

## LOS PROBLEMAS EN PRIMARIA. RESOLUCIÓN E INVENCIÓN

Esperanza M<sup>a</sup> García Zorí – María Sotos Serrano

espe\_margar@hotmail.com – maria.sotos@uclm.es

Universidad de Castilla-La Mancha, España

Núcleo temático: La Resolución e invención de Problemas en Matemáticas.

Modalidad: CB

Nivel educativo: 2. Primario.

Palabras clave: resolución, invención, Educación Primaria.

### Resumen

*El presente trabajo tiene como objetivo comprobar las competencias sobre resolución e invención de problemas en el alumnado de Educación Primaria. Para ello se ha realizado una investigación cuantitativa en la que han participado 52 sujetos de 4º de Primaria y 25 sujetos de 5º de Primaria. A nivel metodológico, se utilizan dos cuestionarios, el primero con problemas de cambio aumentado, de cambio disminuido, combinación, comparación, producto cartesiano y división en situaciones de proporcionalidad simple, y el segundo dedicado a la invención de problemas a partir de unas operaciones dadas.*

*Por último, resaltar que no existen dificultades a la hora de resolver problemas. Los resultados son bastante buenos y responden a la propia lógica del sistema de enseñanza. En el ámbito de la invención de problemas a partir de una operación dada se manifiestan más dificultades. Es probable que la escuela entrene al alumnado para aplicar algoritmos para resolver problemas matemáticos escolares, pero no para plantear un problema a partir de una operación aritmética.*

### Introducción

La resolución de problemas debe ocupar un lugar importante en las matemáticas escolares (NCTM, 1980), pero su uso puede obedecer a diferentes objetivos. Schroeder y Lester (1989) distinguieron entre enseñar *sobre* resolución de problemas, *para* resolver problemas o *vía* resolución de problemas.

Tradicionalmente, la escuela enseña *para* resolver problemas, por lo que se preocupa por la aplicación de destrezas matemáticas en dicha resolución, siendo los problemas un procedimiento para consolidar conocimientos adquiridos.

Por otra parte, la resolución de problemas no sólo se debe plantear de manera directa sino también de forma inversa, ya que potencia la reversibilidad del pensamiento (Canals, 2010). Se trata de encontrar la situación inicial de una determinada solución o de un determinado planteamiento, se trata de inventar problemas.

En este sentido, una enseñanza *para* resolver problemas entrena en la aplicación de destrezas aritméticas, pero eso no asegura que se estén desarrollando las competencias de pensar y argumentar matemáticamente, que sí se mejoran mediante programas basados en la invención de problemas (Fernández y Barbarán, 2010).

### **Objetivo y metodología**

El objetivo de este trabajo es el de averiguar la capacidad para resolver problemas y la de inventarlos a partir de una operación dada, en alumnas/os de Educación Primaria.

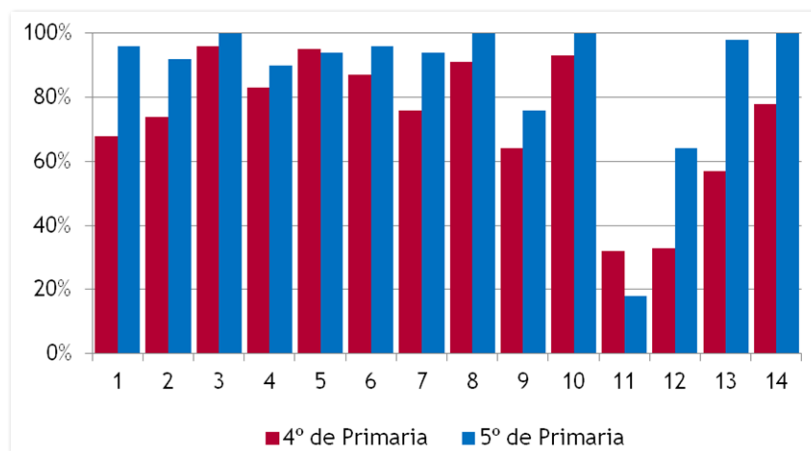
Para ello se utilizan dos cuestionarios. El primero compuesto por 14 problemas aritméticos de enunciado verbal (de cambio aumentado, de cambio disminuido, de combinación, de comparación, de producto cartesiano y de división en situaciones de proporcionalidad simple) que el alumnado tiene que resolver (Anexo 1). El segundo compuesto por cuatro operaciones incompletas (suma, resta, multiplicación y división), para que el alumnado invente cuatro problemas que se correspondan con dichas operaciones (Anexo 2).

