

FUNCIONES, GEOGEBRA Y SITUACIONES COTIDIANAS

Karina Rizzo, Luciana Volta

ISFD N°24. Universidad Nacional de Quilmes. Argentina
karinarizzo71@gmail.com, lvolta@unq.edu.ar

Resumen

Es común escuchar a los alumnos preguntarnos a los docentes, ¿para qué me sirve este tema?, o en dónde lo puedo aplicar?, o ¿en qué se relaciona con la realidad cotidiana? Asimismo, entendemos el gran potencial de las nuevas tecnologías, a nivel general, pero también en el ámbito educativo. Por ello nos proponemos en este trabajo mostrar una experiencia realizada con estudiantes de 5° año de la educación media, en la que estudiamos algunas funciones a través de imágenes concretas de la vida cotidiana, utilizando el software libre GeoGebra.

Marco teórico

La matemática se expresa en nuestra realidad diaria, no obstante, al estudiante en general le resulta lejana y abstracta. Es así que entendemos la necesidad de acercarla, de mostrarla más concreta, de presentarla dentro de nuestro trabajo cotidiano. Asimismo, esto conlleva a la motivación del alumno, y de esta manera a que comprenda la necesidad de nuevos aprendizajes. En este mismo sentido, el trabajar con modelización matemática permite que el estudiante se involucre en la tarea favoreciendo su predisposición de aprender el nuevo contenido a ser enseñado (Bouciguez, Irrassar, Suárez, 2008).

En relación al tema de funciones, en muchos casos se suelen trabajar en forma separada, la resolución de una ecuación $f(x)=0$ y los “ceros” o raíces” de dicha función (Ancho Narvaiz, 2012). Además, a modo de ejemplo, podemos ver estudiantes que no están acostumbrados a relacionar los coeficientes de la expresión algebraica de una función polinómica con las características de su representación gráfica (González Astudillo, 2010). El trabajar con estrategias que permitan al estudiante transitar por las diferentes formas y contextos en los que se puedan ver y representar los contenidos matemáticos es necesario para el aprendizaje (Díaz Lozano, Haye, Montenegro, 2013).

Frente al avance general de las TIC que invade también la enseñanza y el aprendizaje, entendemos la importancia de plantear propuestas didácticas, en las que tanto el docente como el estudiante se apoyen en estas nuevas tecnologías para realizar y acompañar estos procesos. La enseñanza tradicional regida por el lápiz y el papel representa, en general, objetos matemáticos estáticos. Lleva mucho tiempo avanzar de lo discreto a lo continuo en el estudio de funciones, lo que se logra en periodos de tiempo más largos y en un menor número de estudiantes. En cambio, la utilización de medios tecnológicos, facilita la manipulación de las potencialidades dinámicas de los objetos matemáticos. Es así que permiten explorar los efectos de la variación de los parámetros, variables y/o coeficientes

en las diferentes funciones y en tiempos cortos (Basurto Hidalgo, 2013). Además, la utilización de medios tecnológicos en propuestas didácticas realizadas para tal fin, parecen favorecer las actitudes positivas como la perseverancia, precisión, espíritu crítico, creatividad, y flexibilidad de pensamiento (García y Romero Albaladejo, 2009).

Entendemos entonces importante el trabajar con los estudiantes en situaciones cotidianas, en las que puedan acercar matemática a la realidad, así como también el uso de algún medio tecnológico que sirva de apoyo en esta tarea (Gamboa Araya, 2007).

En este trabajo presentamos algunas experiencias realizadas con estudiantes de 5° año de la escuela media, en la que se propone trabajar con diferentes funciones que pueden explorarse en situaciones cotidianas, con la ayuda del software GeoGebra.

Marco metodológico

Este trabajo se realizó con estudiantes de 5° años de un colegio de Enseñanza Media del conurbano bonaerense, subvencionado en su totalidad por el Estado Nacional. Estudiamos los resultados obtenidos en relación a los conocimientos y destrezas matemáticos, a la motivación y el desempeño de los alumnos frente a una actividad pautada a realizar. Dicha actividad fue entregada luego de abordarse los temas en forma tradicional (tiza y pizarrón) y utilizando en paralelo el software GeoGebra. De esta manera los estudiantes se iban familiarizando con el programa en forma gradual. La docente en cada clase trabajó con el mismo, incentivando a los alumnos y guiándolos en su uso.

