

**EXPERIENCIA ETNOMATEMÁTICA EN LA FORMACIÓN DE
PROFESORES DE MATEMÁTICA MEDIANTE MODELIZACIÓN
MATEMÁTICA**

Silvia Inés Navarro, Gustavo Adolfo Juárez

Facultad de Ciencias Exactas y Naturales, Universidad Nacional de Catamarca. Argentina
juarez.catamarca@gmail.com, silvinafacen@gmail.com

Resumen

La educación debe preparar nuevas generaciones para asumir un sentido ciudadano, convivir en sociedad y fomentar la creatividad; y la Etnomatemática es una forma de Educación Matemática en distintos ambientes, por ello implementamos un Laboratorio Etnomatemático en la asignatura Modelos Matemáticos de la Carrera Profesorado en Matemáticas de la Universidad Nacional de Catamarca, a fin de realizar una práctica viva, dentro de las necesidades ambientales, sociales, culturales; creando un espacio para la imaginación, utilizando enfoques dados por varias disciplinas, tales como Historia, Arqueología, Arte entre otras, con el objeto de estudiar y analizar la Matemática en distintas épocas y culturas.

Introducción

El presente artículo pretende divulgar la actividad de laboratorio realizada en la asignatura Modelos Matemáticos de cuarto año, segundo cuatrimestre de la carrera Profesorado en Matemáticas, de la Facultad de Ciencias Exactas y Naturales de la Universidad Nacional de Catamarca, República Argentina, durante el año 2009. En la misma, luego de impartirse los contenidos teóricos junto a la ejercitación de modelos matemáticos, se culmina la asignatura con la elaboración de un modelo matemático.

Para la oportunidad se tomó a la *Etnomatemática* como área de estudio y a la *geometría* como tipo de modelo, esto es, modelos estáticos, aportando a la siempre vigente propuesta de Santaló de enseñar la geometría en la formación de profesores (Santaló, 1993). Además recurrimos al por entonces recién aparecido libro *La Cultura Aguada en el Museo Adán Quiroga: técnicas y motivos* (Kriscautsky, 2008) obra que reúne a las vasijas de la Cultura de La Aguada que se hallan depositadas en el Museo Adán Quiroga del Complejo Cultural Fray Mamerto Esquiú, de la Ciudad de San Fernando del Valle de Catamarca – Argentina, se eligió una vasija por grupo de alumnos en procura de formalizar la modelización de tal vasija, para ello se realizó por un lado la búsqueda de la ecuación más próxima que la determine, mientras que otro grupo realizó un estudio estadístico de las figuras presentes en todas las vasijas de referencia.

Objetivos

- Propiciar el desarrollo de Laboratorios de Matemática como una actividad de la Modelización Matemática.
- Transferir la teoría Etnomatemática a la práctica áulica, a fin de adecuar temas de Matemática con el ambiente donde se practica la enseñanza.
- Contribuir, desde una perspectiva intercultural y mediante la reflexión teórica y la investigación, al enriquecimiento de propuestas culturales, educativas y sociales de los grupos étnicos reconocidos a través de elementos que perduraron de su cultura.

Referentes teórico – práctico

Etnomatemática

El reconocimiento de la Etnomatemática como el área disciplinar que contribuye al estudio del ambiente y su matematización, permiten orientar y alentar los esfuerzos para buscar relaciones geométricas en la vasija, de la cual se contaba con la descripción e ilustración según el texto citado y el conocimiento solo visual de la misma en visita realizada al Museo.

