

***COMPLEMENTANDO LA FORMACIÓN GEOMÉTRICA
DE LOS FUTUROS PROFESORES***

María Isabel Oliver, Guillermo Valdez, María Susana Vecino, Mercedes Astiz

Universidad Nacional de Mar del Plata. Argentina

moliver@mdp.edu.ar, gvaldezmdp@gmail.com, susana@mdp.edu.ar, mastiz@live.com.ar

Resumen

Algunos de los estudiantes de tercer año de la carrera de Profesorado en Matemática de la Facultad de Ciencias Exactas y Naturales de la UNMDP, en contacto con escuelas secundarias, detectaron sus falencias en el área Geometría y a efectos de subsanarlas manifestaron su interés en cursar una materia optativa sobre estos temas.

En este trabajo se describen algunas dificultades observadas en la resolución de problemas propuestos como diagnóstico, que confirman estas falencias, como así también, opiniones de los estudiantes acerca de esta experiencia una vez finalizado el dictado de la asignatura.

Fundamentación

En las últimas décadas, muchos investigadores en Didáctica de la Matemática, han prestado especial atención a la enseñanza de la geometría en la formación de profesores puesto que el estudio de la misma favorece el desarrollo de la conjeturación, la argumentación deductiva y la modelización.

Los Principios y Estándares para la Educación Matemática (NCTM) y el Diseño Curricular para la Educación Secundaria de la Provincia de Buenos Aires, en el área Matemática, revalorizan la geometría recomendando su incorporación con un enfoque más dinámico y funcional. En ambos se propone un trabajo de descubrimiento y análisis de propiedades de figuras y cuerpos geométricos. Sin embargo, sigue siendo un área de escaso trabajo en las clases.

Se acepta que en el proceso de aprender la disciplina, los estudiantes necesitan desarrollar una disposición y una forma de pensar donde constantemente busquen y examinen diferentes tipos de relaciones, planteen conjeturas, utilicen distintos sistemas de representación, establezcan conexiones, empleen varios argumentos y comuniquen sus resultados. Además, el desarrollo de herramientas tecnológicas está influyendo notablemente en la forma en que los estudiantes aprenden matemáticas. (Santos Trigo, 2003).

Según la opinión de Santaló (1993), a la que adherimos, los profesores tienden a enseñar tal como fueron enseñados, por lo cual es recomendable aplicar las metodologías de enseñanza

de la geometría durante el dictado de las asignaturas afines en lugar de esperar a tratarlas en los cursos de didáctica especial.

Análisis de la situación

Un análisis del plan de estudios del Profesorado en Matemática, pone en evidencia que el diseño del mismo ha sido realizado, tal vez, desde una predominante visión purista de la Matemática. Esto tiene su explicación en el hecho de que las carreras de Profesorado y Licenciatura en Matemática tienen un tronco común que incluye entre otras materias, las Geometrías. En consecuencia, los futuros profesores han cursado Geometrías siempre abordadas poniendo el foco en lo algebraico, lo cual aporta una muy buena formación en ese aspecto pero deja un espacio vacío en lo concerniente a la Geometría Euclídea.

Esta situación ha sido detectada por:

- los alumnos del profesorado que, en sus primeros e incipientes contactos con la Escuela Secundaria, la notaron y manifestaron su interés en cursar una materia optativa sobre Geometría y su enseñanza.
- los docentes del área pedagógica que, como un intento de remediar esta situación, hace tiempo optaron por trabajar la geometría euclídea y su didáctica, en forma integrada.

Los docentes integrantes del proyecto de Investigación “Las Praxeologías Matemáticas en Profesores de Matemática Formados y en Formación. Análisis y Propuestas” tienen a su cargo el dictado de las asignaturas de formación disciplinar (Álgebra, Análisis Matemático, Geometría....) como así también las del área Enseñanza de la Matemática (Didáctica, Prácticas Docentes....). Es por ello que, ante la solicitud de los alumnos, el Departamento de Matemática de la FCEYN recurrió a este grupo para el dictado de la optativa.

