Métodos no algebraicos para la resolución de problemas matemáticos: algunos ejemplos rescatados de viejos libros.

Vicente Meavilla Seguí

Resumen

Antes de que el álgebra simbólica tomase carta de naturaleza en los manuales dedicados a la enseñanza y el aprendizaje de las Matemáticas, para la resolución de ciertos problemas elementales se utilizaron diversos métodos [inversión, falsa posición, etc.] que, desde una perspectiva histórico-didáctica, tienen un interés notable y pueden ayudar tanto al profesor de Matemáticas en su trabajo diario como a los alumnos y alumnas en su construcción de conocimientos matemáticos.

En este artículo presentamos algunos de dichos métodos rescatados de viejos libros.

1. El método de inversión

Para resolver determinados problemas elementales, los matemáticos árabes, indios y, posteriormente, los autores occidentales utilizaron el *método de inversión*, que Aryabhata (476 d. C.) describía así:

La multiplicación se convierte en división; la división en multiplicación; lo que era beneficio se convierte en pérdida; lo que era pérdida se convierte en ganancia; inversión.

El matemático árabe al-Amuli (1547-1622), refiriéndose al mismo método, decía:

Este procedimiento consiste en hacer lo contrario de lo que propone el enunciado: pide doblar, se semisuma; pide sumar, se resta; pide raíz, se cuadra, etc.; comenzando por la última parte del problema se obtiene la solución.

1.1. Un ejemplo de aplicación del método de inversión[1]

Encuentra un número tal que si tomas 1/5, de este 1/5 otro 1/5, y de este 1/5 otro 1/5, el último quinto sea 6.

Hazlo así:

Multiplica 6 por 5, hacen 30.

Multiplica 30 por 5, hacen 150.

Multiplica 150 por 5, hacen 750. Y este es el número demandado.

[Joan Ventallol. *Pràtica mercantívol* (1521)]

[1] El problema original está escrito en catalán. La traducción que presentamos intenta ajustarse al estilo del autor.

2. Regla de una falsa posición

La *regla de una falsa posición* o *regla de falsa posición simple*, utilizada por los antiguos egipcios, árabes e indios, gozó de gran popularidad en los textos matemáticos del siglo XVI y todavía se puede encontrar en algunos libros de matemática elemental de la primera mitad del siglo XX.

En general, la *regla de falsa posición simple* se usaba para resolver algunos problemas de primer grado con una incógnita, sin necesidad de recurrir al simbolismo algebraico. De hecho, los problemas resueltos por la *regla de una falsa posición* eran aquellos cuyos enunciados se pueden traducir literalmente a una ecuación del tipo $\mathbf{a_1x + a_2x + \ldots + a_nx = b}$ o, si se quiere, $\mathbf{ax = b}$.

Para comprender la aplicación de dicha regla, nos apoyaremos en la descripción del científico valenciano Tomás Vicente Tosca [*Compendio Mathematico* (1707-1715)]:

La regla de falsa posición simple se reduce à tres preceptos. 1. Tomese qualquiera numero, que sea apto, para que en èl se puedan exercitar las operaciones que pide la question. 2. Examinese, si es el numero que se pregunta: y si acaso fuere el mismo, quedarà satisfecha la question; pero si no lo fuere, se formarà una regla de tres, que es el tercero precepto, y se hallarà el numero que se busca.

2.1. Un problema resuelto por la regla de una falsa posición

Dame vn numero, que juntandose su quinto, y tercio monte 6. La qual se harà, proponiendo que sea este numero que demanda 15 porque tiene tercio y quinto, aunque pudieras poner otro qualquiera. Pues haz con este 15. la prueua, juntandole su tercio que son 5. y su quinto que son tres, como la demanda pide, y montarà 23. y porque no quisieras sino 6. ordenaràs vna regla diciendo: Si 23. me vinieron de 15. demando 6. que es lo que yo quiero, de donde vendra? Multiplica 15. por 6. y montara 90. parte 90. por 23. y vendra al quociente tres enteros, y 21. 23. abos, por el numero demandado. Prueuolo juntandole su tercio, que es 4. y 7. 23 abos, y su quinto, que es 18. 23 abos, montarà todo 6. como pide la demanda.