Las Etnomatemáticas yacen como la confluencia de las Matemáticas y la Antropología Cultural, en un nivel que podría llamarse *matemáticas en el ambiente* o *matemáticas en la comunidad*. En otro nivel, el de relación, las Etnomatemáticas son la manera particular en la que grupos culturales específicos realizan sus tareas de clasificación, ordenamiento, conteo y medición. (Scott y Méndez, 2005)

Aunque solo es recientemente que las Etnomatemáticas han recibido atención por parte de matemáticos y antropólogos, frecuentemente comentaban sobre los usos peculiares de las Matemáticas entre grupos indígenas. Algunas otras ramas de la etnociencia, como son la etnobiología, la etnobotánica, etnofísica, etnoastronomía y etnosociología ganaron aceptación al principio del siglo XX y tienen historia de disciplinas reconocidas. El desarrollo formal de las etnomatemáticas puede haber sido retrasado por una visión penetrante de que de alguna manera las matemáticas son universales y libres de cultura. Sin embargo, investigaciones recientes revelan que muchas de las matemáticas usadas en la vida diaria, al ser afectadas por modos distintos de cognición, pueden ser bastantes diferentes de aquellas que se aplican en las escuelas.

Las Etnomatemáticas sugieren una amplia conceptualización de las matemáticas y de etno. Una amplia visión de las *matemáticas* incluye cifraje, aritmética, medición, clasificación, ordenamiento, inferencia y modelamiento. *Etno* abarca grupos culturales identificables, tales como sociedades nacionales, de tribus, grupos laborales, niños de cierto grupo de edad, clases profesionales, etc.; e incluye su jerga, códigos, símbolos, mitos e incluso maneras específicas de razonamiento e inferencia.

Llamamos etnomatemáticas al arte o técnica de entendimiento, explicación, aprendizaje sobre, contención y manejo del ambiente natural, social y político,

dependiendo de procesos como contar, medir, clasificar, ordenar, inferir, que resultan de grupos culturales bien identificados. (Blanco Álvarez, 2008, p. 153)

Aunque su creador, prefiere recurrir a su definición de naturaleza etimológica: con tres raíces, una *etno*, que comprende a los diversos ambientes: social, cultural, naturaleza, etc. La segunda raíz, deriva de la palabra griega *mathema*, que quiere decir explicar, entender, enseñar, manejarse; y por último, la componente *thica*, ligado a la raíz griega *tecni*, que es arte, técnicas, maneras. Entonces sintetizando, esas tres raíces las etnomatemáticas son *las artes, técnicas de explicar, de entender, lidiar con el ambiente social, cultural y natural.* (Blanco Álvarez, 2008)

Los grandes objetivos que persiguen las Etnomatemáticas es llevar las prácticas a la escuela y fundamentalmente a la investigación. La investigación se hace generalmente cerrada en la propia disciplina, pero es muy importante que la investigación sea tanto pura como aplicada, una investigación que relacione conocimientos de otras áreas, una matemática que no sea aislada de las otras maneras de conocimiento, ya sea del arte, religión, arquitectura. Entonces, es integrar la Matemática a otras formas del conocimiento. (Blanco Álvarez, 2008)

Modelos Matemáticos

Una nueva estrategia surgió en los últimos tiempos, tanto para la implementación de la investigación científica como para la enseñanza de la matemática, nos referimos a los modelos matemáticos. Tal vez quien mejor pudo transferir los conceptos es Rodney Carlos Bassanezi, matemático aplicado dedicado a la Biomatemática, desde donde extrae una vasta experiencia para convertir a los modelos en una herramienta didáctica. De su maestro y formador, Ubiratan D'Ambrosio recoge temas del ambiente para contribuir con la Etnomatemática, y por ello que resulta accesible conjugar los dos conceptos. Al respecto en su obra Bassanezi (2002, p.19 - 20) expresa:

“Cuando se procura describir a una porción de realidad, en el intento de explicar, de entender, o de trabajar sobre ella, lo usual es seleccionar, un sistema, argumentos ó parámetros considerados esenciales y formalizados a través de un sistema artificial: el modelo”. Además reconoce que “cada autor se aventura a dar una definición de modelo matemático. Por ejemplo, para McLone un modelo matemático es una construcción matemática abstracta, simplificado, que representa una parte de la realidad con algún objetivo particular”.