Manos a la obra

Revisando la oferta de materias optativas del plan de estudios del Profesorado en Matemática, se consensó en la reedición de “*Geometría: su Enseñanza*”, que solo tenía establecidos los contenidos mínimos y que hacía varios años que no se dictaba.

Contenidos Mínimos de “*Geometría: Su Enseñanza*”

Los cinco grupos fundamentales de axiomas. Ángulos y polígonos en la circunferencia. Puntos y rectas notables en el triángulo. Homotecia y semejanza en polígonos y circunferencia. El arco capaz. Relaciones métricas derivadas de la semejanza. Equivalencia y áreas. Metodología de las construcciones geométricas. Inversión y polaridad en el círculo. Los movimientos y la congruencia en el espacio. Propiedades métricas de los anguloides y poliedros. Cuerpos redondos. Homotecia, inversión y polaridad en el espacio. Áreas y volúmenes. Tratamiento metodológico.

El primer encuentro

El pensamiento del profesor, sus prácticas y elementos para su formación

En el primer encuentro, a modo de diagnóstico, se realizó una actividad basada en tres problemas geométricos que los alumnos debieron resolver en forma individual:

Problema 1 (Problema 206, Problemas 11 OMA, Red Olímpica):

Sea ABCD un rectángulo y AC una diagonal. Se trazan desde B y desde D perpendiculares a la diagonal AC, que la intersectan en P y Q, respectivamente. Se sabe que los puntos P y Q dividen a AC en tres segmentos iguales, de longitud 1. Hallar el área del rectángulo ABCD.

Problema 2 (Problema 208, Problemas 8 OMA, Red Olímpica):

Sea ABCD un cuadrado. Se consideran el punto E en el interior del lado AD y el punto F en la prolongación del lado AB, de modo que el ángulo ECF mide 90° . Si el cuadrado ABCD tiene área 256 y el triángulo ECF tiene área 200, calcular la longitud del segmento BF.

Problema 3 (Problema 202, Problemas 11 OMA, Red Olímpica)

En un triángulo isósceles ABC, con $AC = BC$, se consideran el punto P en el lado AC tal $AP = AB$ y el punto Q en la prolongación de AB (B entre A y Q) tal que $AQ = AC$. Si $PB = QB$, hallar los ángulos del triángulo ABC.

Los resultados obtenidos se detallan en la siguiente tabla:

<i>Sobre 21 alumnos</i>	<i>Bien</i>	<i>Mal</i>	<i>Muestra intento de resolución</i>	<i>No muestra intento de resolución</i>
Problema 1	11	4	6	0
Problema 2	4	0	15	2
Problema 3	3	0	15	3

La resolución de estos problemas involucran los siguientes conceptos:

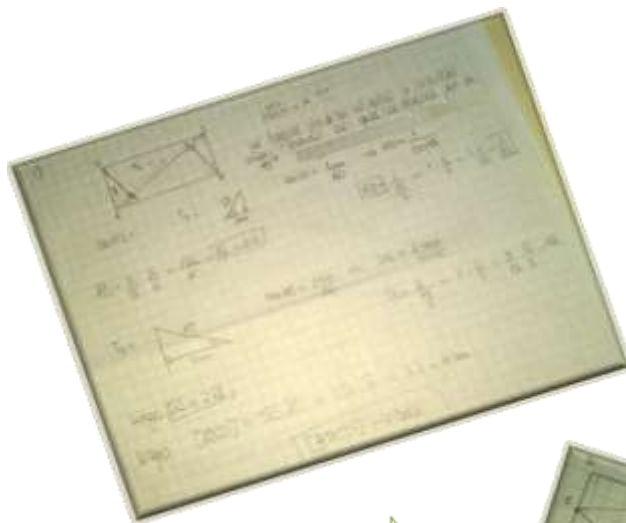
- Áreas de triángulos y de rectángulos.
- Triángulos rectángulos semejantes.
- Triángulos rectángulos isósceles.
- Triángulos isósceles.
- Teorema de Pitágoras.
- Trapecios isósceles.
- Ángulos determinados por dos paralelas cortadas por una transversal.

