já realizaram atividades de docência no ensino fundamental, ou na disciplina de estágio supervisionado ou em programas de iniciação a docência.

Nosso propósito foi analisar os argumentos utilizados para justificar suas notas em relação às produções dos alunos. Pretendíamos diagnosticar o grau de concordância dos entrevistados a respeito de cada uma das provas apresentadas e examinar suas possíveis interferências, caso fosse professor da turma e buscar elementos para responder à questão: como estudantes de licenciatura, futuros professores de Matemática da Educação Básica, interpretam produções de "prova" de alunos do ensino fundamental e as avaliam?

Para essa pesquisa, tomamos por base os trabalhos de Healy e Hoyles (1998), Dreyfus (2000), Knuth (2002) e Pietropaolo (2005) que tratam das concepções de alunos e de professores sobre as provas em Matemática. As produções apresentadas aos licenciandos (Anexo) fizeram parte do estudo realizado por esses pesquisadores. Para análise dos dados, utilizamos também como referência o trabalho de Balacheff (1987) que analisa os diferentes tipos de "prova" elaborados pelos alunos.

Convém salientar que utilizamos neste artigo a palavra *prova* em seu sentido mais amplo, ou seja, com o mesmo significado que diversos educadores matemáticos dão a esse vocábulo. Compartilhamos da posição de Pietropaolo (2005) de que a prova pode ser considerada como recurso pedagógico

> bastante rico nas aulas de Matemática do Ensino Fundamental e Médio, desde que se admita um sentido mais amplo para essa palavra. Não caberia a simples reprodução – pelo aluno ou professor – das provas presentes nos livros, mas sim o "fazer matemática" em sala de aula, envolvendo experimentações, conjecturas, argumentações. (P. 5)

Quando nos referirmos à prova no sentido mais estrito do termo, utilizaremos prova rigorosa ou demonstração.

Procedimentos e fundamentação teórica

Para analisar as argumentações dos dez licenciandos concernentes às provas elaboradas por alunos, reputamos apropriado destacar, inicialmente, as notas atribuídas a cada uma dessas produções. Para tanto, apresentamos quadros com essas avaliações, pois por meio deles é possível comparar as notas de cada um e identificar convergências e, desse modo, obter uma visão mais geral a respeito dos dados da pesquisa.

Todavia, para procedermos a essa análise ressaltamos que, *a priori*, classificamos em três grupos, as provas apresentadas aos licenciandos.

No primeiro grupo está a prova aceitável do ponto de vista da Matemática e da Lógica, ainda que eventualmente algumas informações não estejam enunciadas no texto. A prova de Ana Júlia foi classificada neste grupo.

No segundo grupo está incluída a prova que, segundo a categorização de Balacheff (1987), explicita a validade de uma proposição pela realização de operações ou transformações sobre um objeto presente, não por ele mesmo, mas como representante característico de uma classe – o "exemplo genérico". Neste grupo está a prova de Breno. No terceiro, estão incluídas as provas empíricas, ou seja, agrupamos as provas segundo as duas categorias de Balacheff (1987), o "empirismo singelo" e a "experiência crucial". Essas categorias abarcam as provas em que o indivíduo obtém a certeza de uma proposição por meio da observação de um pequeno número de casos ou, então, enuncia explicitamente o problema da generalização e o resolve mediante a realização de um caso que é particular e que é possível. Neste grupo estão as provas de Isabella e Daniel.

As notas atribuídas às "demonstrações" de uma proposição da geometria plana

O quadro a seguir mostra as avaliações dos licenciandos entrevistados, expressas por notas de zero a dez, às produções de quatro alunos cuja tarefa era demonstrar que a soma dos ângulos internos de um triângulo é 180 graus.