[Juan Pérez de Moya[2]. *Arithmetica practica, y specvlatiua* (1562)]

2.2. Justificación algebraica de la regla de falsa posición simple

La ecuación que resuelve el problema propuesto por el bachiller Pérez de Moya es

---

[2] Los datos disponibles sobre la vida del bachiller Juan Pérez de Moya son escasos e inciertos. Nació antes del 1513, probablemente en 1512, en Santisteban del Puerto [Jaén (España)], tal como se indica en la portada de algunos de sus libros. Estudió en Salamanca y Alcalá de Henares, no fue profesor universitario pero se dedicó a la enseñanza de las Matemáticas.

En 1536 obtuvo una capellanía en su pueblo natal y, ya muy mayor, fue canónigo de la Catedral de Granada, ciudad en la que murió en 1596.

del tipo:

$$ax = b \quad [1]$$

Sea $x = x_1$. Entonces, $ax_1 = b_1$.

Si $b_1 = b$, la solución de [1] es $x = x_1$.

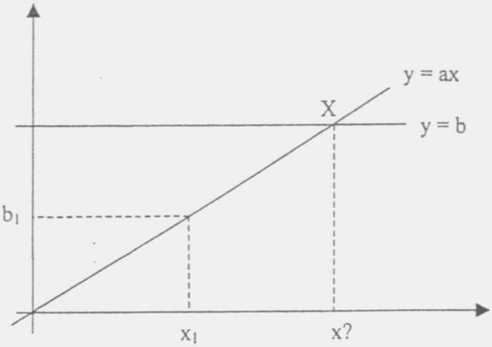
En caso contrario, $ax_1 = b_1 \neq b$ [2].

Dividiendo, miembro a miembro, las igualdades [1] y [2], resulta:

$$\frac{ax}{ax_1} = \frac{b}{b_1} \Rightarrow \frac{x}{x_1} = \frac{b}{b_1} \Rightarrow x = \frac{bx_1}{b_1}$$

2.3. Justificación geométrica de la regla de una falsa posición

Resolver la ecuación [1] equivale a determinar la abscisa del punto X (véase la figura adjunta).



Por semejanza de triángulos se tiene que:

$$\frac{x}{x_1} = \frac{b}{b_1} \Rightarrow x = \frac{bx_1}{b_1}$$

3. Regla de dos falsas posiciones

La *regla de dos falsas posiciones* o *regla de falsa posición doble*, al parecer de origen indio, se utilizó preferentemente para resolver ecuaciones de primer grado con una incógnita del tipo **ax + b = c** sin hacer uso del simbolismo algebraico. El matemático árabe al-Amuli la describió en los siguientes términos:

Toma para la incógnita el número que quieras: llámalo 1.ª suposición y opera conforme al enunciado. Si se verifica la igualdad, ésa es la incógnita. Si se desvía la balanza en más o en menos, llama a la diferencia 1.ª desviación. Toma otro número para la incógnita y será la 2.ª suposición. Resultará, en general, la 2.ª desviación. Multiplica la 1.ª suposición por la 2.ª desviación y llama al producto 1.er resultado [= R_1]. *Después, multiplica la 2.ª suposición por la 1.ª desviación y dará el 2.º resultado* [= R_2]. *Si las dos desviaciones son por exceso o las dos por defecto, divide la diferencia de R_1 y R_2 por la diferencia de las dos desviaciones. En caso contrario (una por exceso y otra por defecto), divide la suma de R_1 y R_2 por la suma de las desviaciones. El cociente será el número buscado.*

3.1. Un ejemplo de aplicación de la regla de falsa posición doble

Un mercader ha comprado tres piezas de paño por 45 florines. La primera es blanca, la segunda es verde y la tercera es negra. La verde cuesta el doble que la blanca y 4 florines más. La negra cuesta el triple de la verde y 5 florines menos. El mercader demanda a cuánto le costó cada pieza para saber a cuánto las puede vender para no perder en la venta.