El pensamiento del profesor, sus prácticas y elementos para su formación

Del análisis de estos registros podemos resaltar que los estudiantes tuvieron dificultades del tipo:

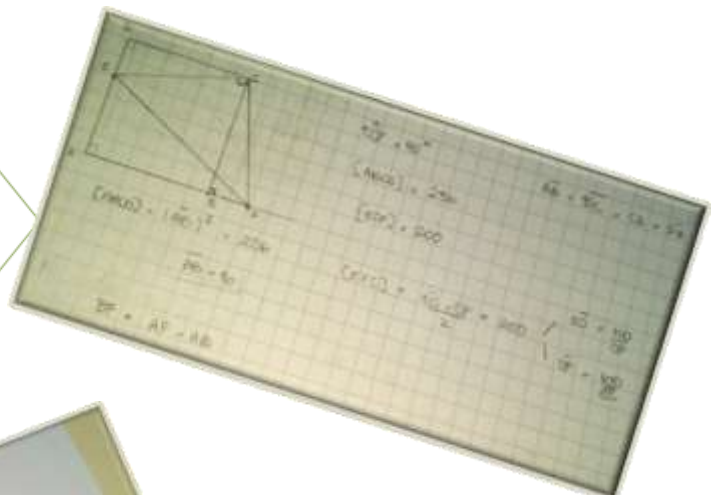
- Aplicar incorrectamente las propiedades de cuadriláteros.
- No detectar la semejanza entre pares de triángulos.
- Obviar condiciones y propiedades indispensables para la resolución.
- Visualizar erróneamente o no visualizar detalles importantes.

A modo de ejemplo mostramos a continuación algunas imágenes del trabajo de los alumnos:



Asume erróneamente que la diagonal del rectángulo divide a los ángulos A y C en dos ángulos de 45°

No llega a demostrar la igualdad de los segmentos EC y CF, lo cual le impide continuar con la resolución



Confunde los ángulos B y C de la figura original con los de la construcción auxiliar.



Dada la formación matemática que estos estudiantes poseen a esta altura de su carrera, posiblemente es aventurado adjudicar todos los errores detectados a la ausencia de conocimientos. Es posible que algunas de estas situaciones se deban no a la ausencia de conocimientos, sino a la existencia de conocimientos no adecuados en otros contextos (Rico, 1997).

Diseño de la propuesta de trabajo

“Cada profesor deberá organizar el curso a su manera, con los ejemplos que estime convenientes, teniendo en cuenta los intereses y preferencias de los alumnos”.
Santaló (1993, p. 17)

Se optó por la modalidad de taller a fin de generar un espacio de aprendizaje y reflexión a partir de la propia experiencia entendiendo que debe ser prioridad en la Educación Matemática, proveer a los estudiantes de una concepción de la disciplina y de una aproximación al hacer matemático, destacando su alcance, su poder, usos e historia, todo esto en el nivel adecuado a sus posibilidades, como así también prepararlos para convertirse en aprendices independientes, e intérpretes con sentido crítico. Asimismo, esta modalidad contribuye a la valoración positiva del uso correcto del vocabulario estudiado a los efectos de conseguir claridad y concisión.

Se trabajó con 21 alumnos de tercer año del profesorado que tenían aprobadas Geometría (afín) y Teoría de la Educación, y se priorizó la resolución de problemas como punto de partida en la construcción del conocimiento.

A la vista del resultado obtenido en el diagnóstico inicial y con la intención de presentar una enseñanza de la Geometría integrada en la historia y la cultura se propuso a estos estudiantes, además del desarrollo de los problemas geométricos que se trabajaban en el taller y que sirvieron para reforzar propiedades geométricas tal vez olvidadas o poco trabajadas, que busquen información para exponer en clase en forma grupal (en grupos de 3) sobre algunos temas y problemas clásicos de la geometría:

- Euclides. Tratado de Geometría: “Los Elementos”.
- El Problema del 5to. Postulado de Euclides.
- Los tres problemas clásicos de la matemática griega.
- Arquímedes. Su método científico. Sus libros de índole estrictamente geométrica. El Arenario.
- Apolonio de Perga. Sus libros sobre Geometría.
- Tales de Mileto. Pitágoras de Samos.
- Algunos teoremas de Pappus.

