

**CONTENIDOS Y EVALUACION EN ANÁLISIS MATEMÁTICO II Y SU  
IMPLICANCIA EN EL RENDIMIENTO DE LOS ESTUDIANTES**

**Humberto Riccomi, Lucía Sacco, María Elena Schivo, Rubén López**  
Facultad Regional San Nicolás. Universidad Tecnológica Nacional. Argentina.  
hriccomi@peeirr.com.ar

**Resumen**

La disminución del desempeño de los estudiantes de Análisis Matemático II (AMII), Facultad Regional San Nicolás (FRSN - UTN) y el análisis de los resultados del tercer parcial teórico práctico de 2014, ha llevado al equipo de cátedra a implementar estrategias de enseñanza para tratar de mejorar el rendimiento de los estudiantes.

Este trabajo presenta las conclusiones de la implementación de dichas estrategias en torno a nuevas instancias de evaluación y cambios en la organización y secuenciación de los contenidos. Los resultados de exámenes de 2015 muestran una mejora en el rendimiento final.

**Introducción**

La contextualización de la relevancia de los resultados que se presentan en este trabajo debe realizarse a partir de una breve referencia histórica de la Universidad Tecnológica Nacional. Durante muchos años estuvo en vigencia el Plan de Estudios 1979 (Ordenanza 299/1978), para la especialidad Mecánica. En el año 1993, a través de la Ordenanza 741/1993 se modifica el Plan de Estudios, atendiendo el cambio de paradigma en la Universidad Tecnológica Nacional y se comienza a hablar de Diseños Curriculares.

Hasta ese momento Análisis Matemático II (AMII) contaba con 6 horas de clases semanales para desarrollar sus contenidos. Un año más tarde, a través de la Ordenanza 799/1995 se produce el primer impacto significativo en la asignatura, reduciéndose la cantidad de horas semanales de clases a 5 horas, sin modificación de los contenidos a brindar por la asignatura. Dado que en AMII se trataba dos grandes ejes temáticos como son Estudio de Funciones de  $R^n$  en  $R^m$  y Ecuaciones Diferenciales, la disminución de la carga horaria repercutió en este último tema, el cual se comenzó a dar sobre el final del ciclo lectivo, brindando a los alumnos apuntes realizados por la cátedra, con estructuras típicas, ejemplos resueltos y ejercitación a realizar. Se dejaba para estudiar, por su cuenta y con bibliografía sugerida, las ecuaciones diferenciales en derivadas parciales.

Con la llegada del siglo XXI, la Universidad Tecnológica Nacional decide apoyar y someterse al proceso de acreditación por parte de CONEAU. Esto provoca a nivel carrera, un nuevo Diseño Curricular de las especialidades (en particular, para Ingeniería Mecánica Ordenanza 1027/2004 CSU) que son los que actualmente están en vigencia. A fines del año 2003, la cátedra sufre un nuevo impacto, los pares evaluadores dictaminan que el tiempo

para el tratamiento de Ecuaciones Diferenciales, tanto ordinarias como en derivadas parciales, es insuficiente.

En lo inmediato se propone como solución el desarrollo de Ecuaciones Diferenciales, tanto ordinarias como en derivadas parciales, como primer tema del año y luego continuar con el Estudio de Funciones de  $\mathbb{R}^n$  en  $\mathbb{R}^m$ . Esta organización y secuenciación de los contenidos trajo aparejado inconvenientes de uso de algunos conceptos que aún no se habían definido, como por ejemplo, hablar de campos escalares homogéneos sin saber que es un campo escalar o dejar para más adelante la resolución de las ecuaciones diferenciales totales exactas, por no haber trabajado aún con integrales de línea y definido lo que es una función potencial. A su vez, se tomó como decisión de cátedra asumir, sin aumento de dedicación para la Facultad, que AMII se dictara en 6 horas semanales.

A partir del año 2008 y con la renovación de docentes integrantes de la cátedra, se comienza una investigación sistemática sobre el trabajo en la asignatura con el objetivo de cuestionar permanentemente el rol docente y el de mejorar la calidad educativa que se brinda a los alumnos. Por tal motivo, se comienza un proceso de implementación de distintas estrategias de enseñanza que faciliten el logro de mejoras en el rendimiento de los estudiantes.

