

**DO EMPILHAMENTO DE CUBOS À CARTOGRAFIA: UMA EXPERIÊNCIA
NO 7º ANO DO ENSINO FUNDAMENTAL**

Delci Klein, Lucas Nunes Ogliari

Faculdade Indedi, Complexo de Ensino Superior de Cachoeirinha (Cesuca). Brasil
delciklein@cesuca.edu.br, lucasogliari@cesuca.edu.br

Resumo

Apresentamos uma atividade de Modelagem Matemática desenvolvida com uma turma de 7º ano do ensino fundamental, em uma escola no sul do Brasil. Surge da pergunta *como se constrói um mapa?* O manuseio e empilhamento de cubos permite explorar as vistas de frente, lado e cima destes. A construção do mapa da sala de aula traz à tona o conceito de proporcionalidade, necessária na construção dos mapas. Para Barbosa (2004) a modelagem é “um ambiente de aprendizagem no qual os alunos são convidados a problematizar e investigar, por meio da matemática, situações com referência na realidade” (p. 75).

Introdução

O ensino da Matemática atualmente ocupa lugar de destaque nas pesquisas, pois têm provocado preocupações a professores, alunos, pais e à sociedade, diante do baixo rendimento escolar apontado pelos testes de larga escala aplicados aos alunos brasileiros. Desse modo, são urgentes medidas no campo da Educação Matemática a serem tomadas, no sentido de minorar esse imenso descompasso entre o que é trabalhado em sala de aula e o que a sociedade impõe à formação dos alunos. Assim, espera-se que o professor crie novos ambientes de aprendizagem, em que ele é o orientador das atividades e os alunos têm a liberdade de propor, desenvolver, criar, elaborar, modelar as ideias na construção dos conhecimentos. A Modelagem Matemática pode ser um dos caminhos “que levam os alunos a despertar maior interesse, ampliar o conhecimento e auxiliar na estruturação de sua maneira de pensar e agir” (Bassanezi, 2002).

Fazer uso da Modelagem Matemática como metodologia de ensino é, também, trazer temas ou fenômenos, aparentemente, não matemáticos, para as aulas como intuito de contextualizar determinados conteúdos da disciplina, despertar o interesse do aluno e desenvolver a aprendizagem com significado. Soistak e Burak (2004), no artigo intitulado “O Futebol — Proporcionando o Ensino Aprendizagem da Matemática”, deixam bem claro o que entendem por Modelagem Matemática conceituando-a como uma relação da prática do aluno com os conteúdos apresentados sistematicamente na escola de forma contextualizada. Através disso, os alunos poderão agir reflexivamente e criticamente sobre a sua realidade e, se forem capazes, transformá-la.

Para Barbosa (2003, p. 9), a Modelagem Matemática como metodologia de ensino é desenvolvida “[...] a partir de temas não-matemáticos, [onde] os alunos formulam e

resolvem problemas. Eles também são responsáveis pela coleta de informações e simplificação das situações-problema”. Uma situação-problema é situada, contextual.

Portanto, o texto a seguir apresenta uma atividade de Modelagem Matemática desenvolvida com uma turma de 7º ano do ensino fundamental, de escola da rede privada, localizada na cidade de Ivoti, no Estado do Rio Grande do Sul. A atividade foi desenvolvida com base nas ideias de autores que definem/discutem a Modelagem Matemática, partilhando de ideias como a de Barbosa (2004), que define modelagem como sendo “um ambiente de aprendizagem no qual os alunos são convidados a problematizar e investigar, por meio da matemática, situações com referência na realidade” (Barbosa, 2004, p 75).

Modelagem matemática: pressupostos

A Modelagem Matemática no ensino é um produto de uma “tendência” em que a contextualização da matemática põe o conhecimento em construção. Através de temas interessantes ao aluno é possível matematizar situações reais, pondo em prática determinados conhecimentos matemáticos uma vez apresentados em aula numa perspectiva apenas teórica. Nesse ponto, a matemática é ferramenta indispensável para a progressão e entendimento das atividades e pesquisas propostas, fazendo com que o aluno aplique as teorias estudadas em sala de aula.

Segundo Bassanezi (2002, p. 17):

A Modelagem Matemática, em seus vários aspectos, é um processo que alia teoria e prática, motiva seu usuário na procura do entendimento da realidade que o cerca e na busca de meios para agir sobre ela e transformá-la.

Para Bassanezi (2002) “a modelagem matemática consiste essencialmente na arte de transformar problemas da realidade e resolvê-los, interpretando suas soluções na linguagem do mundo real” (p.16).

Biembengut e Hein (2009), fazem analogia à imagem de um escultor ao se reportarem à ideia de modelagem: o escultor que tem como objetivo principal de seu trabalho produzir um objeto, sendo esse objeto um modelo, uma representação de algo real ou imaginário.

