

**¿QUÉ ENSEÑAR DE LAS FRACCIONES? UNA RESPUESTA DESDE LAS NOCIONES BÁSICAS**

**Elisabeth Ramos-Rodríguez<sup>1</sup>, Palmenia Rodríguez-Rojas<sup>2</sup>, Macarena Valenzuela-Molina<sup>3</sup>, Pamela Reyes-Santander<sup>4</sup>**

<sup>1,4</sup>Pontificia Universidad Católica de Valparaíso, <sup>3</sup>Universidad Alberto Hurtado, <sup>2</sup>Universidad de la Serena. Chile  
elisabeth.ramos@pucv.cl<sup>1</sup>, prodriguez@userena.cl<sup>2</sup>, mvalenzuelamolina@gmail.com<sup>3</sup>,  
pamela.reyes@pucv.cl<sup>4</sup>

**Resumen**

Este taller parte de un interés en la preparación de los profesores de educación básica proponiéndonos profundizar en las nociones básicas del concepto fracción. La sola reflexión sobre las nociones básicas de fracción puede provocar en los participantes una toma de conciencia de la importancia de las fracciones en el ámbito escolar y la relevancia que tiene conocerlos en su amplitud para poder enseñarla. Por lo que se espera lograr un cuerpo de docentes estimulado por indagar en forma personal sobre las nociones básicas de los conceptos matemáticos escolares más trascendentes de forma de ir profesionalizando su carrera docente.

Agradecimientos: este trabajo ha sido financiado por el proyecto VRIEA-PUCV 37.0/2016 “Nociones Básicas del concepto número en estudiantes chilenos en Formación Inicial Docente de Educación Básica y Media”

**Contexto y objetivo**

Este taller parte de un interés en la preparación de los profesores de educación básica y media, proponiéndonos profundizar en las nociones básicas sobre un concepto particular y relevante en la enseñanza de la matemática, como lo es el concepto fracción. Estas, las fracciones, son un tema recurrente en los niveles escolares de educación básica, media y universitaria, son centrales en el desarrollo del pensamiento proporcional, y en el estudio de los números racionales, los porcentajes, los decimales y las razones (Cortina, Cardoso y Zúñiga, 2012).

Según Schippe y Merschmeyer-Brüwer (2014), la enseñanza de la matemática y de la aritmética en educación básica, tiene una estructura en base a la elección y el orden del contenido matemático a tratar, comenzando con la comprensión del número y continuando con la operatoria básica. Pretendemos observar las nociones básicas que poseen profesores sobre algunos conceptos basales de la matemática de manera de enriquecer su práctica. De esta forma nos planteamos por objetivo *profundizar en las nociones básicas del concepto fracción, de manera de crear conciencia de su rol como herramientas necesarias para su enseñanza.*

Para ello, emplearemos como sustento teórico en el constructo de nociones básicas que desarrollaremos a continuación.

### **Marco teórico**

En la didáctica de la matemática de habla germana, las nociones básicas denotan interpretaciones sustantivas de los objetos matemáticos (definiciones, operaciones, relaciones, otros) y son inseparables, cuando se trata de traducir del mundo real al mundo matemático y viceversa (Bender, 1998; Blum, vom Hofe, Jordan y Kleine, 2004; vom Hofe, 1998; 2014). Las nociones básicas son un constructo para localizar las habilidades de traducción desde el mundo real al mundo matemático (Prediger, 2009), el tratamiento de este constructo en la enseñanza de la matemática es determinante para producir aprendizaje significativo (vom Hofe, 1998; Wittmann, 1998), para esta idea se sugiere además revisar en detalle el trabajo realizado por Blum y otros (2004), sobre el análisis de las pruebas PISA y el levantamiento posterior de la evaluación de habilidades (competencias) a desarrollar en esta área disciplinar.

Las nociones básicas (vom Hofe, 1998) se sustentan en dos principios: (1) son obligatorias como directrices normativas que provienen de la educación matemática tradicional y (2) el aprendizaje se desarrolla en micro mundos y en experiencias subjetivas combinadas, que provienen del área de la Psicología. Lo primero, tiene relación con la enseñanza de estas como parte de la formación del profesor y lo segundo tiene relación con la forma en que estas deben ser enseñadas.

