UM ESTUDO COM FUNÇÃO MODULAR POR MEIO DE RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS

Helena Tavares de Souza e Barbara Lutaif Bianchini
helena_02souza@hotmail.com e barbaralb@gmail.com
Universidade Óscar Ribas –Luanda - Angola e PUC - São Paulo – Brasil

Tema: A Resolução de problemas como Veículo de Aprendizagem Matemático
Modalidade: CB
Nível educativo: Formação e atualização docente
Palavras-chave: Educação Algébrica; Função Modular; Resolução de Problemas

Resumo
Este artigo é parte de uma pesquisa qualitativa com abordagem metodológica empregando a análise de conteúdo, inserida no projeto A aprendizagem de Álgebra com a utilização de ferramentas tecnológicas do Grupo de Pesquisa em Educação Algébrica (GPEA) da PUC-SP e teve por objetivo analisar situações-problema com função modular solucionadas do ponto de vista algébrico por meio de Resolução de Problemas sob à luz da Educação Matemática. Foram aplicados dois instrumentos: um questionário semiestruturado e entrevista não-estruturada a quatro professores do Ensino Médio da rede pública e privada do Estado de São Paulo e que também eram alunos do curso de Pós-Graduação em Educação Matemática de uma universidade de São Paulo. Os resultados apontaram que apenas alguns professores compreendem, estabelecem, executam um plano e examinam a solução obtida no tema em questão e o conhecimento matemático do professor é essencial para que a resolução seja efetiva.

1. Introdução

O objetivo deste artigo é descrever os caminhos e resultados de uma pesquisa qualitativa com abordagem de análise de conteúdo que analisou por meio da Resolução de Problemas sob à luz da Educação Matemática uma situação-problema com função modular.

Conforme pesquisa realizada no site da Capes no período entre agosto de 2011 a novembro de 2012, observamos que a produção acadêmica em Educação Matemática no Brasil, no que diz respeito ao ensino e aprendizagem de valor absoluto, função modular, equação modular e inequação modular, apresenta poucos trabalhos específicos sobre o tema, isto nos despertou um interesse para tal investigação. Em nossa busca, destacamos a pesquisa de Júnior (2008) que teve por objetivo a elaboração de uma sequência didática envolvendo atividades para o ensino de valor absoluto e função modular numa abordagem curricular em rede.

Em nossa investigação optmaos por apresentar parte da coleta de dados na forma de resolução de problemas, pois de acordo com os Parâmetros Curriculares Nacionais do Ensino Fundamental (Brasil, 1998, p.112) “resolução de problemas é peça central para o ensino de Matemática, pois o pensar e o fazer se mobilizam e se desenvolvem quando o indivíduo está engajado ativamente no enfrentamento de desafios”.

Esta investigação está inserida no Grupo de Pesquisa em Educação Algébrica (GPEA), da Pontifícia Universidade Católica de São Paulo (PUC-SP) no projeto: A aprendizagem de Álgebra com a utilização de ferramentas tecnológicas.

A pesquisa aqui relatada valeu-se de suportes teóricos apresentados a seguir.

2. Referencial Teórico

As pesquisas mostram que muitos investigadores em Educação Matemática escrevem sobre Resolução de Problemas. Entendemos que o objetivo maior na resolução de problemas é aprender a aprender, portanto, dentre tantos autores, citaremos às ideias de Polya (2006) junto às suas relevâncias, reflexões e significados do presente tema no ensino da Matemática.

A resolução de problemas como arte é a visão mais profunda e compreensiva nos currículos escolares de Matemática. Emergiu do trabalho de George Polya, em 1944, revivendo no nosso tempo a ideia da heurística (a arte da descoberta). Antigos matemáticos como Euclides e Pappus e mais recentes como Descartes, Leibnitz e Bolzano, discutiram métodos e regras para a descoberta e invenção em Matemática, mas as suas ideias nunca tiveram grande eco nos currículos escolares. Ficou para Polya a tarefa de reformular, continuar e ilustrar várias ideias acerca da descoberta matemática de tal modo que os professores as pudessem compreender e usar (Stanic & Kilpatrick, 1990).