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	Média
Ana Júlia	10,0	10,0	10,0	9,5	10,0	10,0	10,0	10,0	10,0	10,0	9,95
Isabella	6,0	3,0	4,0	2,0	7,0	2,5	4,0	8,0	2,0	3,0	4,15
Daniel	4,0	1,0	6,5	0,8	6,0	3,0	4,0	7,0	2,0	7,0	4,13
Breno	1,0	1,0	7,0	2,5	3,0	3,0	2,0	6,0	2,0	6,0	3,35

Um aspecto que pode ser observado, mediante os dados da tabela, trata-se de um consenso: a prova apresentada por Ana Júlia pode ser considerada a melhor dentre as demais, uma vez que todos os entrevistados lhe atribuíram a melhor nota. Esse consenso se revelou quanto ao valor a ela atribuída: 10,0 de nove dos dez entrevistados.

A seguir, a título de exemplo, está a análise de um licenciando a respeito da prova de Ana Júlia, o que representa bem as falas dos demais:

> Prova perfeita, supôs o triângulo qualquer e usou justificativas coerentes. A aluna tem noção do que realmente é uma prova matemática. (G)

No entanto, há licenciandos que acreditam que a prova apresentada por Ana Júlia seja reprodução/memorização do que foi ensinado pelo professor em sala de aula ou apresentado no livro didático.

> Ana Júlia se saiu muito bem acertando a resposta e usando uma ótima forma de demonstração e argumentando muito bem, mas como professor fico um pouco desconfiado, pois a resposta ficou muito parecida com a do livro, então ela pode ter decorado ou colado. (A)
>
> Ana Júlia compreendeu muito bem a pergunta e o assunto dado em sala de aula. Ela aplicou conhecimentos sólidos já vistos, chegou ao resultado de forma muito eficaz. (I)

Outro aspecto que pode ser observado na tabela é a média de Breno: a prova que obteve a menor média. A argumentação de Breno levou em consideração a ideia de ângulo como mudança de direção, o que não foi compreendido por muitos licenciandos. Como vemos nas falas que seguem.

> A prova é baseada em argumentos verdadeiros com exceção da volta de 360º, logo não prova nada, o nível de prova de Breno tem que ser revisto. (G)
>
> Sinceramente, não consigo visualizar o que ele explicou. (I)
>
> Breno forçou o resultado e usou argumentação que não sabemos se são verdadeiras. (A)

Provavelmente esses licenciandos não vivenciaram, ao longo da sua formação, experiências relacionadas ao conceito de ângulo como mudança de direção, uma das abordagens sugeridas pelos PCN.

Analisando os depoimentos dos estudantes pudemos também identificar outro motivo para a rejeição à prova de Breno: o fato de ele ter utilizado a linguagem natural, não uma linguagem matemática formal, mesmo argumentando de maneira genérica e correta.

Analisando a prova da Isabella é possível conjecturar que sua maior preocupação tenha sido com a linguagem a ser utilizada, pois, provavelmente, seria essa a exigência de seus professores de Matemática, ou, então, ela teria procurado reproduzir uma demonstração já feita. Porém, não identificamos nos comentários de nenhum dos licenciandos o erro cometido por Isabella: utilizar o fato da soma dos ângulos internos de um triângulo ser 180 graus – o que deveria ter sido demonstrado.

Convém ressaltar que as notas baixas atribuídas a Isabella pelos licenciandos devem-se ao motivo de ela ter usado um caso particular, um triângulo isósceles cujo ângulo oposto a base mede 50 graus e não por ela ter usado a tese como argumento para a demonstração.