Por ello una forma de resumir estos conceptos podemos decir que:

“Modelado Matemático o modelización es un proceso dinámico utilizado para la obtención y validación de modelos matemáticos. Es una forma de abstracción y generalización con la finalidad de prever tendencias. La modelización consiste, esencialmente, en un arte de transformar situaciones de la realidad en problemas

matemáticos cuyas soluciones deben ser interpretadas en un lenguaje usual”.
(Bassanezi, 2002, p.24)

Por otro lado: *La investigación de la Etnomatemática obliga a reconsiderar la historia de las matemáticas, los modelos cognitivos del aprendizaje matemático, los objetivos, contenidos y significados de la educación matemática hacia el rol cultural de la matemática.* (Santillán, Zachman, 2009).

Cultura de La Aguada

La Cultura de La Aguada es una de las culturas más emblemáticas y representativas de las culturas precolombinas. La Aguada representa el momento culminante del arte precolombino del noroeste argentino. Sus expresiones se despliegan a través de múltiples materiales: una fina cerámica (pintada, pulida y grabada), la metalurgia del oro y el bronce, la escultura en piedra y el arte rupestre, grandes imágenes pintadas en abrigos rocosos y cuevas como por ejemplo al este de la Sierra de Ancastí (La Tunita y La Candelaria) Provincia de Catamarca. Todas esas formas plásticas son portadoras de una rica iconografía de carácter figurativo-fantástico poblada obsesivamente de imágenes de felinos, figuras humanas muy ataviadas, algunas con armas en sus manos o cabezas colgando de sus brazos, con tocados o máscaras, otras ya son seres híbridos, tal vez como representación de la transformación chamánica; completan el repertorio las figuras de saurios y serpientes, aves, vampiros y diversas formas geométricas.

Existen discrepancias bastantes netas entre el oeste de Catamarca y la prov. de La Rioja, el Valle Central y en el este de nuestra Provincia, las diferencias son notables en sus diferentes restos arqueológicos (cerámica, lítico, construcción de poblados, sistemas de riego, etc.). Aunque en todos los casos hay una ideología dominante fácilmente identificable en sus manifestaciones artísticas, entre cuyas representaciones se destacan, una de aspecto felínico, el tigre o dragón de La Aguada. De manera que detrás de la diversidad advertimos un lenguaje común. Mediante su simbología, La Aguada se enraíza en una antigua tradición ideológico-religiosa que encontramos formando parte de la cosmovisión, el arte y espiritualidad del mundo andino. Creemos que uno de los hilos conductores de este lenguaje común se encuentra en que todas estas culturas compartieron las bases de un mismo conocimiento chamánico centrado en una íntima relación con las plantas sagradas, así como una cosmovisión en la que se interrelacionan profundamente lo humano, lo animal y lo sobrenatural.

Propuesta de aula

La modalidad del trabajo de laboratorio experimental fue implementada en la asignatura Modelos Matemáticos del cuarto año, segundo cuatrimestre conformado por 7 alumnos del Profesorado en Matemáticas según el espacio curricular durante el periodo 2009. Siendo la puesta en práctica de la experiencia a través de la elaboración de una guía de laboratorio orientada a la selección de las vasijas que fueron trabajadas oportunamente, la cual implicó la investigación de diferentes aspectos dentro del ambiente, de formas de vasijas, donde las

implicancias de sus resultados son producto de aplicaciones de la Matemática, incluyendo una investigación histórica complementaria, mostrando el carácter de ser *una enseñanza de la matemática integrada en la historia y la cultura*. (Huapaya Gómez y Salas Valverde, 2008)

En efecto, a fin de modelar geoméricamente se tomó como elemento de trabajo a las Vasijas de la Cultura de La Aguada que se hallan en el Museo Arqueológico Adán Quiroga de la Provincia de Catamarca - Argentina y que se describen en la obra *La Cultura Aguada en el Museo Adán Quiroga: técnicas y motivos*. La propuesta de realizar replicas geométricas llevó a distinguir a aquellas que partían del supuesto de ser consideradas como superficies de revolución y por ello se encontró en dos dimensiones las funciones generatrices mediante ajustes de curvas. Las graficas de estos sólidos fueron realizadas utilizando un asistente matemático.