### **La problemática**

El equipo de cátedra, durante varios años ha observado cómo disminuían notablemente los desempeños de los estudiantes de AMII en el tercer parcial teórico práctico del año. Estudiantes con muy buenas notas en los dos primeros parciales salían aplazados en el tercer parcial, debiendo ir a instancias de recuperación, las cuales, en muchos casos, tampoco eran favorables dado la premura del cierre del ciclo lectivo y las cercanías del primer llamado de exámenes del turno noviembre/diciembre.

El equipo de docentes veía con preocupación que todas las estrategias adoptadas durante el año fracasaban en ese final del ciclo en donde los alumnos se encontraban sometidos a los cierres, al mismo tiempo, de todas las asignaturas del año de cursado. Se intentaban distintas soluciones, como por ejemplo, adelantar la fecha del tercer parcial acordando con otras cátedras de modo de espaciar las instancias de evaluación, pero los resultados no mejoraban. En distintas reuniones de cátedra se abordaba el tema y no se encontraba una solución. Se concordaba en que, además de la concentración de los parciales de todas las asignaturas en las últimas semanas del ciclo lectivo, los temas que quedaban en el tercer parcial (integrales curvilíneas, función potencial, integrales de superficie y teoremas de integrales) eran el punto culminante del estudio de Funciones de  $\mathbb{R}^n$  en  $\mathbb{R}^m$ , donde el alumno no sólo debe abordar estos temas, sino que los debe vincular con todo lo dado hasta el momento.

A fines del año 2014, en la última reunión del año, se decidió volver a dejar los contenidos de ecuaciones diferenciales ordinarias, sistemas de ecuaciones diferenciales y ecuaciones diferenciales en derivadas parciales para el tercer parcial, considerando:

- Por un lado, que el abordaje de los mismos resultaría más fácil de asimilar a fines del ciclo lectivo, desarrollando a mitad de año, aquellos contenidos que antes se desarrollaban en el último período de clases.
  - Por otro, se consideró consultar a otras asignaturas del mismo año, como Física II y Análisis Numérico para conocer el impacto de este cambio en sus materias.
- A partir de este análisis previo de la situación se implementó durante el año 2015:
- Un cambio de secuenciación y organización de los contenidos de la asignatura.
  - La comunicación a las cátedras de Física II y Análisis Numérico. El intercambio de ideas para su ejecución.
  - La implementación de exámenes previos al segundo parcial, los cuales se los denominó “Pre Parciales” incluyendo contenidos de la Unidad 5 como integrales múltiples e integrales curvilíneas.
  - El desarrollo de un segundo trabajo práctico grupal con actividades que aporten a la comprensión de contenidos de la Unidad 5 como es parametrización de curvas y de superficies.

A partir del propósito de la cátedra de optimizar los resultados finales de los estudiantes de AMII, este trabajo presenta los resultados de la investigación realizada en torno a la propuesta de nuevas instancias de evaluación y de una nueva secuenciación y organización de contenidos, en función de consideraciones epistémicas (“la lógica del conocimiento”) y psicológicas (“la secuenciación del aprendizaje”) (Feldman y Palamidessi, 2000).

### **Propuestas de estrategias de enseñanza**

La investigación realizada por los docentes de la cátedra presenta una aplicación de las fases de la Ingeniería Didáctica (Artigue, 1995) en el contexto de un año de clases de AMII en las especialidades de Ingeniería Eléctrica, Metalurgia, Electrónica, Mecánica e Industrial de FRSN – UTN, con un total de 125 alumnos que cursan regularmente la asignatura.

En primer lugar se realizaron estudios previos desde donde partir, es decir, conocimientos sobre la asignatura en la cual se está trabajando y las dificultades de aprendizaje que presentan algunos contenidos por parte de los estudiantes.

AMII es una asignatura que trata la aplicación de los conceptos de límite, diferenciación e integración a funciones de  $\mathbb{R}^n$  en  $\mathbb{R}^m$ . Su comprensión y fundamentación se apoyan en el análisis de funciones de una variable real, el álgebra vectorial y la geometría del plano y el espacio.

