

***FIGURACIÓN ANTE UNA SITUACIÓN DE MODELACIÓN DE MOVIMIENTO: UN ESTUDIO DE CASO CON ESTUDIANTES DE PEDAGOGÍA EN MATEMÁTICA***

***Iván Pérez-Vera, Luis Zuñiga***

Escuela de Pedagogía en Matemática y Estadística Universidad de las Américas. Chile  
ivanestebanperez@gmail.com, lzuniga@udla.cl

**Resumen**

Esta investigación en el marco de la Educación Matemática y desde la perspectiva teórica del enfoque socio epistemológico, da cuenta de las características de los usos estudiantiles de figuraciones previas a la gráfica cartesiana ante un fenómeno de variación de tiempo y distancia. En particular se aborda el estudio de los procesos del uso de gráficas, colocando en escena una situación problema de modelación del movimiento que permite estudiar un fenómeno de cambio a través de los registros gráficos.

**Introducción**

En el escenario educativo actual en Chile, resulta de interés abordar la producción en el trabajo matemático, con el uso de las gráficas y su desarrollo en la enseñanza secundaria como una práctica institucional que aporte a la comprensión y funcionalidad de la matemática. En particular, como objeto matemático la gráfica cartesiana escolar es la principal herramienta matemática para la figuración del cambio. Sin embargo el marco de referencia que el sistema escolar ha privilegiado para las gráficas en general, no permite que estas puedan ser consideradas como un medio de argumentación en sí mismas y solo son la representación de la función; las tareas que los estudiantes hacen, se restringen a hallar la función sin desarrollar un lenguaje gráfico.

La manera de dar cuenta del uso e interpretación de las gráficas que hacen los estudiantes, supone naturalmente, la adopción de una postura epistemológica que permite la interpretación que se hace del trabajo del alumno. En la actualidad, la socio epistemología contempla el binomio modelación-graficación (Suarez & Cordero, 2008) y representa un eje para desarrollar acciones en el sistema didáctico a través del diseño de situaciones de modelación del movimiento, ofreciendo una posibilidad de acceder a una situación de aprendizaje, que permite estudiar un fenómeno de cambio a través de las gráficas.

En base a lo propuesto en el estándar número tres del eje sistemas numéricos y álgebra del documento “matemáticas para la formación inicial de profesores de enseñanza media” (Felmer, Varas, & Martínez, 2010), el futuro profesor o profesora está capacitado para conducir el aprendizaje de los estudiantes en la comprensión del concepto de función, propiedades de ellas y de los principales ejemplos de funciones a nivel de enseñanza media: lineales, afines, cuadráticas, exponenciales, logarítmicas, valor absoluto, polinomiales, entre otras, utilizando diferentes representaciones. Promueve en sus estudiantes el

desarrollo habilidades de cálculo, de resolución de problemas, de representación y argumentación.

En este marco, el objetivo de la investigación es caracterizar los usos estudiantiles de figuraciones previas a la gráfica cartesiana ante un fenómeno de variación de tiempo y distancia, y la pregunta que guía el estudio es la siguiente: ¿cuál es el rol que cumplen las figuraciones realizadas por estudiantes, previas a la gráfica cartesiana ante un fenómeno de variación de tiempo y distancia?. Responder esta interrogante permitió manejar nociones teóricas provenientes de la teoría de la imagen y de los análisis semánticos e ilustrar la incorporación de una práctica matemática donde la herramienta principal es el uso de la gráfica.

### **Antecedentes teóricos**

El estudio del uso de las gráficas se está consolidando como una línea de investigación en la que se estudian las prácticas de referencia asociadas a la graficación en el discurso matemático escolar (Suárez & Cordero, 2010). Según Buendía (Buendía, 2006) las tareas que el profesor de matemáticas tiene que desarrollar, en el marco de referencia que el sistema educativo brinda a las gráficas cartesianas, están referidas a lograr la correcta articulación de los elementos semióticos que la componen, favorecer el tránsito desde un registro gráfico hacia el analítico, lograr la adecuada interpretación. Ante ello, lo que se adquiere –incluyendo al profesor– es un uso instrumental de los símbolos matemáticos inmersos sin entender los conceptos representados. Le cabe al profesor entonces, proponer tareas que promuevan lo que Duval (2006) ha señalado como conversiones directas entre registros de representación.