El trabajo de campo se realizó en un colegio concertado de la ciudad de Albacete, en los cursos 4º y 5º de Educación Primaria, con dos grupos en cada curso que suponen un total de 75 alumnas/os.

### **Resultados**

Referente a los resultados sobre **resolución de problemas**, se puede advertir que los resultados de 5° de Primaria son mejores que los de 4°. Sin embargo, hay dos preguntas en las que el curso menor obtiene mejor puntuación.

Figura 1: Respuestas a los problemas. 4° y 5° Primaria



- Cambio aumentando (problemas 1, 2 y 3): Como vemos en la gráfica, en 4° se sigue una progresión de menor a mayor. El que más ha costado ha sido el de cambio desconocido, la mayoría se equivoca a la hora de la colocación de la operación. El de mejor puntuación es el problema con final desconocido, puede ser debido a que este es el tipo de problema más utilizado en las aulas. En cuanto a 5° de Primaria, han presentado más errores en el problema de comienzo desconocido y la mayor puntuación en el de final desconocido, puede que sea por la misma razón que en 4°.
- Cambio disminuido (problemas 4, 5 y 6): En general tiene un resultado muy bueno en los tres casos y no se ha podido apreciar ningún aspecto relevante a destacar, únicamente la mayor puntuación de 4° en el problema de comienzo desconocido (n° 5), aunque la diferencia no resulta significativa.
- Combinación (problemas 7 y 8): Este tipo de problema ha tenido una puntuación muy buena en ambos cursos, sí que es relevante señalar que el de parte desconocida ha resultado más

difícil que el de final desconocido, volviendo a recordar que puede ser debido a que puede que sea el problema más practicado en las aulas.

- Comparación (problemas 9 y 10): En este tipo de problema se han conseguido unas de las peores puntuaciones en ambos casos. En el primer tipo, con referente desconocido, el mayor error cometido en ambos cursos ha sido el de sumar en vez de restar, puede ser debido a un incompleto análisis a la hora de leer el enunciado del problema y a la rapidez con la que quieren acabar.
- Producto cartesiano (problemas 11 y 12): En el primero hay más niños en 4° que lo han realizado correctamente que niños de 5°. Las erratas más comunes en este problema es que no analizan a conciencia lo que pide el problema y eligen una operación al azar, la más utilizada es la suma y la división. De hecho, este problema es el de menor porcentaje de acierto en ambos cursos y lo curioso es que el siguiente problema obtiene mejor resultado que el anterior y pertenece al mismo tipo (producto cartesiano) pero, en vez de preguntar por la cantidad compuesta, se pregunta por la segunda parte del problema, por lo tanto, la operación es distinta (división en vez de multiplicación).
- División (situaciones de proporcionalidad simple)(problemas 13 y 14): En el caso de 5° el resultado del segundo problema de este tipo (partitivo) ha sido del 100% y el del primer problema ha sido de casi el 100%, un resultado extraordinariamente bueno. El de 4° ha sido algo más bajo, aun así el resultado también es bastante bueno. En los dos casos, la puntuación es más baja en el de medida, confundiendo en ocasiones, la división con una multiplicación o una suma. En algunos casos, han expresado un resultado correcto utilizando otro algoritmo, la suma ( $3\text{€}+3\text{€}+3\text{€}+3\text{€}$ : puede comprar 4 discos), se ha dado puntuación de 1 (en proceso) ya que la resolución del problema es correcto pero el algoritmo utilizado no lo es. De hecho, al comentar la ficha de problemas se dejó suficientemente claro que solo se necesitaba una operación para cada uno de los problemas.

Es necesario destacar algunas cuestiones observadas durante la corrección de los problemas. En ocasiones, los errores se cometen por no leer con la suficiente atención el problema, de hecho van escribiendo los números conforme van leyendo en el papel para realizar la operación y luego deciden qué tipo de operación escogen, en estos casos son niños que quieren terminar muy rápido los ejercicios.