Por sus orígenes, permanencia y evolución en el tiempo, la geometría se constituye en un área propicia para trabajar aspectos históricos, que enriquecen la formación epistémica y aportan estrategias didácticas al futuro profesor.

Al respecto los estudiantes hicieron presentaciones destacando la forma en que se trataban los temas a través de los siglos, logrando el interés de todos los participantes.

Posteriormente, durante el último mes, el docente asignó semanalmente a los grupos de estudiantes, algunos temas de mayor dificultad, los que debieron exponer ante la totalidad de los estudiantes. Todos los temas eran abordables mediante las herramientas teóricas vistas durante el curso:

- Construcciones de Mascheroni.
- Los rectángulos dinámicos.
- Los Rectángulos áureos.
- Inversión y sus propiedades fundamentales.
- Volumen.
- Construcciones geométricas aplicando un solo compás.
- Rectángulos dinámicos.
- Rectángulos para envolver.

Las presentaciones resultaron muy amenas. Los grupos hicieron demostraciones en todos los casos en que fue necesario, se apoyaron en la utilización de material concreto (en especial en contenidos vinculados con la Geometría Espacial) y confeccionaron guías de actividades para que resolvieran sus pares.

Opiniones de los estudiantes

Al finalizar la cursada el docente pidió a los alumnos que escribieran su opinión acerca de su experiencia en el transcurso de los encuentros, expresando tanto los aspectos positivos como los negativos y aquellos que les resultara interesante destacar, a modo de ejemplo transcribimos algunos testimonios:

Alumno 1:

Positivo: “Los trabajos en grupo con exposiciones porque podemos aprender cosas que no conocemos y un poco de la historia de la Matemática. Durante las clases los ejercicios que hacemos porque vamos aplicando lo que utilizamos en ejercicios anteriores y porque hay temas que no vimos durante la secundaria y los podemos aprender y conocer en esta materia”

Negativo: “Lo negativo sería el escaso tiempo, porque se van dando muy rápido los temas.”

Interesante: “La presentación que cada grupo pudo realizar sobre su tema porque cada uno era distinto y aportó algo nuevo que no conocíamos sobre cómo eran en la antigüedad las demostraciones y como pensaban los que las realizaban.”

Alumno 2:

El pensamiento del profesor, sus prácticas y elementos para su formación

Positivo: “Lo positivo de exponer grupalmente es que cada uno de los integrantes va aprendiendo a dar una clase, tal vez ir fijándonos que cosas debemos corregir para que las próximas explicaciones sean mucho mejores y además manejar los nervios que uno tiene al hablar delante de todos y poder disfrutarlo.”

Negativo: “No expreso nada”.

Interesante: “Ver a cada uno de mis compañeros explicando demostraciones, viendo como cada uno de ellos da lo mejor de sí. Además poder aprender de lo que transmiten, su manera de manejar una clase que me puede servir también para poder mejorar en mis futuras prácticas. Trabajar en grupo también es algo muy interesante además de estudiar juntos, nos vamos conociendo más.”

Alumno 3:

Positivo: “Participación por grupos en cada clase. Actividades para cada clase y no una práctica general. La clase es abierta al diálogo y discusión. La dinámica de la clase la hace entretenida. La predisposición del docente para que podamos cursar esta materia y el compromiso con los alumnos en llegar a horario, escuchar las dudas, proponer actividades y explicar todos los ejemplos en clase.”

Negativo: “Que la materia sea optativa, debería ser obligatoria.”