Los trabajos orientados hacia la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas en un ambiente tecnológico de Torres (2004), Flores (2005) en Suarez y Cordero (2010) y de Cen (2006), han aportado información sobre el tipo de gráficas que se encuentra actualmente en la educación básica y secundaria, proporcionando evidencias de que el uso de ellas tiene un desarrollo que sustenta una construcción de conocimiento matemático. En estos estudios de uso de las gráficas (Cordero & Flores, 2007) existe una intención de caracterizar a la graficación como un conocimiento con estructura propia y de desarrollo susceptible.

Específicamente, Cen (2006) en el marco de un estudio socioepistemológico, señala que la construcción de gráficas permite al estudiante colocar en juego actitudes de argumentación, es decir, se puede construir y explicar un conocimiento matemático mediante la graficación, del mismo modo que la actividad de graficación se puede incorporar en las prácticas institucionales en el modelo de conocimiento, dando cuenta del conocimiento matemático y las causas reales de tal conocimiento. Por su parte Torres (2004) señala que los significados y sistemas simbólicos se encuentran directamente en las gráficas. Estos significados pueden detectarse a través del análisis cualitativo de las gráficas de la posición y de la velocidad. Los significados se verán reflejados en las relaciones que los estudiantes logren establecer, es decir, a través de las gráficas de la posición y de la velocidad se pueden identificar

intervalos que indiquen cuándo el movimiento es más lento, más rápido o el cuerpo se detiene, y cuándo la velocidad es positiva o negativa.

Para la presente investigación, se ha decidido tomar como marco teórico la aproximación socio epistemológica (Cantoral & Farfán, 1998) que sostiene que la construcción de conocimientos debe estar en correspondencia con la modelación y el uso de la matemática, es decir, con el lenguaje de herramientas que resulta de la actividad humana. En lo que atañe a las gráficas, la dimensión epistemológica es la que tiene que ver directamente con el contenido matemático de enseñanza, el cual debe estudiarse desde las perspectivas de su origen y su funcionamiento, es decir, cuáles son las formas que se utilizan en la enseñanza escolar para poder graficar, y cuáles son las concepciones que tienen los estudiantes al estudiar los aspectos globales y locales de las gráficas.

Por su parte, para el análisis de las producciones de los estudiantes, se escogió una situación de aprendizaje que tiene que ver con la modelación gráfica del movimiento, el que se realizó considerando dos niveles. Un primer nivel de análisis basado en el modelo propuesto por Torres (2004), que busca identificar las visiones locales y globales de la gráfica, cuyo uso significativo y articulado a lo largo de un sistema didáctico involucra reconocer el comportamiento inicial de la gráfica (conocer un todo en un cierto margen), complementando con una visualización global de la información geométrica. Un segundo análisis que describe cada figuración a partir del grado de iconicidad; Los componentes de la figura y su sintaxis, así como distinciones de percepción que provee la Gestal -leyes de percepción- articuladas desde la teoría de la imagen, y las textualidades asociadas a su construcción.

### **Metodología**

#### **Estudio de casos (Cualitativo)**

Sandín (2003) justifica el estudio de casos principalmente porque el tipo de análisis apunta al conocimiento de formas de pensamiento, cuestión que tiene un carácter individual y comprensivo del que se espera generar teoría. Esta metodología, presupone que el conocimiento es esencialmente un producto social que se extiende o cambia continuamente de la misma manera que cambia la realidad concreta y no está separado de la práctica.

#### **Muestra**

La implementación exploratoria, en el marco de un estudio de caso, aborda un caso de análisis, compuesto por cuatro estudiantes de la Carrera Pedagogía en Matemática y Estadística de la Universidad de las Américas de la sede Providencia, que cursan la asignatura

#### **Instrumentos**

#### **Secuencia**

## **El pensamiento del profesor, sus prácticas y elementos para su formación**

Se utilizará una actividad propuesta en una secuencia tomada de los Paquetes Didácticos (Suárez et al., 2005) diseñados por la Academia Institucional de Matemáticas Instituto Politécnico Nacional de México. Esta actividad pide a los estudiantes transitar por un ciclo de exploraciones gráficas.