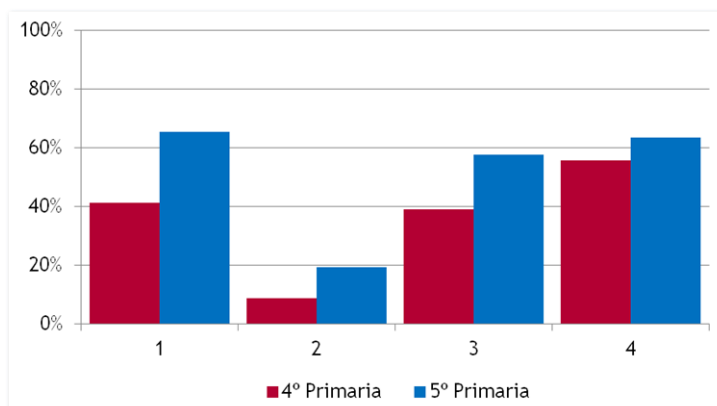
En otras ocasiones, podemos encontrar la solución sin ninguna operación. Lo primero que podemos pensar es que han copiado pero en los casos que ha ocurrido no ha sido así. Los propios niños durante la realización de los cuestionarios han preguntado: *¿Y si no sabemos cómo lo sabemos pero sabemos que es ese resultado pasa algo? ¿Lo pongo?* Mi respuesta hacia esta pregunta fue que intentaran pensar qué operación ha sido la que le ha llevado a ese resultado, aun así, en algunos casos, no llegaban a la operación utilizada. Entonces, lo que podemos pensar es que han llegado por lógica a ese resultado sin saber realmente el proceso de resolución.

Además, en gran cantidad de cuestionarios, se puede ver que hay niños que han utilizado dibujos para resolver el problema y esto les ha ayudado bastante, de hecho los niños que los han utilizado han respondido correctamente. La representación les ha sido útil para asimilar de un modo visual la situación expuesta.

Por último, resaltar que, en general, no existen dificultades a la hora de resolver problemas. Los resultados son bastante buenos y responden a la propia lógica del sistema de enseñanza (los resultados de 5º curso son ligeramente mejores que los de 4º curso).

Los resultados obtenidos en la prueba de **invención de problemas** son bastante bajos, al contrario que en la resolución de problemas. Por otra parte, los resultados de 5º de Primaria son mejores que los de 4º en todos los casos, posiblemente debido al proceso de desarrollo cognitivo.

Figura 2: Invención de problemas. 4º y 5º Primaria



La primera operación, se trata de una suma con la segunda parte desconocida. En el caso de 5º es el problema que más fácil ha resultado. En 4º ha resultado bastante peor, lo han hecho correctamente menos de la mitad de la clase.

En la segunda operación, una resta con comiendo desconocido, se ha obtenido una puntuación en ambos casos extremadamente baja. Tanto en 4º como en 5º, ha tenido errores en la operación ( $5-7=2$ ). En cuanto a la invención del problema, menos del 20% ha logrado hacerlo correctamente. En la mayoría de los casos daban todos los datos que componen la operación.

En lo referido a la operación número 3, la puntuación de 5º no ha sido muy mala, sin embargo, en 4º se sitúa por debajo de la mitad de la clase. En ambos casos, han utilizado el concepto *el triple* en varias ocasiones, incluso el cuádruple. Otros niños han recurrido a problemas de producto cartesiano, del tipo del ejercicio 11 del anterior ejercicio, pero en pocos casos.

En la operación 4, los datos han sido relativamente buenos si los comparamos con los demás. La mayoría tiene asimilado el concepto de *dividir* como sinónimo de repartir, por tanto, la redacción de este problema por parte de la mayoría es esta.

En general, se pueden sacar aspectos en común en los dos cursos. Por ejemplo, tienen bastante dificultad para inventar un problema cuando la incógnita no es el resultado y terminan haciéndolo de este modo. Otras veces inventan el problema dando todos los datos de las operaciones, por tanto, la incógnita ya está dada en el enunciado. En otros casos no inventan un problema en sí, sino que describen el proceso del algoritmo (*si a 3 le sumo algo y me da 8, ¿qué le he sumado?*). Otro aspecto a destacar, es que, en unos casos, han tomado como referencia los problemas que habían resuelto anteriormente, sin embargo, en otros casos han inventado verdaderas historias, basadas en su vida real, incluyendo aspectos que suelen ocurrir en su día a día.

## **Conclusiones**

Se ha comprobado que el alumnado está mucho mejor preparado para resolver problemas que para imaginarlos (a partir de una operación dada), lo que plantea dudas sobre cómo se trabaja dicha resolución de problemas en la escuela y el excesivo peso que se le otorga a la mecánica de la resolución.

Se ha podido comprobar que en el cuestionario de resolución de problemas se han obtenido porcentajes muy altos en general, aunque se ha detectado un déficit importante en los problemas de producto cartesiano.