El concepto de nociones básicas, describe la relación entre el contenido y el fenómeno de formación individual del concepto, se construye en base de ideas o representaciones internas, que permiten una acción operativa de la misma idea o representación mental, a nivel de representaciones matemáticas (vom Hofe, 1998). Vom Hofe, recoge las nociones básicas a través del tiempo y describe tres características principales de estas:

- La constitución de un significado de un concepto matemático mediante la vinculación a experiencias, conocimiento familiar o por recurrir (mentalmente) a representaciones de las acciones realizadas.
- La generación de una representación del concepto, la cual es mental y corresponde matemáticamente al concepto, esto se entiende como una internalización del concepto (siguiendo lo propuesto por Piaget), la cual permite la acción operativa a nivel del pensamiento.
- Capacidad de aplicación de la noción básica de un concepto al mundo real, en el sentido de modelar una situación real por medio de la noción básica, donde es posible reconocer la estructura real correspondiente con la estructura matemática.

Con estas tres características, se puede decir que las nociones básicas describen la relación entre la matemática, el individuo y la realidad (vom Hofe, 1998). Se pueden distinguir dos tipos de nociones básicas (op. cit., 1998), las primarias y las secundarias, las nociones básicas primarias son figurativamente representables también ejecutables (realizables),

entre ellas se encuentran nociones básicas para la suma, la sustracción, la multiplicación y la división. Las nociones básicas secundarias no son ejecutables, tienen un carácter simbólico y se basan en operaciones matemáticas con objetos simbólicos tales como términos y gráfico de una función.

Según Schipper y Merschmeyer (2014), hay dos grandes desafíos en el comienzo de la aritmética a nivel escolar, el primero consiste en generar una transición adecuada entre el mundo de la matemática de la calle a la matemática escolar, para esto proponen en la enseñanza, que la clase comience con determinar soluciones a problemas contextuales y se resuelva con procedimientos propios de los niños, es necesario utilizar material concreto para construir las nociones básicas para la suma y la sustracción, continuar con problemas que están libres de contexto y con procedimientos elaborados, por ejemplo utilizando las estrategias de cálculo que se generan a partir de las reglas de monotonía y de invarianza. Estos procedimientos, deben ser desarrollados como conocimiento general dentro de la clase, para luego ser aplicados en nuevos problemas contextualizados. De esta forma, aseguran los investigadores, es posible que las niñas y niños puedan identificar y percibir problemas con la misma estructura y resolver problemas (ejercicios) correctamente y con la misma frecuencia. El segundo desafío, es lograr desarrollar en clases una flexibilidad en el cálculo, dejando en un segundo plano los procedimientos formales, son los niños los que deben decidir cuáles son las estrategias de cálculo, que ellos utilizarán para un determinado problema o ejercicio, para esto es necesario desarrollar en clases diferentes estrategias y esto se logra considerando las nociones básicas dentro del tratamiento de la aritmética escolar.

### Metodología

Para lograr el objetivo se propone el taller en base a tres momentos claves:

Momento 1, indagación: se indagará sobre cuáles son las nociones básicas que poseen los participantes sobre la noción fracción, a través de la pregunta ¿cuáles son las diferentes formas de la fracción que se presentan en la escuela? (puede dar ejemplos). Trabajo individual.

Momento 2, complementación: trabajo grupal, cada grupo discute las diferencias y similitudes que manifiestan los participantes sobre las nociones básicas de fracción. Se espera que se logre exteriorizar los cinco ámbitos en los que se hace presente la fracción, según Kieren (1980):

- la fracción como *parte-todo* la considera como un todo (continuo o discreto) subdividido en partes iguales y señala como fundamental la relación que existe entre el todo y un número designado de partes.
- La *fracción como medida* la reconoce como la asignación de un número a una región o a una magnitud (de una, dos o tres dimensiones), producto de la partición equitativa de una unidad.
- La *fracción como cociente* la refiere al resultado de la división de uno o varios

## Propuestas para la enseñanza de la matemática

objetos entre un número determinado de personas o partes.

- El papel de la *fracción como operador* es el de transformador multiplicativo de un conjunto hacia otro conjunto equivalente. Esta transformación se puede pensar como la amplificación o la reducción de una figura geométrica en otra figura asociada al uso de fracciones.

- La *fracción como razón* es la comparación numérica entre dos magnitudes.

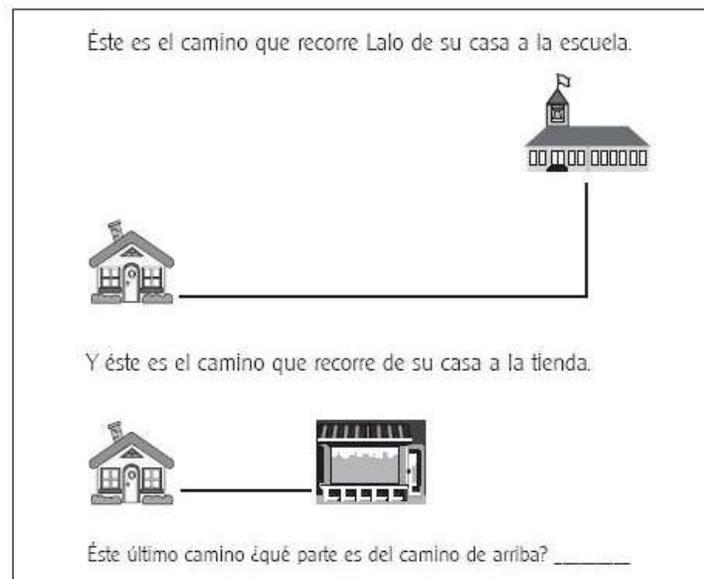
a) La fracción como parte todo y la medida: un todo (discreto o continuo), se divide en partes congruentes, la fracción indica la relación existente entre las partes y el todo, podemos encontrar las siguientes interpretaciones de la fracción como parte todo: contextos continuos y discretos, decimales y la recta numérica.