Las consignas de la actividad propuesta las exponemos a continuación.

Trabajo Práctico:

- 1) Buscar, utilizando herramientas tecnológicas, cuatro imágenes y/o situaciones cotidianas en las que se puede advertir y plasmar el contenido trabajado: funciones polinómicas (funciones exponenciales y logarítmicas).
- 2) Encontrar la expresión algebraica (fórmula) que mejor se adapte a la situación, utilizando primero la información encontrada (puntos) y el método de interpolación, y luego mediante el GeoGebra.
- 3) Utilizar dicha información para plantear y resolver una situación problemática acorde a lo encontrado.
- 4) Mostrar el contenido matemático involucrado, así como la explicación, justificación y/o desarrollo que permita comprobar el contenido utilizado.

Sugerencias: Buscar gráficos donde se observe la función (o saca fotos). Insertar la imagen encontrada en GeoGebra. Analizar dicha función. Inventar una situación problemática.

Nota1: Escribir cuidadosamente, de dónde se sacan los datos, imágenes, situaciones, etc. que se utilizan (fecha y fuente).

Nota 2: Puedes ayudarte con los ejemplos dados en clase sobre “Las funciones polinómicas (exponenciales y logarítmicas en la resolución de problemas”.

El tema funciones en general es abordado por la docente en primera instancia de forma tradicional, pero en paralelo trabaja con el GeoGebra, mostrando las diferentes opciones que éste brinda, como el poder advertir diferentes “vistas” a la vez sobre una misma situación (vista algebraica, la vista gráfica, etc.), poder insertar una imagen, realizar aproximaciones. Asimismo, la docente va mostrando diferentes ejemplos de situaciones concretas y cotidianas en las que se pueden explorar estas funciones.

En este caso, la actividad propuesta a los alumnos versa sobre funciones polinómicas, exponenciales y logarítmicas. Y suelen ser pedidas en dos momentos distintos (funciones polinómicas en primer lugar, y posteriormente funciones exponenciales y logarítmicas), con consignas muy similares. Para la realización del trabajo los alumnos cuentan con aproximadamente un mes. Su entrega es posterior a la evaluación del tema, que se realiza en la sala de computación, utilizando GeoGebra, y justificando las respuestas algebraicamente, como en una evaluación escrita “estándar” sobre dicho tema.

El trabajo se puede realizar en forma individual o de a dos personas. La entrega en tiempo y forma contribuye en la calificación de los estudiantes. La docente acompaña y orienta en todo momento a los estudiantes que lo requieran, teniendo comunicación fluida con ellos a través del mail y dejando a disponibilidad una gran cantidad de tutoriales.

Con la actividad pedida buscamos que el estudiante reconozca y relacione la matemática con lo cotidiano, a través de situaciones concretas y diarias. Asimismo buscamos que las pueda plasmar en el GeoGebra, y que reconozca las funciones implicadas en las situaciones cotidianas halladas. Entendemos que este proceso requiere que los alumnos se involucren y sean parte activa del conocimiento, así como también que sean capaces de pasar de un registro matemático a otro. Además, se les pide que anoten el origen de los datos obtenidos, tratando de esta manera generarles este hábito tan importante.

Finalmente, a modo de cierre de estas actividades pedidas, y posterior a la entrega de las mismas (para una revisión por parte de la docente), se establece un día para compartir las producciones de los alumnos/grupo.

Lectura y análisis de la información obtenida

Una vez entregadas las consignas y pasado el momento en el que los alumnos se sienten dudosos de poder encontrar un artículo, imagen o situación cotidiana en el que se pueda descubrir una función matemática, comienza el proceso de búsqueda. Allí descubren, por ejemplo, que no cualquier imagen puede modelizarse mediante una función determinada, sino que en general se debe primero “sondear” qué tipo de función podría aproximarla.

Si bien el GeoGebra permite, además de insertar una imagen, descubrir la expresión algebraica asociada a la misma, a través del ingreso (o marcado) de puntos/datos, utilizando Vista- Hoja de cálculo y Vista- CAS, también se pide, mediante la interpolación, aproximar a la expresión algebraica de dicha imagen de forma manual, utilizando la

Uso de los recursos tecnológicos en el aula de matemática

calculadora. La idea es poder comparar luego las dos expresiones obtenidas. Y de esta manera mostrar a los estudiantes las grandes ventajas de utilizar este software matemático.