La programación de la enseñanza de la asignatura para las distintas especialidades, se ha pensado en torno a distintas estrategias didácticas que permitan al futuro egresado formarse en un contexto acorde a su próxima especialización. La intención del docente universitario de carreras de ingeniería es preparar al estudiante para que logre ser un ingeniero competente. Desde la cátedra de AMII se considera que una forma de contribuir al logro de las competencias necesarias para ello, es proponer una enseñanza de dicha asignatura a

partir de la organización de los contenidos y las actividades, tanto de enseñanza como de aprendizaje, en torno a unidades didácticas. Es por ello que las mismas han sido diseñadas en función de intenciones educativas, formuladas por los docentes de la cátedra, con el propósito de facilitar los aprendizajes de los estudiantes en cada uno de los contenidos de la asignatura (Riccomi, H. y otros, 2015).

El aprendizaje de cada uno de los conceptos de AMII implica reconocer por parte de los estudiantes, la estrecha correspondencia entre la representación geométrica y formulación analítica, para poder entender y aplicar dichos conceptos. Las actividades del equipo de cátedra de AMII de las carreras de Ingeniería de la FRSN – UTN giran en torno a la optimización de logro de dicha competencia. Por ello, a partir del análisis del Diseño Curricular de las carreras de ingeniería que se dictan en la FRSN, la cátedra de AMII ha considerado para la selección de los contenidos a desarrollar durante el ciclo lectivo, criterios de representatividad, alcance y profundidad. Durante años, la secuenciación y organización de los contenidos se ha realizado teniendo en cuenta los aspectos principales de la disciplina y las necesidades de algunos contenidos para la articulación horizontal y vertical correspondiente. Hasta fines del 2014 la misma era:

- Ecuaciones diferenciales ordinarias de primer orden, lineales de orden  $n$  a coeficientes constantes y sistemas de ecuaciones diferenciales lineales de primer orden a coeficientes constantes (Unidades 1, 2 y 3).
- Estudio general de las funciones de  $\mathbb{R}^n$  en  $\mathbb{R}^m$  (Unidades 4 y 5) desde el punto de vista del cálculo diferencial (Unidades 6 y 7) e integral (Unidad 8).

En el primer parcial (Mayo) se evaluaban los contenidos de las unidades 1, 2 y 3 y las unidades 4 y 5 a través de un trabajo práctico individual y presencial (Junio). Luego del receso de invierno, se evaluaban las unidades 6 y 7 (fines de agosto principios de setiembre), quedando la evaluación de la unidad 8 para fines de octubre o principios de noviembre.

### *Propuesta de una nueva organización y secuenciación de los contenidos*

A partir del trabajo consensuado por el equipo de cátedra se decidió organizar y secuenciar los contenidos de la siguiente manera:

- Estudio general de las funciones de  $\mathbb{R}^n$  en  $\mathbb{R}^m$  desde el punto de vista del cálculo diferencial e integral (incluyendo los mismos contenidos).
- Ecuaciones diferenciales (incluyendo los mismos contenidos de la organización anterior, agregando ahora Ecuaciones diferenciales en derivadas parciales).

En cuanto a los acuerdos con otras asignaturas, se convino con la cátedra de Física II que, cuando tuvieran que trabajar con una ecuación diferencial ordinaria, se procedería a enunciar su solución y posterior verificación, notificando a los alumnos que la resolución de la misma se vería más adelante en AMII. Como anticipación de este tema, desde nuestra cátedra se concertó presentar, en la primera clase del año, una introducción definiendo

## Propuestas para la enseñanza de la matemática


ecuación diferencial ordinaria (EDO), analizando el caso de variables separadas y retomando el tema al final del año. Con la cátedra de Análisis Numérico se pactó que se realizarían las definiciones básicas necesarias de EDO, para su posterior cálculo por aproximación.

### Propuesta de nuevas instancias de evaluación

Se decidió como mecanismo de evaluación de los aprendizajes logrados por parte de los estudiantes, implementar durante 2015, el siguiente esquema de evaluación:

- En un primer momento del año, un Trabajo Práctico (N°1), individual y presencial, de las unidades 1 y 2.
- Un primer parcial de los contenidos de las unidades 3 y 4 en la primera semana de Junio.
- Dos instancias previas al segundo parcial: “Pre - Parciales”. En ellos se consideró evaluar antes del segundo parcial algunos contenidos que resultan importantes que el alumno vaya estudiando y comprendiendo antes de terminar la unidad 5. Se realizaron dos, uno de integrales múltiples y otro de integrales curvilíneas. Los mismos incluyeron una o dos situaciones problemáticas relevantes y se realizaron uno en agosto y otro en setiembre. Ambos en horario de clases.
- Un segundo parcial de la unidad 5 a principios de setiembre.
- Un tercer parcial de las unidades 6, 7 y 8 a principios de noviembre.