Segundo Polya (2006) a resolução de problemas é como praticar natação, para o autor ao tentarmos nadar, imitamos o que os outros fazem com as mãos e os pés para manterem suas cabeças fora d´água e, afinal, aprendemos a nadar pela prática da natação, da mesma forma ao tentarmos resolver problemas, temos de observar e imitar o que fazem outras pessoas quando resolvem os seus problemas e, por fim, aprendemos a resolver problemas, assim, o professor que deseja desenvolver nos estudantes a capacidade de resolver problemas deve incutir em suas mentes algum interesse por problemas e proporcionar-lhes muitas oportunidades de imitar e de praticar.

Na formulação do autor o professor é o personagem principal sobre ensinar, pois ninguém pode programar ou mecanizar o ensino de resolução de problemas. Deve ter a sensibilidade para escolher bem o problema a ser resolvido, "nem muito difícil, nem muito fácil, natural e interessante". Também precisa auxiliar o aluno na medida equilibrada, "nem demais, nem de menos". Se o professor ajudar demais, nada restará para o aluno fazer; se deixá-lo sozinho, sem auxílio suficiente; o aluno poderá não ter nenhum progresso. Portanto, "o professor deve auxiliá-lo de tal modo que tenha uma parcela razoável do trabalho" (Ibid., pp.1-2).

A seguir veremos com mais detalhes as ideias e sugestões de Polya para o ensino e aprendizagem com a resolução de problemas.

George Polya foi um dos estudiosos no assunto sobre resolução de problemas. Publicou algumas de suas principais ideias, as quais estão descritas no seu livro clássico *A arte de resolver problemas*, de 1944. Essa obra, além da análise de estratégias, de padrões e analogias, identifica quatro etapas fundamentais que ocorrem na resolução de problemas: *compreensão do problema*, *estabelecimento de um plano*, *execução do plano* e *retrospecto*. Nas duas primeiras etapas o autor mostra a importância dos processos de descoberta, que ele mesmo denominou heurística, ressaltando a importância de explorar analogias, identificar padrões e analisar problemas correlatos mais simples. Por outro lado, nas outras duas etapas, o enfoque é dado para a execução e a garantia que a solução está correta.

Cada uma das etapas apresentadas tem a sua importância. Deixar de lado qualquer uma das quatro fases sem dela ter uma perfeita noção, acarretará em resoluções sem compreensões do problema, não existirá uma percepção quanto à conexão principal da variável. Muitos enganos acontecerão na execução de um plano, caso não seja verificado cada passo e muitos dos melhores efeitos podem ficar perdidos se não for reexaminado e reconsiderado a solução completa.

O objetivo do autor é enfatizar que na resolução de um problema deve-se ter sempre começo, meio e fim; utilizar sempre a variável, os meios e maneiras para encontrá-las e por fim, considerar a conclusão, ou seja, a validação da resolução. Ele faz observações do tipo: “não esqueça a sua meta; pense naquilo que deseja obter; tenha em mente aquilo para que está a trabalhar; considere a incógnita [...]. Ao focalizar a atenção e concentrar a vontade no nosso objetivo, pensamos em meios e maneiras de alcançá-lo. Quais os meios para este fim? Como podemos chegar a ele? Que causas poderiam produzir este resultado? [...]. Considere a conclusão” (Polya, 2006, p.42).

Para uma melhor aplicação destes métodos à resolução de problemas, Polya indica caminhos aos professores e alunos. Tais instruções aos “estudantes” tanto pode ser para um aluno de curso básico ou superior como qualquer pessoa que esteja estudando Matemática. Da mesma forma, o “professor” pode ser do ensino básico ou universitário, ou qualquer pessoa interessada no ensino da Matemática.

3. Aportes Metodológicos

A pesquisa realizada é de cunho qualitativo, pois segundo Appolinário (2009, p.155), “os dados são coletados através de interações sociais e analisados subjetivamente pelo pesquisador”.

Portanto, nossa pesquisa teve a abordagem qualitativa de análise, a qual é concebida, hoje, como uma técnica que tem como principal função descobrir o que está por trás de uma mensagem, de uma comunicação, de uma fala, de um texto, de uma prática (Fiorentini & Lorenzato, 2009).