O modelo, de um modo geral, está presente em quase todas as áreas do conhecimento como uma forma de constituição e de expressão do conhecimento. Na matemática, o modelo tem uma forte relação com a resolução de problemas, pois, para as autoras, muitas situações do mundo real que se apresentam como um problema a ser resolvido, uma vez que contenham fatos matemáticos, necessitam, para a sua resolução, certa modelagem. Nas palavras de Biembengut e Hein (2009, p. 12):

Seja qual for o caso, a resolução de um problema, em geral quando quantificado, requer uma formulação matemática detalhada. Nessa perspectiva, um conjunto de símbolos e

relações matemáticas que procura traduzir, de alguma forma, um fenômeno em questão ou problema de situação real, denomina-se “modelo matemático”.

A autoras enfatizam que a Modelagem Matemática é um processo que envolve a obtenção de um modelo e que pode ser considerado, sob certa ótica, um processo artístico, pois para a obtenção de um modelo matemático é necessário, além de conhecimentos matemáticos, intuição e criatividade. E, sendo um processo, a Modelagem Matemática é composta por etapas, e essas etapas visam a interação entre dois conjuntos disjuntos, o da situação real e o da matemática.

Biembengut e Hein (2009) sugerem três momentos distintos na formulação de um modelo que possa vir a ser de solução para um problema envolvendo matemática, seja para a simulação, previsão ou compreensão de aspectos provenientes da realidade do tema. A primeira etapa, segundo as autoras, é a “Interação”. Uma vez que se tem um tema do interesse dos alunos, este servirá de âncora do trabalho de modelagem, mas antes de pensar na matemática envolvida nessa realidade, é preciso imergir no tema, *interagir*, se envolver de fato com essa realidade para, só então, estudá-la e problematizá-la na matemática. É pertinente, se possível que a escolha do tema parta dos alunos, o que pode acrescentar à proposta de modelagem maior motivação e significação.

A interação pode ser feita através de uma pesquisa sobre o tema, envolvendo confecções de cartazes, leitura de artigos de jornais e revistas, apresentação de vídeos, palestras com profissionais da área e visitas em lócus. O objetivo é o de fazer com que os alunos se apropriem do tema e que, a partir dessa apropriação, possam, junto à orientação do professor, reconhecer os fatos/objetos matemáticos da realidade do problema, para, na segunda etapa, a da Matematização, transpor a realidade para a linguagem matemática.

Portanto, a segunda etapa, a “Matematização”, se ocupa de traduzir o problema proveniente da realidade em questão para a linguagem matemática. É nessa etapa que o professor faz a comunicação da matemática com a realidade, visando um modelo que satisfaça total ou parcialmente a resolução do problema.

Na terceira e última etapa propõe-se a “Validação do Modelo Matemático”, onde os alunos, junto ao professor, devem se ocupar em validar o modelo obtido, analisando se este realmente traduz a realidade em questão. Nessa etapa faz-se também um retrospecto do trabalho desenvolvido no decorrer de cada etapa e, se necessário, volta-se a etapa anterior para reorganizar o modelo.

Essa perspectiva de Modelagem Matemática é apresentada pelas autoras como um caminho para despertar no aluno o interesse pela disciplina através da oportunidade de estudar situações-problema por meio de pesquisa. Biembengut e Hein (2009) intitulam de modelação matemática o método que se utiliza da essência da modelagem para ensinar matemática em cursos regulares.

Propostas para la enseñanza de la matemática

Barbosa (2001) apresenta uma configuração curricular da Modelagem Matemática como metodologia de ensino em termos de casos, ressaltando diferentes possibilidades de organização desta proposta pedagógica, situando a relação entre o aluno e professor, apontando o professor como coparticipante em todos os casos.

| | <i>Caso 1</i> | <i>Caso 2</i> | <i>Caso 3</i> |
|---|-----------------|-----------------|-----------------|
| <i>Elaboração da situação-problema</i> | professor | professor | professor/aluno |
| <i>Simplificação</i> | professor | professor/aluno | professor/aluno |
| <i>Dados qualitativos e quantitativos</i> | professor | professor/aluno | professor/aluno |
| <i>Resolução</i> | professor/aluno | professor/aluno | professor/aluno |

Figura 1: O aluno e o professor nos casos de Modelagem.

Fonte: Barbosa (2001, p.9)

Percebe-se através das concepções sobre Modelagem matemática no ensino apresentadas aqui, por diferentes autores, que todas compartilham da noção de um percurso a ser realizado, que sempre parte da realidade ao encontro da matemática. Portanto, a atividade descrita a seguir evidencia o potencial desta metodologia no ensino de matemática, trazendo e remontando o percurso realizado pelos alunos do ensino fundamental de uma escola privada ao encontro da matemática.