b) La fracción como cociente: es entendida como la división de un número natural en un número de partes dadas. Se identifican dos tipos, división indicada y la fracción como elemento de una estructura algebraica.

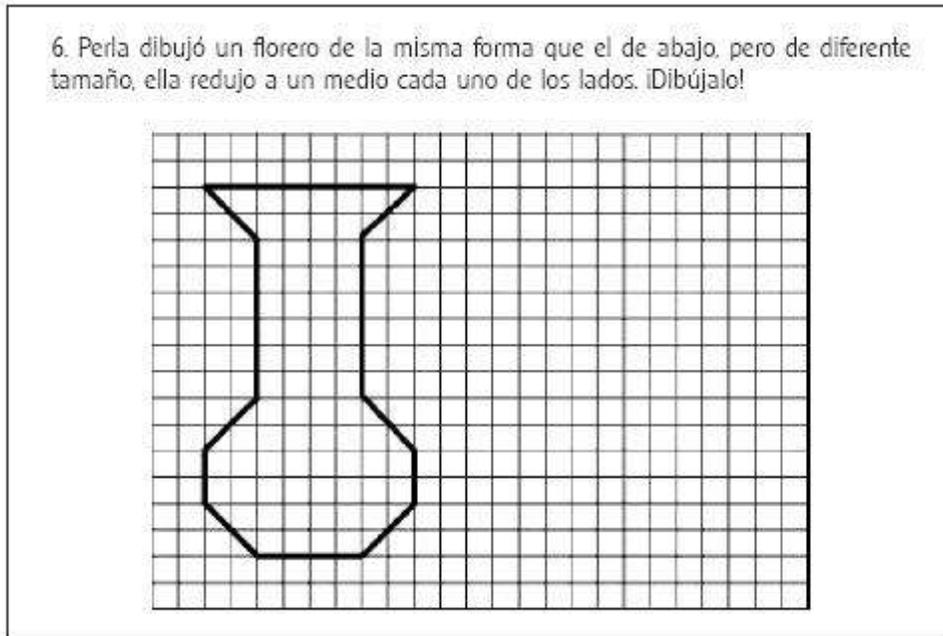
c) La fracción como razón: se entiende como una comparación entre dos magnitudes, relación de un todo con un todo, relación de una parte con una parte. Encontramos en este tipo dos interpretaciones porcentajes y probabilidades.

d) La fracción como operador: La fracción es interpretada como transformador, algo que actúa sobre una situación inicial y lo transforma en una situación final, concibiéndose como una sucesión de multiplicaciones y divisiones.

En caso que no emerja de los participantes se dispone de ejemplos (figura 1, figura 2, figura 3 y figura 4) para complementar los propuestos por ellos.



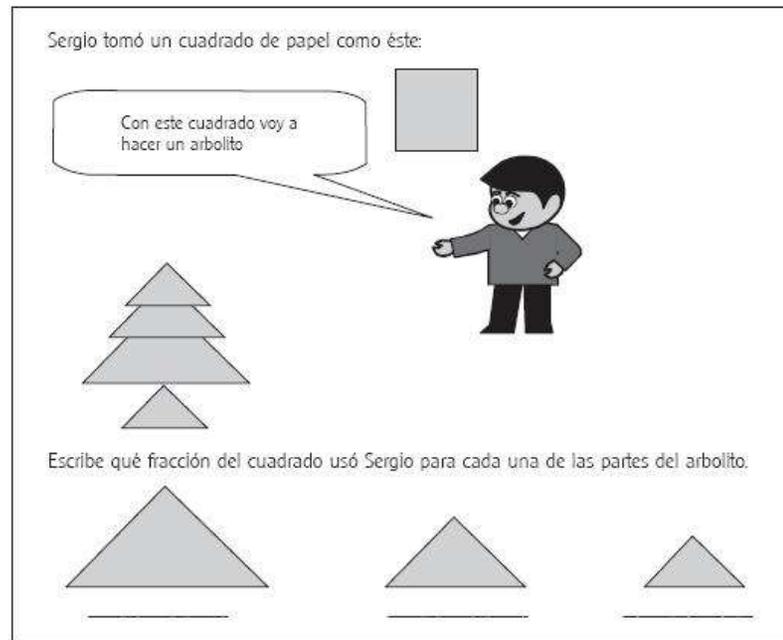
**Figura 2.** Ejemplo de tarea para el significado de fracción como medida (extraído de Perera Dzul y Valdemoros Álvarez, p.38, 2009)