Respuesta. Supón que la primera costase 5 florines. Entonces la segunda, que es verde, costaría el doble y 4 florines más; serían 14 florines. Y la negra costaría el triple de la verde menos 5 florines, que serían 3 veces 14, son 42, quitando 5 quedan 37. Suma las tres partidas 5 y 14 y 37, hacen 56 florines que son 11 florines más de los 45 que querías. Por tanto dirás para la primera [suposición]*: para 5 más 11 florines.*

Ahora haz otra posición y supón que la primera costase 4. Entonces la segunda costará el doble y 4 florines más; serán 12. Y si la segunda cuesta 12 florines, la tercera costará tres veces 12 florines menos 5 florines; serán 31 florines. Ahora suma las tres partidas 4 y 12 y 31, hacen 47 florines que son 2 más de los 45 que querías. Entonces, para 4 florines más 2 florines (...).

$$\begin{array}{llll} & & 44 & \\ \textit{para } 5 & \textit{más} & \overline{11} & \\ & & & 9 \\ \textit{para } 4 & \textit{más} & \underline{2} & \\ & & 10 & \end{array}$$

La práctica figurada arriba se hace de tal manera que, primeramente, se resta el más de una del más de la otra. Esta diferencia se efectúa para calcular el partidor [= divisor]. *En nuestro caso quita 2 de 11 y quedan 9. En segundo lugar, multiplica la primera posición, que es 5, por el exceso de la segunda posición, que es 2,resultan 10, los cuales escribirás debajo del 2 con una raya en medio. La segunda posición, que son 4, se multiplica por el exceso de la primera, que son 11, y hacen 44, los cuales pondrás encima de los 11 con una raya en medio. Dichas multiplicaciones se efectúan para calcular el partidor* [¿], *que encontrarás restando la menor suma de la mayor. En nuestro caso quitarás 10 de 44 y restan 34, que dividirás por 9, que se obtienen restando del exceso de la primera el exceso de la segunda, y btendrás 3 y $\frac{7}{9}$. Y tanto valdrá la primera pieza (...).*

[Francesc Santcliment. *Summa de l'art d'Aritmètica* (1482)[3]]

[3] La *Summa de l'art d'Aritmètica* , escrito en catalán, es el primer libro de Matemáticas impreso en la Península Ibérica y uno de los primeros impresos en Europa. La traducción que presentamos intenta ajustarse al estilo del autor.

3.2. Justificación algebraica de la regla de dos falsas posiciones

La ecuación que resuelve el problema de Santcliment es del tipo:

$$ax + b = c \qquad [3]$$

Sea $x = x_1$ (primera suposición).

Entonces :

$$ax_1 + b = c_1 \qquad [4]$$

Si $c_1 = c$, entonces $x = x_1$ es la solución de la ecuación [3].

Si $c_1 \neq c$, sea $c - c_1 = e_1$ (primera desviación).

Sea $x = x_2$ (segunda suposición).

Entonces:

$$ax_2 + b = c_2 \qquad [5]$$

Si $c_2 = c$, entonces $x = x_2$ es la solución de la ecuación [3].

Si $c_2 \neq c$, sea $c - c_2 = e_2$ (segunda desviación).

Restando, miembro a miembro, las expresiones [3] y [4] resulta:

$$a(x - x_1) = e_1 \qquad [6]$$

Restando, miembro a miembro, las expresiones [3] y [5] se obtiene:

$$a(x - x_2) = e_2 \qquad [7]$$

Despejando **a** de las igualdades [6] y [7] e igualando los resultados obtenidos, se tiene que:

$$\frac{e_1}{x - x_1} = \frac{e_2}{x - x_2}$$

De donde, multiplicando medios por extremos y despejando la incógnita x, se llega finalmente a:

$$x = \frac{e_2 x_1 - e_1 x_2}{e_2 - e_1} \qquad [8]$$

La expresión [8] contiene toda la casuística contemplada en la descripción del matemático árabe al-Amuli.