A modo de ejemplo, en la Figura 1 y la Figura 2, puede ver que los estudiantes insertaron en el programa una figura que podía aproximarse a una curva polinómica, y mediante el marcado de algunos puntos y luego de realizar reiterados “ajustes polinómicos”, descubrieron la ley de la misma. Con ella fue posible buscar la ordenada de las funciones y las raíces. Además puede verse escrita una situación concreta en relación al gráfico insertado en el software que realizaron los estudiantes.

Otro ejemplo puede verse en la Figura 3, en la que se muestra la imagen de una montaña rusa insertada en el GeoGebra. Los alumnos en este caso marcaron primeramente los puntos A, B y C que se muestran en la Imagen, pero luego no encontraron "como unirlos". En el intento utilizaron el comando de “cónicas”, pues buscaron alguna herramienta rápida de las visibles en los íconos principales del programa para modelizar la figura matemáticamente. Luego de consultar a la docente pudieron encontrar la función exponencial que estaba en juego, y que unía estos tres puntos señalados. Dicha función tiene como base y como corrimientos (tanto horizontal como vertical) números racionales, situación que llamó la atención de los alumnos que dudaron de esta aproximación realizada.

Por último, realizaron un relato acorde a la situación plantada y resuelta, como lo muestra la Figura 3.

Figura 1

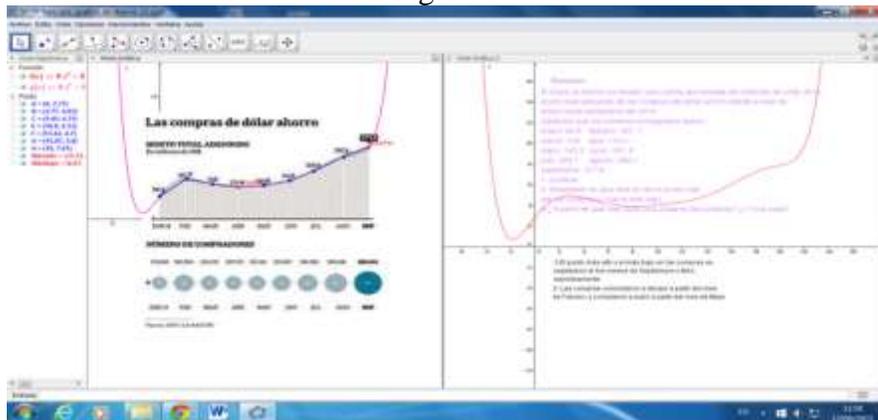


Figura 2.