**Figura 3.** Ejemplo de tarea para el significado de fracción como operador multiplicativo (extraído de Perera Dzul y Valdemoros Álvarez, p.41, 2009)



**Figura 4.** Ejemplo de tarea para el significado de fracción como cociente (extraído de Perera Dzul y Valdemoros Álvarez, p.44, 2009)



**Figura 5.** Ejemplo de tarea para el significado de fracción como parte de un todo (extraído de Perera Dzul y Valdemoros Álvarez, p.41, 2009)

Momento 3, toma de conciencia: se incentivará la discusión y reflexión sobre la importancia de manejar las nociones básicas de los conceptos de la matemática escolar, su rol en la enseñanza y el aprendizaje. Se finaliza con una visión sobre las nociones básicas de número.

### **Resultados**

Se espera lograr un cuerpo de docentes estimulado por indagar en forma personal sobre las nociones básicas de los conceptos matemáticos escolares más trascendentes de forma de ir profesionalizando nuestra carrera docente. La sola reflexión sobre las nociones básicas de fracción puede provocar en los participantes una toma de conciencia de la importancia de las fracciones en el ámbito escolar y la relevancia que tiene conocerlos en su amplitud para poder enseñarla. Esto provocará un interés por profundizar en las nociones básicas de otros conceptos matemáticos escolares.

### **Referencias bibliográficas**

Bender, P. (1998): Basic Imagery and Understandings for Mathematical Concepts. In Claudi Alsina et al. (eds.), *8th International Congress on Mathematics Education. Sevilla 14–21 July 1996. Selected Lectures*. Sevilla: S.A.E.M. 'Thales', 57–74.

Blum, W., vom Hofe, R., Jordan, A. & Kleine, M. (2004): Grundvorstellungen als aufgabenanalytisches und diagnostisches Instrument bei PISA. In Neubrand, M. (Hrsg.), *Mathematische Kompetenzen von Schülerinnen und Schülern in Deutschland. Vertiefende Analysen im Rahmen von PISA 2000* (S. 145-157). Wiesbaden: VS-Verlag.

Cortina, J.L., Cardoso, E. y Zúñiga, C. (2012). El significado cuantitativo que tienen las fracciones para estudiantes mexicanos de 6° de primaria. *Revista Electrónica de Investigación Educativa*, 14(1), 70-85.

Kieren, T. (1980), "The rational number constructs. Its elements and mechanisms", en T. Kieren (ed.), *Recent Research on Number Learning*, Columbus, OH, ERIC/SMEAC, pp. 125-149.

Perera Dzul, P. B., & Valdemoros Álvarez, M. E. (2009). Enseñanza experimental de las fracciones en cuarto grado. *Educación Matemática*, 21(1), 29-61.

Prediger, S. (2009). Inhaltliches Denken vor Kalkül – Ein didaktisches Prinzip zur Vorbeugung und Förderung bei Rechenschwierigkeiten. In A. Fritz & S. Schmidt (Hrsg.). *Fördernder Mathematikunterricht in der Sek. I. Rechenschwierigkeiten erkennen und überwinden*. Weinheim: Beltz, 213-234.

Schipper, W. y Merschmeyer-Brüwer, C. (2014). Mathematikunterricht in der Grundschule /Zahlen und operationen. En W. Einsiedler, M. Götz, A. Hartinger, F. Heinkel, J. Kahlert y U. Sandfuchs (Eds.), *Handbuch Grundschulpädagogik und Grundschuldidaktik*, 4ta edición. Regensburg: Klinhardt. 480-492.

Vom Hofe, R. (1998). On the generation of basic ideas and individual images: normative, descriptive and constructive aspects. En A. Sierpiska y J. Kilpatrick, *Mathematics Education as a Research Domain: A search for identity*. Great Britain: Kluwer Academic Publishers.

Vom Hofe, R. (2014). Primäre und sekundäre Grundvorstellungen. *Beiträge zum Mathematikunterricht 2014*.

Wittmann, E. Ch. (1998). Standard Number Representations in Teaching Arithmetic. *Journal für Mathematikdidaktik*, 18, S. 149-178.