3.3. Justificación geométrica de la regla de falsa posición doble

La regla de falsa posición doble, aplicada a la resolución de la ecuación [3], también se puede justificar geométricamente si dicha ecuación se escribe en la forma siguiente:

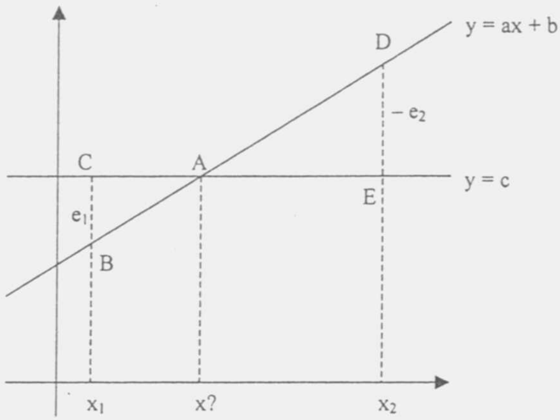
$$\begin{cases} y = ax + b \\ y = c \end{cases}$$

Dado que la solución de la ecuación $ax + b = c$ es la abscisa del punto de intersección de las dos rectas anteriores ($y = ax + b$ e $y = c$), deberemos estudiar los tres casos fundamentales que se pueden presentar a la hora de elegir los valores x_1 y x_2 (primera y segunda suposición) asignados a la incógnita. Para facilitar el discurso sólo tendremos en cuenta aquellas ecuaciones en las que $a > 0$ y $0 < b < c$.

Además únicamente ensayaremos números positivos como posibles candidatos al verdadero valor de la incógnita.

Primer caso $[0 < x_1 < x < x_2]$

Sea $x = x_1$ (primera suposición).
Entonces : $y_1 = ax_1 + b = c_1$
Si $c_1 = c$, entonces $x = x_1$ es la solución de la ecuación [3].
Si $c_1 \neq c$, sea $c - c_1 = e_1$ (véase la figura adjunta).
Sea $x = x_2$ (segunda suposición).
Entonces: $y_2 = ax_2 + b = c_2$
Si $c_2 = c$, entonces $x = x_2$ es la solución de la ecuación [3].
Si $c_2 \neq c$, sea $c_2 - c = - e_2$ (véase la figura adjunta).



Los triángulos ABC y ADE son semejantes.
Además:

$$AC = x - x_1 \;;\; BC = e_1 \;;\; AE = x_2 - x \;;\; DE = - e_2$$

Por tanto:

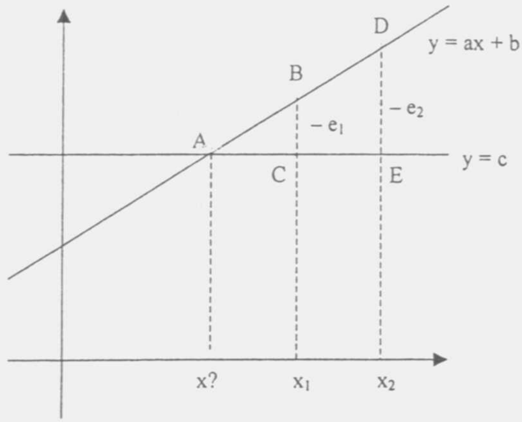
$$\frac{e_1}{x - x_1} = \frac{-e_2}{x_2 - x} \Rightarrow e_1x_2 - e_1x = - e_2x + e_2x_1 \Rightarrow e_2x - e_1x = e_2x_1 - e_1x_2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow (e_2 - e_1)x = e_2x_1 - e_1x_2 \Rightarrow x = \frac{e_2x_1 - e_1x_2}{e_2 - e_1} \qquad [8]$$

Segundo caso $[0 < x < x_1 < x_2]$

Sea $x = x_1$ (primera suposición).
Entonces : $y_1 = ax_1 + b = c_1$
Si $c_1 = c$, entonces $x = x_1$ es la solución de la ecuación [3].
Si $c_1 \neq c$, sea $c_1 - c = - e_1$ (véase la figura adjunta).

Sea $x = x_2$ (segunda suposición).
Entonces: $y_2 = ax_2 + b = c_2$
Si $c_2 = c$, entonces $x = x_2$ es la solución de la ecuación [3].
Si $c_2 \neq c$, sea $c_2 - c = - e_2$ (véase la figura adjunta).