*“Valentina llegó temprano a su clase de música. A punto estaba de sentarse cuando advirtió que había olvidado su cuaderno en su refugio predilecto: la siempre cómoda y acogedora biblioteca. No podía perderse el comienzo de la clase, así que fue a la biblioteca, cogió su cuaderno y regresó a su asiento, a tiempo para comenzar su, probablemente disfrutable, clase de música. Pero en el camino se encontró a su bienamado Juan y se detuvo a intercambiar algunas muestras de su muy auténtico cariño, lo que le llevó 4 minutos, pero de los largos, lo que la obligó a recuperar estos instantes”. La biblioteca está en un punto diametralmente opuesto del salón de música en el patio circular, que tiene 500 metros”*

### **Observación**

Definida por Bravo (1984) como la inspección y estudio realizado por el investigador, mediante el empleo de sus propios sentidos, con o sin ayuda de aparatos técnicos, de las cosas o hechos de interés social, tal como son o tienen lugar espontáneamente. Van Dalen y Meyer (1981) consideran que la observación juega un papel muy importante en toda investigación porque le proporciona uno de sus elementos fundamentales; los hechos. Este análisis se realizará sobre la entrevista y observaciones. Se procederá a transcribir las entrevistas y observaciones obteniendo una gran cantidad de información.