El primer supuesto que se realizó fue que las vasijas son superficies de revolución, aun cuando las medidas nos dice que es una elipse pero por su excentricidad se asemeja a una circunferencia. El motivo histórico de la construcción se basa en el uso de las manos y el movimiento natural que ellas tienen, y no el uso de mecanismos como el torno, que no estaba aún a su alcance pues éste fue incorporado ulteriormente por la cultura hispánica.

A partir de allí se debió buscar la curva generatriz de la misma, para ello se efectúan mediciones de la silueta de la vasija y luego se aplica el método de mínimos cuadrados.

Entre los objetivos específicos se contaban con el análisis de la forma geométrica de la vasija, conocer técnicas y elementos que fueron usados en la elaboración de la vasija, de las cuáles muchas se conservan hoy en la construcción de réplicas, y la utilización correcta de conceptos de la geometría plana y del espacio, y conceptos dados por la morfología de las vasijas (Scattolin y Bugliani, 2005).

Uno de los trabajos fue tratado estadísticamente, a fin de observar los trazos, figuras, y relieves que decoraban las vasijas. Para ello se tomó la totalidad de las piezas, incluyendo también vasos, pucos y las vasijas, y se clasifico a las mismas según los tipos de líneas, en rectas, curvas, círculos, por otro lado si las figuras eran triángulos, cuadrados, rombos, rectángulos. También se tuvo en cuenta los tipos de figuras retratadas, si eran humanas o de animales tales como víboras, puma, etc.

Resultados y discusión

Con los objetivos propuestos los alumnos encararon la tarea desarrollando con distintos enfoques el modelo matemático en cada caso. Por un lado tres grupos estudiaron la geometría partieron del hecho que la silueta de la vasija representa la curva generadora que rota alrededor de un eje. Como la representación en algunos casos no es una función, por ello se propuso cambiar los ejes o bien considerar por partes a las vasijas según su morfología, estableciendo funciones con varias asignaciones, respondiendo así a tres técnicas distintas, tal como se muestran en la (Figura 1).