Los triángulos ABC y ADE son semejantes.
Además:

$$AC = x_1 - x \;;\; BC = - e_1 \;;\; AE = x_2 - x \;;\; DE = - e_2$$

Por tanto:

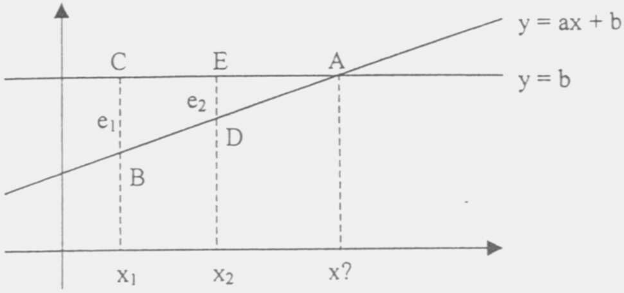
$$\frac{-e_1}{x_1 - x} = \frac{-e_2}{x_2 - x} \Rightarrow - e_1x_2 + e_1x = - e_2x_1 + e_2x \Rightarrow e_2x_1 - e_1x_2 = e_2x - e_1x \Rightarrow$$

$$\Rightarrow e_2x_1 - e_1x_2 = (e_2 - e_1)x \Rightarrow x = \frac{e_2x_1 - e_1x_2}{e_2 - e_1} \qquad [8]$$

<u>Tercer caso</u> $[0 < x_1 < x_2 < x]$

Sea $x = x_1$ (primera suposición).
Entonces : $y_1 = ax_1 + b = c_1$
Si $c_1 = c$, entonces $x = x_1$ es la solución de la ecuación [3].
Si $c_1 \neq c$, sea $c - c_1 = e_1$ (véase la figura adjunta).

Sea $x = x_2$ (segunda suposición).
Entonces: $y_2 = ax_2 + b = c_2$
Si $c_2 = c$, entonces $x = x_2$ es la solución de la ecuación [3].
Si $c_2 \neq c$, sea $c - c_2 = e_2$ (véase la figura adjunta).



Los triángulos ABC y ADE son semejantes.
Además:

$$AC = x - x_1 \;;\; BC = e_1 \;;\; AE = x - x_2 \;;\; DE = e_2$$

Por tanto:

$$\frac{e_1}{x - x_1} = \frac{e_2}{x - x_2} \Rightarrow e_1x - e_1x_2 = e_2x - e_2x_1 \Rightarrow e_2x_1 - e_1x_2 = e_2x - e_1x \Rightarrow$$

$$\Rightarrow e_2x_1 - e_1x_2 = (e_2 - e_1)x \Rightarrow x = \frac{e_2x_1 - e_1x_2}{e_2 - e_1} \qquad [8]$$

4. Método de aposición – remoción

Este método aritmético fue utilizado para resolver problemas indeterminados que admitían una traducción al simbolismo algebraico moderno del tipo:

$$\begin{cases} x + y + z = m \\ ax + by + cz = n \end{cases}$$

Desde una óptica algebraica, el método constaba de dos fases:

1) Eliminación de una de las incógnitas.
2) Cálculo, por ensayo-error, de una solución entera de la ecuación indeterminada resultante.

4.1. Un ejemplo de aplicación del método de aposición-remoción[4]

Un hombre quiere hacer un convite y da a su comprador 36 sueldos para que le compre tres clases de aves, como mirlos, tres por un sueldo, gallinas a 2 sueldos la pieza, y capones a 3 sueldos la pieza. Y quiere 36 entre todos y que le cuesten 36 sueldos. Os pido: ¿cuántos comprará de cada clase?

---

[4] El problema original está escrito en catalán. La traducción que presentamos intenta ajustarse al estilo del autor.