> Isabella saiu bem, mas pecou quando pensou que mostrando para um caso vale para todos. (A)
> A aluna apresentou conhecimento algébrico e geométrico, porém a mesma fez uma generalização ao atribuir valores aos ângulos e tomar um determinado tipo de triângulo para provar todos. (B)
> Concluiu de maneira correta, mas utilizando de um caso particular de triângulo. (E)
> Isabella se enganou ao achar que provando para o triângulo isósceles estava provando para todos os triângulos. E ela poderia ter explicado um pouco mais de onde saiu que â é 50º, isto é errado. Não tem nada que me garante que â não possa ser 60º, ou até mesmo 70º. Logo sua demonstração está errada. (I)

Já a “experimentação” de Daniel poderia ser classificada como “prova empírica” (Balacheff, 1987). Daniel valida a proposição, enunciando a generalização a partir de casos que ele próprio experimentou. Isso é claramente identificado pelo licenciando (E) que valoriza a produção atribuindo-a nota 6,0 e faz a seguinte a análise sobre a prova de Daniel.

> Na intenção de mostrar a veracidade da afirmação o aluno usou de casos particulares. Mostrou certo domínio ao lidar com ângulos. (E)

A licencianda (C) também concorda de que o aluno Daniel está em processo de construção de uma prova, valorizando sua produção.

> Daria a esse aluno 6,5, pois ele fez essas somas que realmente deram 180º, mas como falei são casos particulares, precisa generalizar, então não considero que seja uma prova. (C)

A licencianda (C) ainda faz os seguintes comentários sobre o trabalho desse aluno,

> Falaria a Daniel que a ideia dele foi boa, porém o que ele fez não prova, necessita-se de algo mais geral, apenas algumas somas não justificam.

Apesar dos licenciandos (E) e (C) atribuírem notas relativamente altas a Daniel, o licenciandos (B), (F) e (G) utilizaram o mesmo argumento – o uso de casos particulares – como justificativa para as notas baixas, como comprovam as falas a seguir.

> O aluno apenas verificou que o enunciado da questão é válido, não me provou nada. (B)

> Procurou testar vários triângulos, porém não me garantiu nada, apenas que esses casos dão certo [...]. (F)
> [...] desenhou vários triângulos, mediu os ângulos internos e somou, mas o problema é que só vale para os casos particulares [...]. (G)

Dessa forma, os licenciandos pouco valorizam o processo e parecem querer uma prova formal. Provavelmente isso ocorre como reflexo do que vivenciaram ao longo do curso de Licenciatura – onde se exige um tratamento rigoroso e uma linguagem algébrica para as provas. As falas a seguir podem atestar essa afirmação:

> Diferente do ensino básico, na licenciatura o modo como o ensino é dado requer demonstrações, pois estamos num curso de formação de professores e é de extrema importância as demonstrações e argumentações matemáticas [...]. (G)
> No ambiente acadêmico, apesar do relevante aumento do rigor das demonstrações e argumentações, achei de forma adequada ao nível de experiência que foi adquirido no decorrer do curso de licenciatura. (E)

No entanto, dois licenciandos defendem a ideia de processo para fazer uma demonstração formal no curso de Licenciatura, apesar de não considerarem esse aspecto na avaliação que fizeram das produções dos alunos.

> [...] A maioria das demonstrações aqui na licenciatura foram feitas de forma muito rigorosa, e após um tempo de curso já me sinto capaz de refazê-las. (I)
> No início do curso, não conseguia entender as demonstrações de primeira, mas hoje já tenho uma maior facilidade para entendê-las. (J)

Considerações finais

Mediante a leitura atenta dos depoimentos dos licenciandos, participantes desta pesquisa, pode-se afirmar que todos, em maior ou menor grau, valorizaram sobremaneira o uso da linguagem algébrica pelos alunos, mesmo quando consideraram os procedimentos utilizados para demonstrar inadequados, como é o caso da análise que fizeram a respeito da prova de Isabella – não identificaram que nessa prova a aluna usava a tese como argumento.

Essa valorização da linguagem algébrica pelos licenciandos na atividade de “demonstrar” e, consequentemente, a não valorização do uso da língua materna para este fim também foram identificadas nos depoimentos desses futuros professores quando procederam a análise da prova de Breno.

O que constatamos é que eles estão pouco preocupados com a questão pedagógica e muito preocupados em fazer uma análise técnica das provas, isso pode ser reflexo do curso em que estão inseridos, onde não há espaço para discussão sobre o processo para que o aluno possa construir uma demonstração.