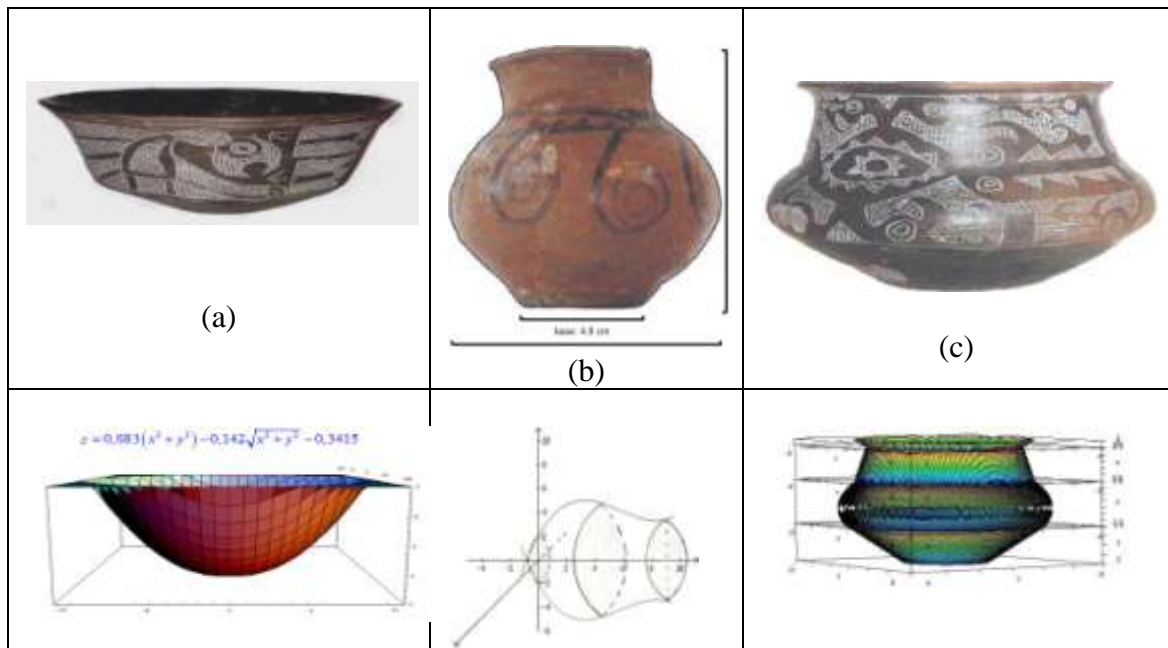


Figura 1: Vasijas escogidas para dicho estudio: (a) Modelo geométrico obtenido de la vasija tipo fuente realizada con rotación sobre el eje vertical, (b) Modelo geométrico de la vasija tipo cántaro girada y rotada sobre eje horizontal, y (c) Modelo geométrico de la vasija tipo cántaro de boca ancha obtenida sobre el eje vertical pero por partes, resultando con cuatro asignaciones

Mientras otro grupo tomo la iniciativa desde el punto de vista estadístico para estudiar los grabados que existen en las vasijas, sean estos dibujos, pinturas o relieves, clasificándolas según las formas geométricas (Figura 2), obteniendo así las siguientes conclusiones:

1. *Tipo de representaciones o motivos*: Casi la mitad posee figuras Felínicas, demostrando ser una identidad del momento cultural. En segundo lugar, con casi la cuarta parte, están los que tienen rasgos humanos, pero como recordemos que a veces estaban con disfraz felínico, justifica el nombre de *cultura del puma*.
2. *Tipos de relleno*: En las distintas figuras se realizan rellenos, siendo la más frecuente el cuadrículado y líneas paralelas. Tal vez esto por ser más sencillo para realizarlo pues con solo un 8,3% están los puntos, los cuales son mucho más trabajosos.
3. *Elementos o figuras geométricas*: El grado de dificultad en la realización de un ente geométrico queda reflejado en la cantidad que éstos se hallan, siendo lo frecuente líneas, tanto paralelas como perpendiculares y entre las figuras el triángulo.
4. *Agrupamiento en elementos geométricos básicos*: Consideramos necesario agrupar según cuatro grandes grupos a los entes, debido a la imperfección que pudieran tener

algunos, y así tomar a las elipses como círculos con pequeñas deformaciones, o rectángulos como cuadrados por sus aproximaciones.

5. *Simetría*: A partir de los datos obtenidos podemos concluir que es más frecuente el empleo de simetría, esto es 73%, en los motivos decorativos de las piezas seleccionadas. Este nos lleva a pensar que intentaban lograr una armonía en el dibujo pintado, cincelado o en el relieve realizado.

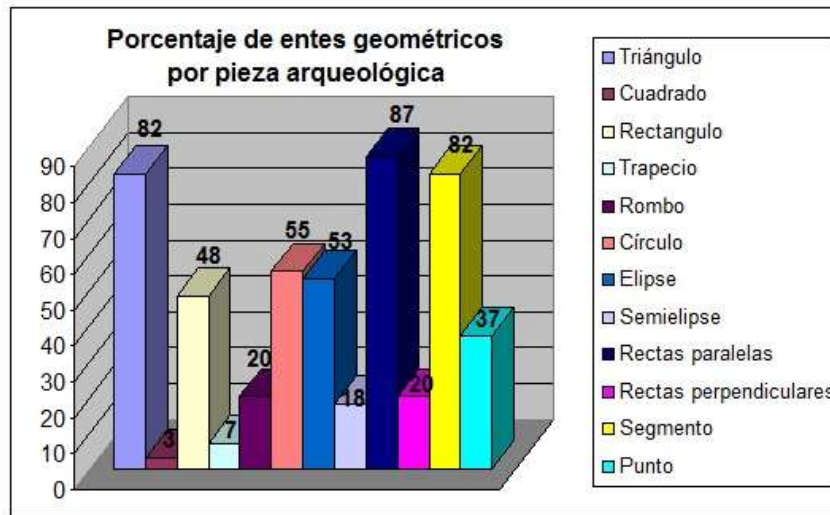


Figura 2: Distribución de las figuras geométricas por cada pieza Arqueológica analizada