Hazlo así:
Compra los 36 de aquellos de menor valor, que son los mirlos, y encontrarás que cuestan 12 sueldos. Quítalos de 36, quedan 24. Primero mira cuánto vale un mirlo y encontrarás que vale 1/3 de sueldo. Ahora mira cuánto vale más una gallina que un mirlo y encontrarás 1 sueldo y 2/3. Ponlos aparte. Después, mira cuánto vale más un capón que un mirlo y encontrarás 2 sueldos y 2/3. Ahora haz tercios de todo, es decir: de 1 y 2/3 y serán 5/3, así como de 2 y 2/3 serán 8/3. Y después harás tercios de 24 sueldos y serán 72/3. Ahora de estos 72 haz dos partes tales que la una se pueda partir por 5 y la otra por 8 y que venga justo. Para ello harás lo siguiente: Quita tantas veces 5 de 72 hasta que quede un número que se pueda partir por 8. Y encontrarás que será 32 y el otro será 40. Divide 32 por 8 y vendrán 4. Después divide 40 por 5 y vendrán 8. Y así ves que habrá 4 capones y 8 gallinas, que son 12. Hasta 36 sobran 24, y tantos mirlos habrá. Y así harás en todas las semejantes.

[Joan Ventallol. *Pràtica mecantívol* (1521)]

4.2. Traducción del método de Ventallol al lenguaje moderno

	Número	Precio
Mirlos	X	1/3 sueldos
Gallinas	Y	2 sueldos
Capones	Z	3 sueldos

Atendiendo a la información de la tabla anterior, el problema propuesto se reduce a resolver el siguiente sistema de dos ecuaciones lineales con dos incógnitas:

$$\begin{cases} x + y + z = 36 \\ \dfrac{1}{3}x + 2y + 3z = 36 \end{cases}$$

Ventallol procede del modo siguiente:

$$\begin{cases} \dfrac{1}{3}x + \dfrac{1}{3}y + \dfrac{1}{3}z = 12 \\ \dfrac{1}{3}x + 2y + 3z = 36 \end{cases}$$

De donde, restando miembro a miembro, se obtiene:

$$\frac{5}{3}y + \frac{8}{3}z = 24 = \frac{72}{3} \Rightarrow 5y + 8z = 72 \Rightarrow 5y + 8z = 40 + 32 \Rightarrow \begin{cases} y = 8 \\ z = 4 \end{cases}$$

Por tanto: $x = 24$

5. Implicaciones didácticas

Teniendo en cuenta los procedimientos expuestos en las secciones anteriores, sugerimos una propuesta didáctica en la que se ofrece a los alumnos y alumnas de distintos niveles educativos (desde Secundaria hasta la Universidad) la posibilidad de enfrentarse a problemas contenidos en viejos libros y comparar sus soluciones con las que aparecen en dichos manuales.

De este modo, se pretende que los estudiantes de hoy, al cotejar los medios actuales con los de otras épocas, valoren las herramientas matemáticas de que disponen y aprecien el progreso de las Matemáticas a lo largo de los tiempos. Por otro lado, se espera que los profesores se sientan atraídos por la historia de las Matemáticas (considerada como fuente de recursos didácticos) y la introduzcan en sus aulas.

5.1. La propuesta didáctica

La propuesta didáctica que ofrecemos consta de un conjunto de actividades de enseñanza y aprendizaje desarrolladas a lo largo de tres fases:

Fase 1: *Análisis del enunciado y resolución del problema*

En esta primera etapa se presenta al alumno un problema de enunciado verbal escrito en castellano (catalán, gallego,...) antiguo. Después de un análisis del texto (vocabulario, ortografía, puntuación, etc.), el estudiante debe adaptar el enunciado al lenguaje moderno. Posteriormente, el alumno intenta resolver el problema utilizando el procedimiento que considere oportuno.

Fase 2: *Análisis de la resolución "original" del problema*

En esta segunda fase, se ofrece al alumno la resolución "original" del problema [= aquella que acompaña al enunciado verbal escrito en castellano (catalán, gallego,...) antiguo]. El estudiante debe analizar la estrategia utilizada en dicha resolución utilizando para ello las herramientas pertinentes.

Fase 3: *Valoración de las estrategias de resolución*

En este tercer y último momento, el alumno debe comparar y valorar su procedimiento de resolución con la estrategia analizada en la fase 2.

Fase 1: *Análisis del enunciado y resolución del problema*

- Planteamiento de un problema de enunciado verbal escrito en castellano (catalán, gallego,...) antiguo.
- Adaptación del enunciado del problema al lenguaje moderno.
- Resolución del problema.