Descrição da atividade

A atividade “do empilhamento de cubos à cartografia” foi desenvolvida em várias etapas, num total de oito horas/aula. Em cada etapa foram desenvolvidas atividades que traziam como problematização: “Como se constrói um mapa?” O objetivo geral da atividade é a compreensão da necessidade da proporcionalidade na construção de mapas, partindo-se da construção de um mapa da sala de aula.

Como atividade preparatória, foi solicitado que cada aluno construísse, em casa, três cubos, conforme o molde dado pela professora, estabelecendo as cores que deveriam ser utilizadas nas faces dos mesmos. (todos os cubos dos alunos foram pintados da mesma forma).

A partir dessa construção, na aula seguinte, foram feitas explorações, como: elementos do cubo (faces, vértices, arestas), sua relação no espaço – o que é espacial, o que é plano, suas faces, bases, faces opostas, faces paralelas e iguais, faces laterais, face superior e inferior– as cores das faces tornaram esta exploração muito fácil e produtiva.

Propuestas para la enseñanza de la matemática

Em seguida, em grupos, foram construídos empilhamentos (todos os cubos com as faces pintadas na mesma posição e sempre utilizando o critério cubo-sobre-cubo) e a exploração das vistas dos empilhamentos: vista de frente, vista de lado e vista de cima. Cada grupo realizou seu empilhamento e o desenho no caderno: das vistas frontal, lateral e superior e posteriormente realizava um empilhamento para outro grupo desenhar. Esta etapa ocorreu em duas horas/aula.



Figura 2: grupos empilhando cubos.

Fonte: os autores.

Segundo Barbosa (2004), o ambiente de Modelagem está associado à problematização e à investigação. A problematização refere-se ao ato de criar perguntas e/ou problemas, enquanto a investigação refere-se à busca, seleção, organização e manipulações de informações sobre elas. Nesse sentido, nesta primeira etapa do trabalho, foi lançado o seguinte problema: a partir dos desenhos das vistas dos empilhamentos dos cubos, vamos desenhar a vista superior da nossa sala de aula?

Imediatamente surgiram várias questões associadas aos desenhos das vistas dos empilhamentos de cubos que haviam realizado, dentre as quais, destaco:

G- é como as vistas dos empilhamentos?

G- é como se olhássemos sem teto, né, professora?

C- é como se fosse tirar uma foto lá de cima.

F-precisa ser proporcional, professora?

Prof. – o que significa ser proporcional?

Propuestas para la enseñanza de la matemática

Durante alguns minutos, deu-se espaço para que os alunos levantassem hipóteses sobre como seria feito o desenho. A primeira questão de consenso é a de que seria o desenho da *vista superior da sala*.

A questão levantada por (F), em relação à proporcionalidade, gerou uma série de discussões, pois esta turma ainda não havia estudado a proporcionalidade na escola. As manifestações que predominaram davam conta da noção empírica de proporcionalidade, segundo algumas constatações:

L- Bem realista, prof. Senão, fica bagunçado.

V – tudo do mesmo tamanho. Mesas iguais.

A questão da proporcionalidade foi explorada oralmente pela professora, na medida em que os alunos eram questionados sobre como poderiam fazer este desenho de forma proporcional. A essa altura, já tinha vários alunos caminhando pela sala *pé-ante-pé*, contando passos, contando os tacos do assoalho e cada um foi utilizando uma estratégia para fazer o seu desenho da melhor forma possível. Dentre os diálogos estabelecidos, os mais relevantes foram:

G- profe, a sala assim é mais comprida que assim. (contando os quadrados de tacos no chão). Assim são 32 e assim são 27.

Prof – A sala é quadrada?

G – Não, profe.

G – Para cada quadrado no chão, vou usar um quadrinho no caderno. Olha, a minha mesa ocupa três assim e dois assim (referindo-as ao comprimento e à largura)

K – Calculei a quantidade de quadrados do chão. Peguei a medida da folha (do caderno) e dividi em 35 e 33.

Prof – Não usaste os quadrinhos do caderno?

K – Não, profe, dividi em quadrinhos. Agora, pego a medida da mesa em quadrinhos.

A maioria dos alunos, no entanto, desenhou as mesas e os espaços entre elas, apenas preocupando-se com as posições e tamanho das mesas e dos corredores entre elas.

N – Olha, eu fiz assim: tem quatro fileiras, eu dividi em quatro.

N – Tem um problema: não dá exato dividir em quatro.

Prof – Como faz, então?

N – aumentar a mesa. Mas o problema é o corredor. Não dá o tamanho exato entre as mesas.

As indagações e problemas que foram surgindo durante a realização do desenho da sala de aula foram demonstrando as hipóteses de cada aluno. Alguns não se preocuparam com a proporcionalidade e foram apenas contando as mesas e desenhando-as:

Lu – Olha, fiz assim.

Prof – Tu fizeste proporcional?