A continuación se presentan los modelos de pre - parciales implementados en la carrera de Ingeniería Electrónica (Figuras 1 y 2):

	Universidad Tecnológica Nacional Facultad Regional San Nicolás	<b>ANÁLISIS MATEMÁTICO II</b> <b>TEMA 1</b>
	<b>Pre – PARCIAL: Integrales Múltiples</b>	<b>Fecha: 08-09-15</b>
<b>Alumno:</b>	<b>Especialidad: ELECTRÓNICA</b>	

Aplicando integrales múltiples, hallar el volumen de la región comprendida entre las superficies  
 $z = x^2 + y^2$   $z = 5$   $y = 0$   $y = x$ .

**Figura 1:** Primer Pre Parcial

## Propuestas para la enseñanza de la matemática

	Universidad Tecnológica Nacional Facultad Regional San Nicolás	<b>ANÁLISIS MATEMÁTICO II</b> <b>TEMA 1</b>
<b>Pre – PARCIAL: Integrales Curvilíneas</b>		<b>Fecha: 17-09-15</b>
<b>Alumno:</b>	Especialidad: CURSO COMÚN ELECTRÓNICA	

Analizar si la siguiente afirmación en V ó F. Justificar aplicando integral curvilínea.

El trabajo que realiza el campo de fuerzas  $\vec{f}(x,y) = (x^2 - 2xy, y^2 - 2xy)$  para mover una partícula desde  $(-1;1)$  a  $(1;1)$  siguiendo el recorrido  $y = x^2$ , es negativo.

**Figura 2:** Segundo Pre Parcial

### Resultados

Una vez puestas en juego ambas propuestas se procedió a la obtención de datos cualitativos en referencia a determinadas competencias o actitudes que evidencian desempeños de los estudiantes en ambos pre parciales. Para la recolección de dichos datos se confeccionaron grillas como la que se muestra a continuación (Tabla 1):

<b>Alumnos</b>	a. Interpretó bien la consigna	b. Identificó bien las superficies	c. Dibujó bien las superficies	d. Identificó bien la región de integración	e. Hizo un adecuado uso del cambio de variables	f. Determinó bien el Jacobiano	g. Escribió bien los extremos de integración	h. Escribió bien el integrando	i. Escribió bien el orden de integración	j. Integró formalmente bien (método + primitivas)	k. Integró numéricamente bien (Barrow)
----------------	--------------------------------	------------------------------------	--------------------------------	---	---	--------------------------------	--	--------------------------------	--	---	--

**Tabla 1:** Grilla evaluación dificultades Pre Parcial Integrales Múltiples

La recolección de datos permitió reconocer fortalezas, errores y dificultades. Se ponderaron los desempeños con B (satisfactorio), R (regular) y M (malo). En la especialidad Eléctrica, de un total de 17 alumnos, asistieron 15 alumnos al primer pre parcial. Los resultados obtenidos por los estudiantes en él fueron en cuanto a las competencias:

- a – d, referidas a la interpretación geométrica del recinto de integración, el total de alumnos resolvió el ejercicio, de los cuales el 49% desarrollaron satisfactoriamente estas competencias, el 50% regularmente y sólo el 1% no interpretó geoméricamente el recinto.
- e y f, referidas al uso adecuado del cambio de variables, el 36 % las desarrolló satisfactoriamente y el 14 % regularmente. El 50 % restante, lo resolvió mal al ejercicio o no lo resolvió.