Pero a la hora de inventar problemas a partir de una operación dada los resultados son bastante bajos. Por este motivo, podemos deducir que este conflicto viene dado por la práctica escolar. Generalmente se le ha dado más importancia a conocer los algoritmos necesarios para resolver problemas (incluso hay ocasiones en que tienen mecanizada la operación para cada tipo de problema) que a la práctica de imaginar problemas para determinadas situaciones. De hecho, se podría decir que esta práctica brilla por su ausencia en la mayoría de las aulas de los centros educativos.

### **Referencias bibliográficas**

Canals, M. A. (2010). *Problemas y más problemas*. Barcelona: Rosa Sensat.

Fernández, J. A. y Barbarán, J. J. (2010). Incidencia de la invención y reconstrucción de problemas en la competencia matemática. *Unión*, 32, 29-43.

National Council of Teachers of Mathematics (NCTM) (1980). *An Agenda for Action: Recommendations for School Mathematics of the 1980s*. Reston, Virginia: NCTM.

Schroeder, T. L. y Lester, F. K. (1989). Developing understanding in mathematics via problem solving. En P. R. Trafton y A. P. Shulte (Eds.), *New directions for elementary school mathematics*, pp. 31-42. Reston, VA: The Council.

### **ANEXO 1. Cuestionario de problemas para resolver**

Cambio aumentando:

1. Cambio desconocido: Un niño tiene 5 canicas y comienza a jugar. Durante el juego gana varias canicas. Si al final tiene 8, ¿cuántas ha ganado?

2. Comienzo desconocido: Una niña tiene varias canicas al comenzar el juego. Luego gana 4 canicas. Al final tiene 10 canicas, ¿cuántas canicas tiene al principio?
3. Final desconocido: Un niño tiene 8 canicas cuando empieza el juego. Durante el juego gana 5 canicas más, ¿cuántas canicas tiene al terminar el juego?

Cambio disminuido:

4. Cambio desconocido: Pepe tenía 10 cromos de su serie favorita pero ha regalado algunos a su prima porque los tenía repetidos. Si ahora tiene 7 cromos, ¿cuántos cromos dio a su prima?
5. Comienzo desconocido: María fabrica de forma artesanal collares y tiene varios hechos para regalar a su familia. Regala uno a cada una de sus 4 tías, quedándose con 6 más para seguir regalando al resto de su familia. ¿Cuántos collares tenía fabricados?
6. Final desconocido: En el patio de mi casa había 15 árboles pero tuvimos que talar 8 porque ocupaban demasiado espacio, ¿cuántos árboles hay ahora en el patio?

Combinación:

7. Parte desconocida: Juan tiene 4 cómics de su héroe favorito. Si María tiene varios cómics distintos, del mismo personaje, y entre los dos tienen 7 cómics en total, ¿cuántos cómics tiene María?
8. Final desconocido: Pedro tiene 5 peluches de los Minions en su casa y Laura tiene 12 en casa de su abuela. Quedan para jugar con todos los peluches. ¿Cuántos peluches juntan entre Pedro y Laura para jugar?

Comparación:

9. Con referente desconocido: Pedro tiene 7 lapiceros. Pedro tiene dos lapiceros más que Carmen. ¿Cuántos lapiceros tiene Carmen?



10. Con referente conocido: Paco tiene 6 canicas. Marta tiene 3 canicas más que Paco.

¿Cuántas canicas tiene Marta?

Producto cartesiano:

11. Cantidad compuesta desconocida: Tengo 12 camisetas y 4 pantalones. ¿De cuántas maneras los puedo combinar para vestirme?

12. Cantidad compuesta conocida: Tengo 5 sudaderas que al combinarlas con los pantalones de chándal que tengo, me permiten 20 formas distintas de vestirme.

¿Cuántos pantalones de chándal tengo?

División (situaciones de proporcionalidad simple):

13. Como medida: Juan tiene 12€ y quiere comprar discos que cuestan 3€. ¿Cuántos discos puede comprar?

14. Partitivo: Pilar necesita colocar 12 vestidos dentro de 4 armarios. Si los reparte por igual, ¿cuántos vestidos colocará en cada armario?

## **ANEXO 2. Cuestionario de operaciones para inventar problemas**

Las operaciones dadas a los alumnos para la invención de problemas son las siguientes:

1.  $3 + \_ = 8$

2.  $\_ - 7 = 2$

3.  $3 \times 4 = \_$

4.  $15 : 3 = \_$