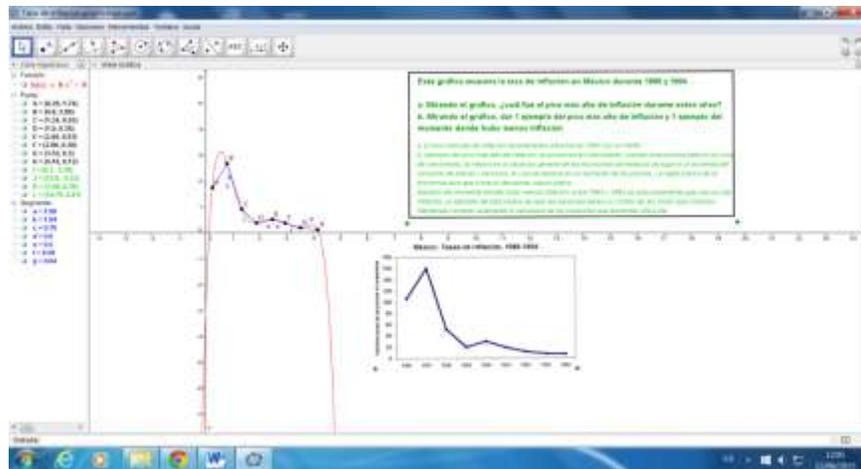
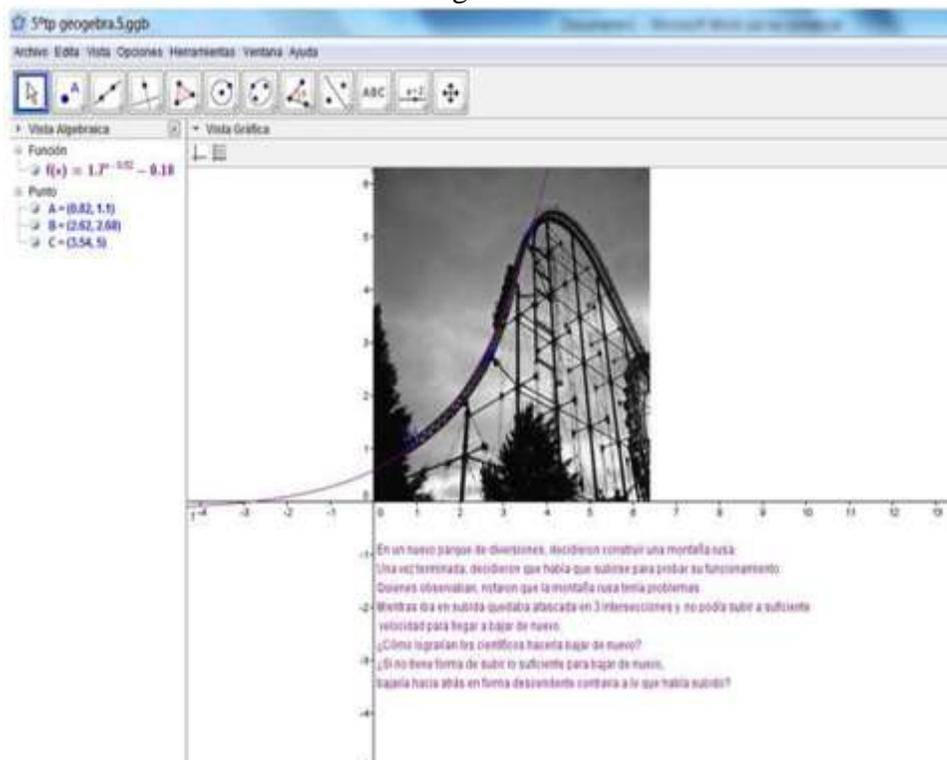


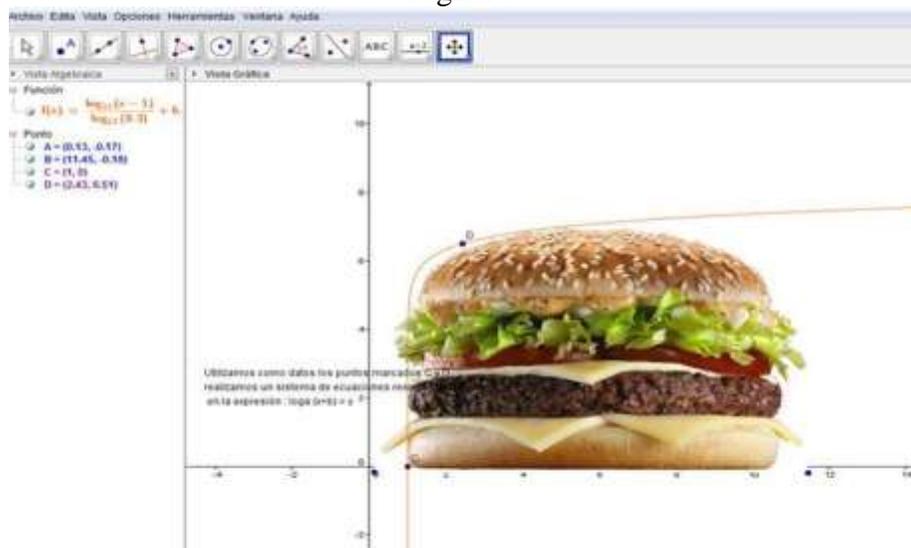
Figura 3



En algunos casos, si bien la búsqueda de la imagen y su asociación al contenido matemático fue correcta, el planteo de la situación problemática acorde consistió en el cálculo de la expresión en sí. Por ejemplo esta situación puede verse en la Figura 4, pues los cálculos realizados y las curvas graficadas son acertadas, pero no hay redacción coloquial de la situación.

Luego de entregar los trabajos a la docente, los alumnos debieron compartir a sus compañeros lo realizado. En esta etapa final, se sintieron un poco más tranquilos, pero se evidenciaron problema a la hora de comunicar con lenguaje adecuado (matemático o no).