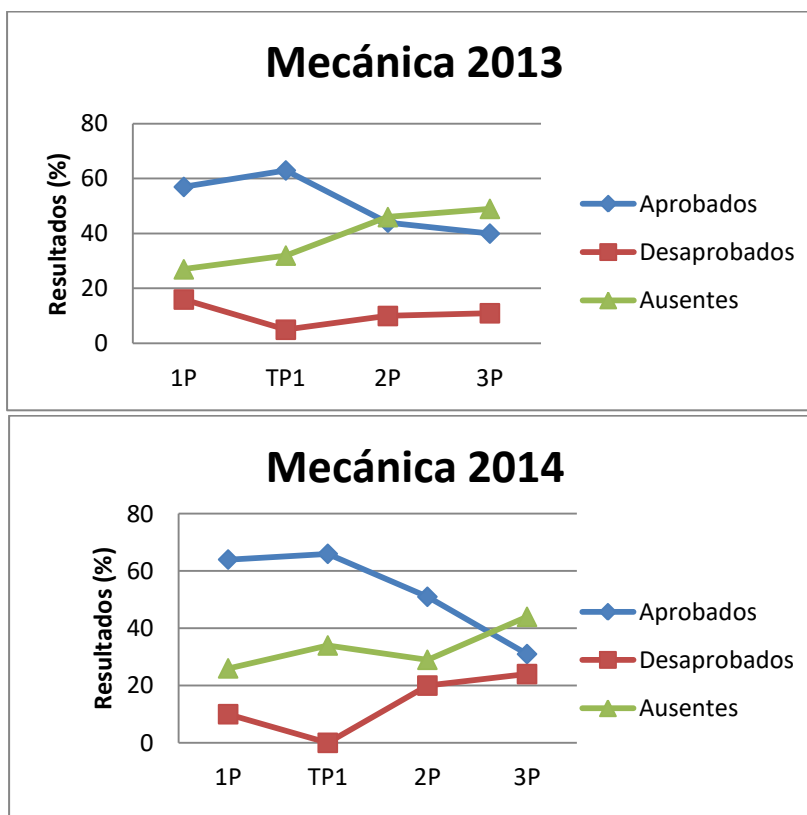
## Propuestas para la enseñanza de la matemática

- g – h, referidas al planteo y cálculo de la integral múltiple, aquí también el 50 % de los estudiantes desarrolló satisfactoriamente o regularmente estas competencias. Del resto, el 43 % no planteó ni resolvió la integral.

Del análisis de los resultados anteriores se detectaron como fortalezas la interpretación del enunciado, la identificación de las superficies y la representación gráfica correspondiente. Como error generalizado, el planteo del recinto aplicando cambio de variables, y como debilidad el recordar y aplicar métodos de integración.

Se realizaron devoluciones grupales e individuales analizando competencias desarrolladas como aquellas que no, volviendo sobre los contenidos que necesitaban correcciones, ajustes y revisiones puntuales. Se evidenció que estas dos instancias de evaluación y las devoluciones realizadas previas al segundo parcial, tuvieron muy buena aceptación por parte de los alumnos, manifestando que dicha metodología se implementara antes de los otros parciales.

Como se expresó anteriormente, los desempeños de los estudiantes a lo largo del año disminuían considerablemente al llegar el cierre del año. Las Figuras 3, 4 y 5 muestran gráficamente el impacto del cambio de organización y secuenciación de los contenidos en los resultados de los estudiantes de Ingeniería Mecánica en los tres parciales y el trabajo práctico N°1.

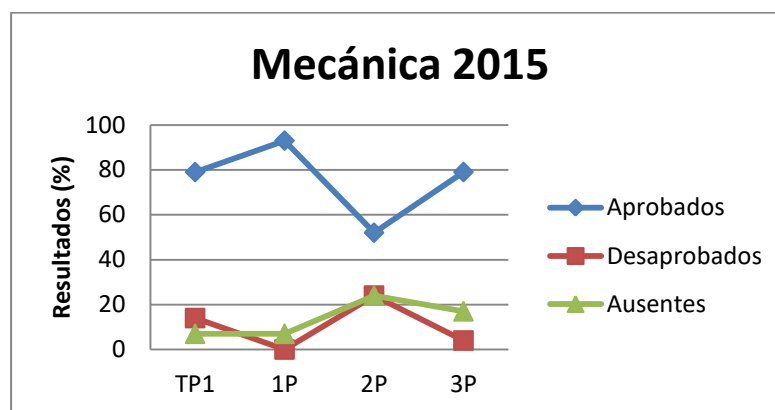


Figuras 3 y 4

## **Propuestas para la enseñanza de la matemática**

En particular, las Figuras 3 y 4 muestran las variaciones de los porcentajes de aprobados, desaprobados y ausentes en las cuatro instancias de evaluación implementadas durante los años 2013 y 2014. Se evidencia cómo disminuye considerablemente el porcentaje de aprobados en el segundo y tercer parcial, aumentando en consecuencia el número de desaprobados y ausentes. Tanto en 2013, como en 2014, el porcentaje de estudiantes ausentes, cercano al 50 %, es mayor que el número de aprobados y de desaprobados.