Lu- sim

Prof – Olha a mesa do professor. Está proporcional?

Lu – Iiihhh... não! Vou fazer de novo.

Durante a atividade do desenho, os alunos trocaram ideias entre si, analisando e avaliando seus desenhos. Alguns se aproximaram bastante da realidade, outros, nem tanto. Barbosa (2004) sustenta que a problematização e a investigação no ambiente de Modelagem não são atividades separadas, mas “articuladas no processo de envolvimento dos alunos para abordar a atividade proposta. Nesse sentido, a atividade seguinte, vêm ajudar a responder as questões levantadas pelos alunos sobre a proporcionalidade e que ainda estão sem resposta.

O desenho da sala de aula foi realizado em duas horas/aula. Esta etapa da atividade serviu como ponto de partida para a última e principal etapa, que busca responder à pergunta: *Como se constrói um mapa?*

P – Professora, nós fizemos o mapa da sala.

Prof – o mapa? Explica melhor.....

P – é o desenho do que tem dentro da sala, vista de cima.

Prof – Certo P, e os mapas que vocês conhecem da Geografia, o que tem a ver?

P – são os mapas dos lugares. Os desenhos dos lugares vistos de cima.

Na última etapa, apresentou-se aos alunos uma vista superior de um quarteirão, ou seja, o mapa de um quarteirão. Uma das perguntas do exercício remetia à cartografia: Quem é, e o que faz um cartógrafo? A partir de uma rápida pesquisa na internet, os alunos descobriram que cartógrafo é a pessoa que faz mapas.

Como o pai de um dos alunos da turma era cartógrafo, surgiu a ideia de convidá-lo para vir à aula de matemática, contar como os mapas são construídos. O convite foi formalizado através de uma carta assinada pelo representante da turma. Foi realizado um levantamento das principais perguntas e curiosidades dos alunos e encaminhado ao convidado.

Segundo Bassanezi (1994), em geral são apresentados cinco argumentos para a inclusão da Modelagem Matemática na prática pedagógica dos professores: motivação, facilitação da aprendizagem, preparação para utilizar a matemática em diferentes áreas e o desenvolvimento de habilidades gerais de exploração e compreensão do papel sociocultural da matemática. Assim, com a vinda do cartógrafo à sala de aula, os alunos perceberam e aprenderam o quanto de conhecimento matemático é necessário para desenhar um mapa. A questão da proporcionalidade foi a mais abordada na fala do cartógrafo, que apresentou uma tabela com escalas.



Figura 3: apresentação do cartógrafo.

Fonte: os autores.

Os principais itens da explanação do cartógrafo foram:

- tipos de mapas e cartas;
- escalas utilizadas;
- elementos de um mapa e legenda;
- de onde/ como coleta as informações necessárias à elaboração do mapa.

Assim, a partir da explicação do cartógrafo sobre a escala, os desenhos dos mapas da sala de aula foram revistos, analisados criticamente e refeitos.

Considerações finais

A ligação da Matemática escolar com a Matemática da vida cotidiana do aluno tem um papel importante no processo de escolarização do indivíduo, pois dá sentido e significado ao conteúdo estudado. Assim a Modelagem Matemática, “pode ser tomada tanto como um método científico de pesquisa, quanto como uma estratégia de ensino-aprendizagem que tem se mostrado muito eficaz”, no ensino-aprendizagem de matemática (Bassanezi, 2002, p.16).

Diversos conteúdos do currículo de matemática podem ser aplicados em uma atividade envolvendo Modelagem Matemática, assim como a discussão de certos conceitos, como o de proporcionalidade, abordado neste artigo. O tratamento da informação também pode ser explorado sempre que as atividades de pesquisa envolverem coleta e análise de dados quantitativos, explorando, assim, a construção e apresentação de tabelas e gráficos. A Modelagem Matemática permite ao professor mostrar ao aluno como se usa a matemática para fazer ciência.

Referências bibliográficas

Bassanezi, R. C. (2002) *Ensino-aprendizagem com Modelagem Matemática*. São Paulo: Editora Contexto,.

Barbosa, J. C. (2004) Modelagem Matemática: O que é? Por que? Como? *Veritati*, n. 4, p. 73-80.

Barbosa, J. C. (2001) *Modelagem na Educação Matemática: Contribuições para o debate teórico*. Disponível em 20/05/2015.em:
<http://www.ufrgs.br/espmat/disciplinas/funcoes_modelagem/modulo_I/modelagem_barbosa.pdf>

Biembengut, M. S.; Hein, N. (2009) *Modelagem matemática no ensino*. 3.ed. São Paulo: Contexto, 127p.

Soistak, A. V. F. ; Burak, D. (2005) Matemática e futebol: uma experiência de ensino aprendizagem. *In: III Congresso Internacional de Ensino da Matemática, 2005, Canoas.*