↓

Fase 2: *Análisis de la resolución "original" del problema*

- Presentación de la resolución "original" del problema.
- Análisis de la estrategia utilizada en dicha resolución.

↓

Fase 3: *Valoración de las estrategias de resolución*

- Comparación y valoración de la estrategia de resolución del alumno y la estrategia de resolución original.

5.2. Los objetivos generales del proyecto

Con la puesta en práctica del material curricular que configura nuestra propuesta se pretende que los alumnos y alumnas alcancen los siguientes objetivos:

- Reconocer y valorar la utilidad de ciertos procedimientos anticuados para la resolución de problemas matemáticos.
- Valorar la utilidad de la historia de las Matemáticas como fuente de recursos para la enseñanza y el aprendizaje.
- Aceptar enfoques distintos de los habituales en la resolución de problemas matemáticos.

5.3. La metodología

Trabajo en pequeño grupo cooperativo (cuatro alumnos por grupo) y puesta en común de los resultados obtenidos por los distintos grupos.

5.4. Las actividades de enseñanza-aprendizaje

A modo de ejemplo, proponemos el siguiente modelo de actividad para la enseñanza y el aprendizaje:

Actividad 1: La regla de una falsa posición

Fase 1: Análisis del enunciado y resolución del problema

Pidese, que el numero 100. se divida en tres partes, que la primera sea dupla de la segunda, y èsta sea tripla de la tercera: que es lo mismo que pedir tres numeros, el primero doblado del segundo, y èste tres doble del tercero, que sumados hagan 100.

El enunciado anterior está contenido en un libro del siglo XVIII, el *Compendio Mathematico* (1707-1715), escrito por el matemático valenciano Thomas Vicente Tosca (1651-1723).

1. Analiza el texto de Tosca y adáptalo al lenguaje moderno.

2. Resuelve el problema utilizando el procedimiento que consideres oportuno.

Fase 2: Análisis de la resolución "original" del problema

Tomo arbitrariamente un numero, y sea 2. èste supongo ser el menor de los tres, que se piden, para mayor facilidad. Triplico el 2. y serà 6. el segundo; duplico el 6. y tengo 12. sumo estos tres numeros 12. 6. 2. y hacen 20. y porque la suma havia de ser 100. busco otro numero por regla de tres, diciendo: Si 20. vienen de 2. de quàntos vendrán 100? Y hallo vienen de 10. Este pues serà el numero menor: luego el segundo es 30. y el mayor es 60. Con esto queda satisfecha la question; porque he dado los tres numeros 60. 30. 10. de los quales 60. es doblado de 30. y èste triplo de 10. y sumados hacen 100.

[Thomas Vicente Tosca, *Compendio Mathematico*]

En el texto anterior, se describe la resolución de Tosca al problema que te hemos planteado en la fase 1. En ella, el autor valenciano utiliza un procedimiento especial conocido como *regla de una falsa posición* o *regla de falsa posición simple.*

3. Analiza dicha resolución y justifícala.

Fase 3: Valoración de las estrategias de resolución

4. Si tu estrategia de resolución y la de Tosca son diferentes, compáralas y valóralas. Para ello te puedes ayudar de la siguiente tabla (o de alguna similar):

	Tu estrategia	La estrategia de Tosca
Es general		
utiliza el simbolismo algebraico		
Es fácil de aplicar		

Referencias bibliográficas

MEAVILLA SEGUÍ, V. (2001). *Aspectos históricos de las Matemáticas elementales*. Zaragoza, Prensas Universitarias de Zaragoza.

PÉREZ DE MOYA, J. (1562). *Arithmetica practica, y specvlatiua.* Salamanca, M. Gast.

SÁNCHEZ PÉREZ, J. A. (1949). *La aritmética en Roma, en India y en Arabia.* Madrid, CSIC.

SANTCLIMENT, F (1998). *Summa de l'art d'Aritmètica* (editada por Antonio Malet). Vic, Editorial EUMO.

TOSCA, T. V. (1707-1715). *Compendio Mathematico*. Valencia, A. Bordazar.

VENTALLOL, J. (1521). *Pràtica mercantívol.*

Dpto. de Matemáticas. Universidad de Zaragoza (España).
vmeavill@hotmail.com