No entanto, há por parte dos licenciandos dúvidas na construção de uma demonstração no que tange aos aspectos elementares do processo, por exemplo, a aluna Isabella usou a tese como argumento na construção da demonstração e nenhum dos licenciandos identificou tal fato.

Além disso, verificamos que alguns licenciandos não tem o conhecimento específico do conteúdo, como a definição de ângulo externo de um triângulo e a ideia de ângulo como mudança de direção, o que fica nítido nos comentários em relação a prova de Breno.

Referencias bibliográficas

Balacheff, N. (1988). Aspects of proof in pupil's practice of school mathematics. In: PIMM, D. (Ed.). *Mathematics teachers and children*. London: Hodder and Stoughton, pp. 216-235.

Janh, A.P.; Healy, L.; Pitta Coelho, S. (2007). Concepções de professores de Matemática sobre a prova e seu ensino: mudanças e contribuições associadas à participação em um projeto de pesquisa. In: *REUNIÃO DA ANPEd*, 30, Caxambu. Anais... Caxambu: ANPEd, v. 1., p. 1-18.

Knuth, E. (2002). Teachers' conceptions of proof in the context of Secondary School Mathematics. *Journal of Mathematics Teacher Education*, n. 5 (1), p. 61-88.

Pietropaolo. R.C. (2005) *(Re) Significar a demonstração nos currículos da educação básica e da formação de professores de matemática*. 249f. Tese (Doutorado em Educação Matemática) – Pontifícia Universidade Católica, São Paulo.

Shulmann, L. S. (1986). "Those who understand: Knowledge growth in teaching". *Education Researcher*, vol. 15, n.2. Fevereiro, pp. 4-14.

Anexo

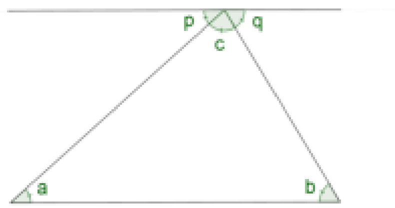
Resposta de Daniel

Eu medi cuidadosamente os ângulos de diversos tipos de triângulos e fiz uma tabela.

A	B	C	Total
110°	34°	36°	180°
95°	40°	45°	180°
35°	72°	73°	180°
90°	59°	31°	180°
13°	19°	148°	180°

Em todos eles a soma foi 180°. Logo, a afirmação é correta.

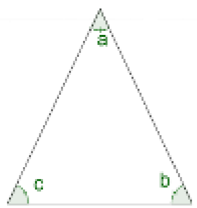
1. Resposta de Ana Júlia



Afirmativas	Justificativas
p=a	Ângulos alternos internos determinados por duas paralelas e uma transversal são iguais.
b=q	Ângulos alterno internos determinados por duas paralelas e uma transversal são iguais.
p+c+q=180°	Ângulo raso.

Logo, a+b+c=180°

2. Resposta de Isabella

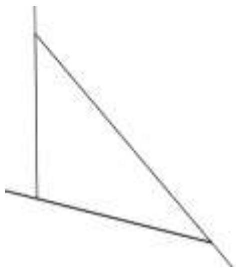


Afirmativas	Justificativas
a=180° – 2c	Os ângulos da base de um triângulo isósceles são iguais.
a= 50°	180° – 130°
b=65°	180° – (a+c)
c=b	Os ângulos da base de um triângulo isósceles são iguais.

Logo, a+b+c=180°

3. Resposta de Breno

Se eu caminhar toda a volta sobre a linha do triângulo, termino olhando o caminho por onde comecei. Eu girei 360°.



Cada ângulo externo quando adicionado ao ângulo interno deve dar 180° porque eles foram uma reta. Isto faz um total de 540°.
540° – 360°=180°.
Logo, a afirmação é verdadeira.