Interesante: “ Los temas trabajados no han sido vistos en ninguna materia anterior y creo que son de gran importancia en la formación del docente de Matemática. La demostración y justificación de propiedades y actividades que tenemos incorporadas a nuestro conocimiento pero nunca supimos su justificación formal. Las exposiciones orales hacen que el aprendizaje sea más “jugoso”.

Conclusiones

El dictado de “Geometría: su enseñanza” dejó varios aspectos positivos al propiciar una participación activa de los estudiantes en la construcción de su conocimiento y al proponer experiencias significativas que fortalecen la enseñanza y el aprendizaje de la geometría euclídea.

La mayoría de estos estudiantes que habían reconocido “alguna debilidad” en su formación geométrica, una vez finalizada la cursada valoraron positivamente esta metodología de trabajo, y mencionaron haber obtenido un aprestamiento que contribuye a su futuro desempeño en prácticas docentes.

Los docentes formadores de futuros docentes de Matemática, a cargo del dictado de la asignatura, reconocemos la necesidad de realizar una revisión crítica del plan de estudios vigente de la carrera y proponemos reflexionar sobre la incorporación de ésta u otras

materias con carácter obligatorio en el plan a efectos de completar la formación en geometría de todos nuestros estudiantes para que puedan enfrentar los desafíos actuales de su futura actividad en la escuela secundaria.

Asimismo proponemos implementar un curso de capacitación sobre Geometría Euclídea para docentes en ejercicio, convencidos de que un trabajo conjunto entre ellos, los docentes en formación y los formadores de futuros docentes permitirá reflexionar sobre estos temas y repercutirá positivamente en otros niveles educativos donde la geometría sigue siendo relegada.

Referencias bibliográficas

- Alsina, C. (1995). *Viaje al país de los rectángulos*. Buenos Aires: Red Olímpica.
- Alsina, C.; Fortuny Aymemí, J. y Pérez Gómez, R. (1997). *¿Por qué Geometría? Propuestas Didácticas para la ESO*. Madrid: Editorial Síntesis S. A.
- Fauring, P. y Gutierrez, F. (1999). *Problemas 8*. Buenos Aires: Red Olímpica.
- Fauring, P. y Gutierrez, F. (2001). *Problemas 11*. Buenos Aires: Red Olímpica.
- Kostovski, A. (1984). *Construcciones geométricas mediante un compás*. Moscú: Editorial Mir.
- NCTM. (2000). *Principles and Standards for School Mathematics*, Reston VA: National Council of Teachers of Mathematics.
- Puig Adam, P. (1969). *Curso de Geometría Métrica (Tomo I: Fundamentos)*. Madrid: Biblioteca Matemática.
- Rico, L. (1997). Los Organizadores del Currículo de Matemáticas. En L. Rico Romero (Coord.) *La educación matemática en la enseñanza secundaria*. (pp. 39-59). Barcelona: Horsori.
- Santaló, L. (1993). *La Geometría en la formación de profesores*. Buenos Aires: Red Olímpica.

Cibergrafía

- Barros, P. en Gardner, M. (2001). *Antofagasta: Libros Maravillosos*. Recuperado de www.librosmaravillosos.co/circomatematico/capitulo17.html
- Dirección General de Cultura y Educación de la Provincia de Buenos Aires. *Diseños curriculares*. Recuperado de <http://servicios2.abc.gov.ar/lainstitucion/organismos/consejogeneral/disenioscurriculares/default.cfm>
- Ferragina, R.; Lupinacci, L. (2013). *Campo de problemas geométrico-algebraicos en la formación del profesor. Un posible estudio en entornos dinámicos*. Universidad Nacional de General San Martín (Argentina). Recuperado de <http://funes.uniandes.edu.co/3759/1/FerraginaCampoGeometria2013.pdf>
- López Escudero, O.; García, S. (2008). *La enseñanza de la Geometría*. Instituto Nacional para la evaluación de la educación. Recuperado de <http://www.inee.edu.mx/mape/themes/TemaInee/Documentos/mapes/geometriacompletoa.pdf>