### **Resultados y análisis**

#### **Primer nivel de análisis: Modelo grafico de la situación de movimiento**

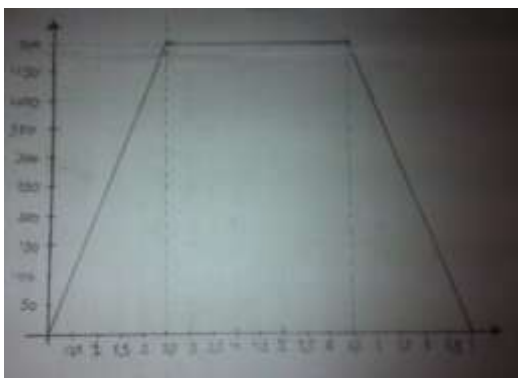


Figura 1. Modelo Grafico Estudiante

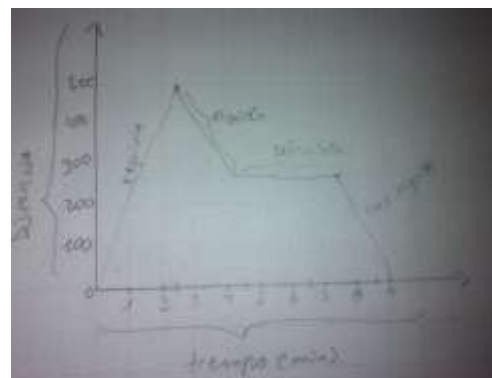


Figura 2. Modelo Grafico Estudiante

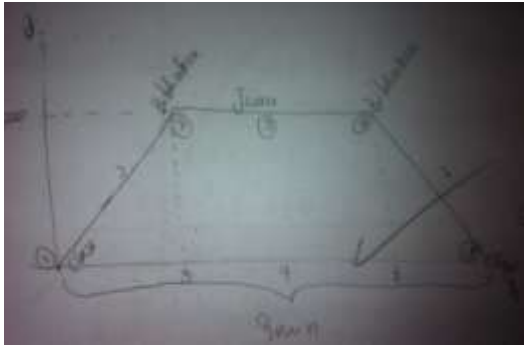


Figura 3. Modelo Grafico Estudiante

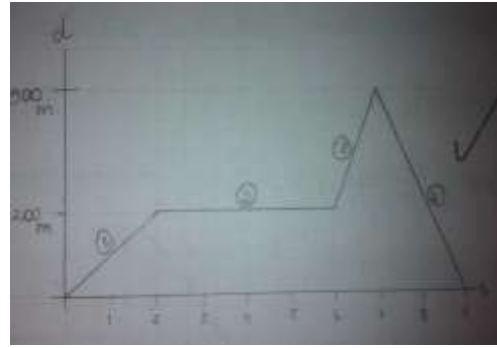


Figura 4. Modelo Grafico Estudiante

Respecto de la visión global del fenómeno, todos los estudiantes representan cambios de posición, sin embargo en esta etapa no presentan trazos curvos que den cuenta de los cambios de velocidad. De forma local, en la construcción de su gráfica cartesiana los estudiantes plantean el trabajo en base a dos ejes (tiempo/distancia), se presentan casos en los cuales los ejes están graduados y otros en los que señalan solo los puntos donde la gráfica cambia. Los estudiantes complementan con información textual, observando en las gráficas los cambios de dirección, marcando todos cinco puntos de cambio de la curva. Identificando en ella la nulidad de movimiento durante cuatro minutos, distribuida de diferentes formas según el entendimiento del problema de cada estudiante a lo largo de los nueve minutos en los que transcurre la acción.

**Segundo nivel de análisis: Características de las prácticas socioescolares de figuración**



Figura 5. Figuración Previa Estudiante (A)

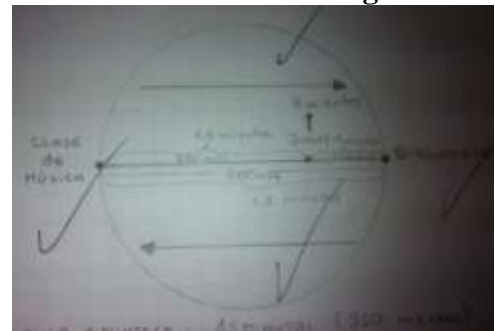


Figura 6. Modelo Grafico Estudiante (B)



Figura 7. Modelo Grafico Estudiante (C)



Figura 8. Modelo Grafico Estudiante (D)

Recurren a descripciones del espacio y la traza del movimiento, dejando implícito aspectos de ello. Representan el movimiento que envuelve a la acción. La porción de realidad que figuran los estudiantes responde al escenario donde se realiza el movimiento, realizando una representación gráfica de la descripción. El repertorio de elementos lo constituyen el patio circular, el diámetro con su medida, y textualidades para señalar la ubicación del salón y la biblioteca, además de aportar información al contexto.

Representan el patio circular y de la ubicación de la sala de música y de la biblioteca da encuadre y espacialidad a la zona en que se figuran los movimientos que realiza Valentina. Se constituyen en fondo y marco de la figura, que permiten al estudiante focalizar en un contexto la mirada en las trayectorias de Valentina. Marcan en los puntos en que cambia el movimiento con los valores numéricos presentes en el enunciado y así indican las distancias a recorrer por Valentina. El movimiento, queda implícito en las líneas, las cuales invitan a ojo a recorrer una trayectoria en la imagen. Recurren a la línea para expresar los movimientos de Valentina.

En particular, en la situación de movimiento que se reporta, cada figuración previa a la gráfica cartesiana cumple con funciones específicas desde su forma particular, manifestando además las necesidades del estudiante en la comprensión del fenómeno que se pretende modelar, de manera tal que se presenta una figuración cuya función es identificar o establecer un contexto para el fenómeno de movimiento, ejecutándose por medio de la descripción visual del contexto.

### **Conclusiones**

A modo de conclusión proponemos establecer las prácticas de figuraciones previas a la gráfica cartesiana como elementos que dan significado al fenómeno y permiten establecer las características de este que necesitan los estudiantes para la construcción del modelo gráfico, identificando una necesidad particular de cada individuo bajo una instucionalidad escolar.