Estabelecemos os seguintes critérios para a escolha dos sujeitos da pesquisa:

a) Os professores investigados deveriam lecionar no Ensino Médio, independente de ser em escola da rede pública ou privada, pois apenas neste segmento da Educação Básica é visto o tema função modular.

b) Escolhemos os professores que também são discentes de um curso de Pós-Graduação em Educação Matemática de uma universidade do Estado de São Paulo.

Em uma conversa aleatória, informal e individual com 23 alunos pós-graduandos em Educação Matemática de uma universidade do Estado de São Paulo, somente 12 eram professores do Ensino Médio. Desses, apenas 4 aceitaram fazer parte da nossa pesquisa.

A pesquisa abrangeu dois instrumentos: questionário semiestruturado e entrevista não-estruturada. Apresentaremos neste artigo os resultados de uma situação-problema com função modular aplicada aos sujeitos da pesquisa e que foi adaptado da obra de Brolezzi (2008).

A situação-problema era a seguinte: Há dois fios pendurados no teto de uma sala a certa distância um do outro. Segurando um deles com a mão, não se consegue alcançar o outro com a outra mão. Como amarrar as extremidades dos dois fios? Com os conceitos de módulo e função modular, expresse o problema algebricamente.

A seguir, descreveremos o perfil de cada um dos sujeitos e as respectivas análises dos protocolos dos professores A, B, C e D.

4. Análise e discussão dos resultados

a) Professor A

O professor A tem entre 15 anos a 20 anos de profissão na área docente nos níveis de ensino Fundamental, Médio e Superior em escolas da rede pública e privada do Estado de São Paulo. Leciona a disciplina de Matemática para os primeiros, segundos e terceiros anos do Ensino Médio e a disciplina de Cálculo para o curso de Engenharia Civil no ensino Superior, ambas as escolas da rede privada em São Paulo e estava cursando o doutorado em Educação Matemática em uma universidade do Estado de São Paulo.

Na expressão algébrica da situação-problema o professor A descreveu: "fios pendurados no teto estão a certa distância, essa palavra lembra a ideia de módulo. Considere: $|x|$ sendo a distância do fio A até a mão direita e $|y|$ sendo a mão esquerda que não alcança o fio B, então $f(x)=|x|+|y|$. A mão esquerda para alcançar o fio B é preciso estar com algum objeto que dê comprimento a esse fio".

Na expressão algébrica da situação-problema o professor A inicia a solução conjecturando a ideia de distância com o significado de módulo e depois considera duas hipóteses e as expressa de forma algébrica. Entendemos que o sujeito possui compreensão dos conceitos de módulo e de função modular. Sua observação quanto à necessidade de algum objeto entre a distância da mão esquerda até o fio B, mostra uma visualização detalhada no entendimento do problema. Tal solução corrobora com os apontamentos dos Parâmetros Curriculares Nacionais do Ensino Fundamental (Brasil, 1998) a respeito de que a resolução de problemas é uma orientação para a aprendizagem que proporciona o contexto para se apreender conceitos, procedimentos e atitudes matemáticas.

b) Professor B

O professor B tem entre 15 anos a 20 anos de profissão na área docente nos níveis de ensino Fundamental e Médio em escolas da rede pública e privada do Estado de São Paulo. Leciona as disciplinas de Matemática e Física para os primeiros, segundos e terceiros anos do Ensino Médio na rede pública e privada, ambas no Grande ABCDM - São Paulo e cursava o mestrado em Educação Matemática em uma universidade do Estado de São Paulo.

Na expressão algébrica da situação-problema o professor B descreveu: *entendo ser suficiente para a compreensão deste problema a resolução apenas geométrica*.