La Figura 5 muestra los resultados de las cuatro instancias de evaluación (los tres parciales y el TP N°1) del año 2015. Son notables las mejoras en el rendimiento de los estudiantes. El porcentaje de estudiantes aprobados supera al de estudiantes ausentes y desaprobados durante todo el año (menos del 20%).



**Figura 5**

Por último, la Tabla 2 muestra la situación final (en %) de estudiantes de Análisis Matemático II de las especialidades Eléctrica, Metalurgia, Electrónica, Mecánica e Industrial durante los años 2013, 2014 y 2015:

		2013	2014	2015
<b>Eléctrica</b>	Regulares	59	55	75
	Promovida la práctica	27	9	55
	Libres	41	45	25
<b>Metalurgia</b>	Regulares	60	33	80
	Promovida la práctica	25	8	55
	Libres	40	67	20
<b>Electrónica</b>	Regulares	39	61	50
	Promovida la práctica	29	39	28
	Libres	61	39	50
<b>Mecánica</b>	Regulares	39	46	66
	Promovida la práctica	21	12	21
	Libres	61	54	34
<b>Industrial</b>	Regulares	46	38	57



## Propuestas para la enseñanza de la matemática

	Promovida la práctica	30	15	23
	Libres	54	62	43

**Tabla 2:** Resultados finales de AMII

Los resultados presentados en la Tabla 2 confirman que el rendimiento de los estudiantes, a partir de la implementación de las dos estrategias de enseñanza aplicadas en el año 2015, ha sido satisfactorio. Por ejemplo, si se analiza la relación entre regulares y libres de Ingeniería Mecánica, se observa que en el 2013, regulariza el 39% y quedan libres el 61%, en el 2014 regulariza el 46% y quedan libres el 54%. En cambio en 2015, el 66 % de los estudiantes regularizan y el 44% quedan libres. Estos datos pueden relacionarse con los presentados en las Figuras 3, 4 y 5. Es notable cómo, en 2015, aumenta el porcentaje de estudiantes aprobados en todas las instancias de evaluación implementadas.

### Conclusiones

La búsqueda de una solución a la problemática referida a la disminución del rendimiento de los estudiantes de AMII llegado el cierre del ciclo lectivo, ha llevado años de investigación de estrategias y recursos a implementar por parte de los docentes de la cátedra. En este trabajo se muestra cómo repensando el problema desde otra posición, es posible revertir la situación. Resulta importante resaltar la sencillez de la solución.

Más allá que los resultados hayan sido satisfactorios, el equipo de cátedra ha decidido continuar implementando la nueva organización y secuenciación de contenidos durante el año 2016 y se sistematizará la realización de pre parciales antes de cada uno de los tres parciales.

### Referencia bibliográfica

Artigue, M. (1995). *La Enseñanza de los Principios del Cálculo: Problemas Epistemológicos, cognitivos y didácticos*. En Ingeniería Didáctica en Educación Matemática. Grupo Editorial Iberoamericano. Bogotá, Colombia.

Feldman, D., Palamidessi, M. (2000). *Programación de la Enseñanza*. Universidad Nacional de General Sarmiento. Secretaría Académica. Unidad Pedagógica Universitaria.

Ordenanza 299/1978. (CSU). Universidad Tecnológica Nacional. Argentina.

Ordenanza 741/1993 (CSU). Universidad Tecnológica Nacional. Argentina.

Ordenanza 799/1995 (CSU). Universidad Tecnológica Nacional. Argentina.

Ordenanza 1027/2004 (CSU). Universidad Tecnológica Nacional. Argentina.

Riccomi, H. y otros (2015). *Desarrollo de competencias y formulación de intenciones educativas en Análisis Matemático II*. Educación Matemática en Carreras de Ingeniería. XIX EMCI Nacional y XI EMCI Internacional. San Nicolás. Buenos Aires. Argentina.