Como unidad de análisis del fenómeno realizado por el estudiante, las figuraciones previas a la gráfica cartesiana pueden presentarse con mayor o menor frecuencia según la necesidad de cada individuo, además de apuntar a una cualidad específica del fenómeno que necesita ser comprendida, por lo que si bien cada figuración ha de tener sus propias características se hace necesario englobarlas a todas en un mismo análisis como una escala previa realizada por los estudiantes en la construcción de un modelo gráfico, de modo que los funcionamientos y formas individuales de cada figuración permitan establecer y puntualizar tanto el camino como las necesidades presentadas por los estudiantes en la construcción del modelo gráfico final.

### **Referencias bibliográficas**

Bisquerra, R. (2004). *Metodología de la investigación educativa* (Vol. 1). Editorial La Muralla. Disponible en



[http://books.google.cl/books?hl=es&lr=&id=VSb4\\_cVukkcC&oi=fnd&pg=PA3&dq=Bisquerra,+2004&ots=PtwxWkksJQ&sig=UyYPOLMDfcUUGMqXLwAAZLSlkSE](http://books.google.cl/books?hl=es&lr=&id=VSb4_cVukkcC&oi=fnd&pg=PA3&dq=Bisquerra,+2004&ots=PtwxWkksJQ&sig=UyYPOLMDfcUUGMqXLwAAZLSlkSE)

Bravo, R. S. (1984). *Ciencias sociales: epistemología, lógica y metodología: teoría y ejercicios*. Thomson-Paraninfo. Disponible en <http://dialnet.unirioja.es/servlet/libro?codigo=139826>

Buendía, G. (2006). Una socioepistemología del aspecto periódico de las funciones. *Revista Latinoamericana de Investigación En Matemática Educativa*, 9(2), 227–251.

Cantoral, R., & Farfán, R. (1998). Pensamiento y lenguaje variacional en la introducción al análisis. *Epsilon*, 42(3), 854–856.

Cen, C. (2006). *Los funcionamientos y formas de las gráficas en los libros de texto: una práctica institucional en el bachillerato*. Tesis de Maestría no publicada del Departamento de Matemática Educativa, Cinvestav-IPN.

Cordero, F., & Flores, R. (2007). El uso de las gráficas en el discurso matemático escolar: Un estudio socioepistemológico en el nivel básico a través de los libros de texto. *Revista Latinoamericana de Investigación En Matemática Educativa*, 10(1), 07–38.

Duval, R. (2006). Un tema crucial en la educación matemática: La habilidad para cambiar el registro de representación. *La Gaceta de La Real Sociedad Matemática Española*, 9(1), 143–168.

Felmer, Varas, & Martínez. (2010). Estandares de matemáticas para la formación inicial de profesores de enseñanza media (Informe Final). Universidad de Chile.

Flores, J. I. L., & Cantoral, R. (2005). La socioepistemología. Un estudio sobre su racionalidad. Disponible en <http://cimate.uagro.mx/ivanlopez/seminario/archivos/tesisivan.pdf>

Sandín, M. P. (2003). *Investigación cualitativa en educación: fundamentos y tradiciones*. McGraw-Hill Interamericana de España. Disponible en <http://dialnet.unirioja.es/servlet/libro?codigo=151994>

Suarez, L., & Cordero, F. (2008). Modelación-Graficación. Una categoría en Cálculo para resignificar la variación en una situación de modelación del movimiento. *ICME 11*. Retrieved from <http://www.clame.org.mx/relime/201018d.pdf>

Suárez, L., & Cordero, F. (2010). Modelación-graficación, una categoría para la matemática escolar. Resultados de un estudio socioepistemológico. *Relime*. Retrieved from <http://www.clame.org.mx/relime/201018d.pdf>

Suárez, L., Cordero, F., Daowz, P., Ortega, P., Ramírez, A., & Torres, J. (2005). De los Paquetes Didácticos hacia un Repositorio de Objetos de Aprendizaje: Un reto educativo en matemáticas. Uso de las gráficas, un ejemplo. *RIED. Revista Iberoamericana de Educación a Distancia*, 8(1-2), 307–333.

Torres, A. (2004). *La modelación y las gráficas en situaciones de movimiento con tecnología*. (Tesis no publicada del Programa de Maestría). CICATA-IPN., Mexico. Retrieved from <http://cicataleg-publications.ipn.mx:8080/handle/123456789/1185>