A descrição do professor B quanto à expressão algébrica da situação-problema não é esclarecedora sobre a sua compreensão dos conceitos de módulo e função modular.

c) Professor C

O professor C tem entre 15 anos a 20 anos de profissão na área docente nos níveis de ensino Fundamental e Médio em escolas da rede pública estadual e municipal de São Paulo. Leciona a disciplina de Matemática para os segundos anos do Ensino Médio em uma escola da rede pública no Grande ABCDM - São Paulo e cursava o mestrado em Educação Matemática em uma universidade do Estado de São Paulo

Na expressão algébrica da situação-problema o professor C respondeu: *não tenho nenhuma sugestão para o momento*.

Conforme as descrições do professor C não foi possível analisarmos sua compreensão quanto aos conceitos de módulo e função modular referentes à expressão algébrica da questão proposta.

d) Professor D

O professor D tem mais de 20 anos de experiência na docência nos níveis de ensino Fundamental e Médio em escolas da rede pública e particulares do Estado de São Paulo. Leciona a disciplina de Matemática para os primeiros e segundos anos do Ensino Médio em uma escola da rede pública em São Paulo e cursava o mestrado em Educação Matemática em uma universidade do Estado de São Paulo.

Na expressão algébrica da situação-problema o professor D descreveu no papel com caneta esferográfica o seguinte: *segundo o enunciado há uma distância entre os fios, então quando suas extremidades forem amarradas, o desenho gráfico pode ser uma função modular*.

Desta forma, analisamos que o sujeito relaciona o conceito de módulo com distância, mas não foi possível analisarmos sua compreensão algébrica quanto à resolução de problemas.

5. Considerações Finais

O professores A amplia os seus conhecimentos na situação-problema com função modular expressas do ponto de vista algébrico quanto à resolução de problemas, segundo Polya (2006) compreendendo, estabelecendo, executando um plano e examinando a solução obtida.

Os professores B, C e D não resolveram a situação-problema algebricamente, desta forma, não aplicaram o método sugerido por Polya (2006) para a solução de um problema: familiarização, aperfeiçoamento da compreensão, procura da ideia proveitosa, execução do plano e retrospecto.

Podemos concluir que o conhecimento matemático do professor é essencial para que a resolução da situação-problema seja efetiva: problemas relativos aos conteúdos de referência tendem a fragilizar a estratégia de solução, transformando-a em apêndices de práticas tradicionais.

Entendemos que não basta os docentes participarem de formações continuadas, adquirirem conhecimentos sobre o ensino e aprendizagem de conteúdos matemáticos e não fazerem prática com seus alunos. É preciso haver uma conscientização do professor quanto à sua própria relação do aumento gradativo de colocar em prática com poucos ou muitos alunos todo o aprendizado que obteve.

6. Referências

Appolinário, F. (2009). *Dicionário de Metodologia Científica: um guia para a produção do conhecimento científico.* São Paulo: Atlas.

Brasil. (1998). *Secretaria de Educação Fundamental. Parâmetros Curriculares Nacionais: terceiro e quarto ciclos do ensino fundamental. Matemática*. Brasília: MEC/SEF.

Brolezzi, A. C. (2008). *Problemas e criatividade: uma breve introdução*. São Paulo: Factash.

Fiorentini, D., & Lorenzato, S. (2009). *Investigação em educação matemática: percursos teóricos e metodológicos*. (3ª ed.). Campinas: Autores Associados.

Júnior, D. C. N. (2008). *Elaboração de uma sequência didática para a aprendizagem de valor absoluto e da função modular utilizando a organização curricular em rede*. Dissertação de Mestrado em Ensino de Ciências e Matemática. Belo Horizonte: PUCMG.

Polya, G. A. (2006). *Arte de Resolver Problemas*. Rio de Janeiro: Interciência.

Souza, H. T. (2013). *Um estudo com professores do Ensino Médio sobre Função Modular por meio de Resolução de Problemas utilizando o software GeoGebra como estratégia pedagógica*. Dissertação de Mestrado Profissional em Educação Matemática. São Paulo: PUCSP.

Stanic, G. M. A.; Kilpatrick, J. (1990). *Historical Perspectives on Problem Solving in the Mathematics Curriculum.* In: CHARLES, R. I.; SILVER, E. A. (Ed.) *The Teaching and Assessing of Mathematical Problem Solving*. (pp.1-22). Reston: NCTM.