Figura 4



Conclusiones

Una vez presentada la actividad a realizar, la primera reacción de los alumnos en general, fue sentirse paralizados, como si fuese casi imposible encontrar artículos y/o situaciones cotidianas en las que aparezcan las funciones pedidas. Para salvar esa aparente disociación de la realidad y la matemática, la docente retomó ejemplos citados en clase, y mostró otros ejemplos nuevos. Asimismo expuso trabajos realizados por alumnos en años anteriores. Esta situación de incertidumbre e incapacidad parece repetirse en este tipo de actividades en los que ellos deben involucrarse y buscar relaciones entre la matemática y la realidad (Rizzo, Volta, 2013, 2014 y 2015). No obstante, es notable el interés que muestran los estudiantes una vez que descubren que aquello que encontraron puede modelizarse a través de una función matemática.

Una vez encontrado el artículo, imagen, noticia, situación cotidiana noticia, comenzaron a surgir fallas:

- Falta de fuente y fecha del mismo (pese a que en las consignas de la actividad está explícito)
- Incompleta y/o confusa redacción de la situación problemática a resolver.
- Redacciones poco relacionadas con el artículo o situación presentada.
- Redacciones acorde al artículo o situación presentada, pero en la resolución a nivel matemático utiliza y/o agrega datos que no tienen que ver con el mismo.
- El planteo de la situación problemática relacionada con el artículo o situación fue en algunos casos la búsqueda de la función en juego.
- En algunos casos los trabajos evidenciaron errores en la resolución matemática de contenidos que deberían haber sido aprendidos con anterioridad, como por ejemplo en un despeje de términos, o la equívoca o nula utilización de propiedades; mientras que los

Uso de los recursos tecnológicos en el aula de matemática

algoritmos y funciones “nuevas” (polinómicas, exponenciales y logarítmicas), en general, aparecen trabajadas en forma correcta.

Entendemos que la realización y la entrega de actividades extra escolares permite que el alumno pase más tiempo con el trabajo que va a entregar, lo pueda revisar, y en ese transcurso le surjan ciertas dudas que puede consultar. En este sentido la docente debió guiarlos y acompañarlos durante todo el proceso: desde la búsqueda de artículos, imágenes, situaciones, pasando por el planteo matemático, la resolución de la situación propuesta, en el cuidado de la escritura, en la utilización del GeoGebra, etc.

El poder utilizar un programa (o una herramienta tecnológica) nos ayuda a modelizar matemáticamente datos concretos de la realidad. En ese proceso muchas expresiones tienen números enteros. Esta situación suele generar en los estudiantes una cierta inquietud que los corre del lugar tradicional en el que abundan los números “simples”. Tal es así que suelen creer que lo hallado es incorrecto. En esta etapa la docente aprovecha a mostrar que las modelizaciones son muy buenas aproximaciones y que los coeficientes concretos no son tan parecidos a los típicos números redondos.

Por otro lado, si bien debían realizar un trabajo con funciones polinómicas, exponenciales y logarítmicas, las expresiones polinómicas y exponenciales surgieron más naturales y menos forzadas que las últimas, en las que los alumnos precisaron una continua y gran orientación de la docente.

Asimismo, el poder trabajar con el software GeoGebra, en el que se visualizan los contenidos y se aceleran procedimientos favoreció al entusiasmo de los estudiantes. Y no de menor importancia, favoreció la comprensión de la necesidad del conocimiento matemático trabajado para poder utilizar las ventajas del software. A nivel general los estudiantes lograron insertar la imagen en el GeoGebra sin problemas, y marcar puntos en ella. Pero les costó hallar la función o eligieron una foto que no representaba la función pedida.

Cabe señalar que la mayoría de los alumnos entregaron las actividades pedidas (algunos estudiantes necesitaron ver varias veces los tutoriales disponibles y refuerzo de explicación vía mail). Aproximadamente el 10% de los alumnos no las entregó. No obstante la motivación de la nota numérica en un trabajo extra escolar, marcó en los alumnos un notorio esfuerzo, sobretudo en aquellos que obtuvieron baja nota en la evaluación del tema.

Una gran dificultad fue el no poder contar en todas las clases con una computadora para que los alumnos puedan trabajar a la par con la docente. Inclusive algunos alumnos manifestaron no tener una computadora en la casa. Sin embargo, en líneas generales los trabajos estuvieron muy bien, y las resoluciones matemáticas fueron muy correctas.