Conclusión

Podemos afirmar que la *Etnomatemática* es una herramienta muy eficaz para el análisis de diversos temas de distintas áreas de enseñanza relacionadas con las ciencias exactas y naturales, más allá de la propia matemática, así pues podemos extender también a las ciencias humanas y sociales en general. Aporta a la formación personal, desde los aspectos culturales, sociales al punto de establecer una práctica interdisciplinaria, un respeto por las costumbres, un interés por lo ancestral.

Esta investigación realizada muestra una integración interdisciplinaria entre la Matemática, Historia y Arqueología como así también del Arte y la Pintura enmarcada en lo que se conoce actualmente como Etnomatemática.

Referencias bibliográficas

Bassanezi, R. C. (2002). *Ensino-Aprendizagem com Modelagem Matemática*. São Paulo: Editora Contexto.

Blanco Álvarez, H. (2008) Entrevista al profesor Ubiratan D'Ambrosio. *Revista Latinoamericana de Etnomatemática*, 1(1). 21-25. Recuperado de

<http://www.etnomatematica.org/v1-n1-febrero2008/blanco.pdf>

Huapaya Gómez, E.; Salas Valverde, C. (2008). Uso de las Ideas Matemáticas y Científicas de los Incas en la Enseñanza- Aprendizaje de la Geometría. *Revista Latinoamericana de Etnomatemática*. Vol 2. (Nro. 1). Recuperado de <http://www.revista.etnomatematica.org>

Kriscautzky, N. (2008). *La Cultura Aguada en el Museo Adán Quiroga: técnicas y motivos*. Catamarca: Editorial Científica Universitaria.

Santaló, L. A. (1993). *La Geometría en la formación de profesores*. Buenos Aires: Red Olímpica.

Santillán, A.; Zachman, P. (Febrero 2009). Una experiencia de capacitación en Etnomatemática. *Revista Latinoamericana de Etnomatemática*. Vol 2. (Nro. 1). Recuperado de <http://www.revista.etnomatematica.org>

Scattolin, M. C.; Bugliani, M. F. (2005) Un repertorio surtido: las vasijas del oasis de Laguna Blanca, Puna Argentina. *Revista Española de Antropología Americana*. 2005. Vol. 35. Pp 51-74. Recuperado de <https://revistas.ucm.es/index.php/REAA>

Scott R., Méndez V. (2005) Boletín del ISGEM. Grupo Internacional de Estudios de Etnomáticas. Vol.1, Nro. 1, Agosto 1985. *Instituto de Educación y pedagogía. Santiago de Cali. Colombia*. Recuperado de www.ccd.rpi.edu/Eglash/cbp/isgemsp.htm

Página oficial de Etnomatemática: www.etnomatematica.org

Agradecimiento

El presente trabajo es el resultado de una tarea de laboratorio de la cátedra Modelos Matemáticos, por lo que los actores principales fueron los alumnos que desarrollaron la actividad propuesta, a ellos el agradecimiento: Cabeza Julia D., Leiva Julia B., Olmos Natalia R., Quinteros Rita, Rodríguez Roberto N., Sola Marimón Carlos A., Zarate Eduardo M. Por el asesoramiento histórico al Mgter Luis Navarro Santa Ana, asesoramiento arqueológico Dr. Néstor Kriscautzky, y al asesoramiento artístico desde el Taller de Replicas de Extensión Universitaria a cargo de la Prof. Stella Moreno.