En conclusión, hallamos este tipo de trabajo como una posibilidad de acercar a los alumnos a la incumbencia de la matemática en nuestra vida cotidiana. Aunque en un primer momento el pedido de esta actividad genera resistencia, luego descubren en ella una

instancia de aprendizaje real, evidenciándose gran interés a la hora de su elaboración y durante todo su proceso.

Referencias bibliográficas

Ancho Narvaiz, G. (2012). *Resolución de problemas e interpretación de sus gráficas de funciones polinómicas por estudiantes de 4º de ESO*. Trabajo Fin de Máster. Universidad Pública de Navarra, España. Recuperado desde: http://academica-e.unavarra.es/bitstream/handle/2454/14987/42776_Ancho%20Narvaiz,%20Gema.pdf?sequence=1

Basurto Hidalgo, E. (2013). Uso de tecnología digital en la comprensión de parámetros en funciones polinomiales. *I Congreso de Educación Matemática de América Central y el Caribe*. Santo Domingo, República Dominicana. Recuperado desde: <http://www.centroedumatematica.com/memorias-icemacyc/337-501-2-DR-T.pdf>

Bouciguez, M.B., Irrassar, L., Suárez, M. M. (2008). Análisis de estrategias: un estudio de casos para la función cuadrática. *II Repem (Reunión Pampeana De Educación Matemática)*. Santa Rosa, La Pampa, Argentina. Recuperado desde: <http://repem.exactas.unlpam.edu.ar/cdrepem08/memorias/comunicaciones/Trabinvest/C29.pdf>

Díaz Lozano, M. L., Haye, E. E., Montenegro, F., Córdoba, L. (2013). Dificultades de los alumnos para articular representaciones gráficas y algebraicas de funciones lineales y cuadráticas. *I Congreso de Educación Matemática de América Central y el Caribe*. Santo Domingo, República Dominicana. Recuperado desde: <http://www.centroedumatematica.com/memorias-icemacyc/373-401-2-DR-C.pdf>

Gamboa Araya, R. (2007). Uso de la tecnología en la enseñanza de las matemáticas. *Cuadernos de investigación y formación en educación matemática. Año 2, Número 3*, pp. 11-44. Recuperado desde: http://cimm.ucr.ac.cr/cuadernos/cuaderno3/cuaderno3_c1.pdf

García López, M.M., Romero Albaladejo, I. M. (2009). Influencia de las nuevas tecnologías en la evolución del aprendizaje y las actitudes matemáticas de estudiantes de matemática. *Electronic Journal of Research in Educational Psychology, Vol. 7(1)*, pp. 369-396. Recuperado desde: http://www.investigacion-psicopedagogica.org/revista/articulos/17/espanol/Art_17_306.pdf

González Astudillo, M. T. (2010). *Dificultades y concepciones de los alumnos de educación secundaria sobre la representación gráfica de funciones lineales y cuadráticas*. Recuperado desde:

https://www.google.com.ar/url?sa=t&rct=j&q=&esrc=s&source=web&cd=7&cad=rja&uact=8&ved=0CD4QFjAG&url=http%3A%2F%2Fwww.iberomat.uji.es%2Fcarpeta%2Fcomunicaciones%2F77_teresa_gonzalez_2.doc&ei=RENwVbagHsagwTbxoDIAg&usq=AFQjCNGu9YjwBSp002wdu093eqRmpK5Kqg&bvm=bv.94911696,d.eXY

Rizzo, K., Volta, L. (2013). El recorte periodístico: una alternativa para la fortalecer la enseñanza en matemática. *I JECICNaMa (Primeras Jornadas de Enseñanza, Capacitación e Investigación en Ciencias Naturales y Exactas)*. Recuperado desde: <https://jornadasjecicnama.files.wordpress.com/2015/07/libro-de-actas-2013.pdf>

Rizzo, K., Volta, L. (2014). Una alternativa para la motivación y la visualización de la matemática en lo cotidiano. *Congreso Iberoamericano de Ciencia, Tecnología,*

Uso de los recursos tecnológicos en el aula de matemática

Innovación y Educación. Madrid, España: OEI, 2014. Recuperado desde: <http://www.oei.es/congreso2014/contenedor.php?ref=memorias#30>

Rizzo, K., Volta, L. (2015). Matemática cotidiana, tic y funciones polinómicas. II *JECICNaMa (Segundas Jornadas de Enseñanza, Capacitación e Investigación en Ciencias Naturales y Exactas)*. Recuperado desde: <https://jornadasjecinama.wordpress.com/ponencias/>