

ESTUDIO DE LA CONSTRUCCIÓN DE PASOS DE RAZONAMIENTO EN EL PROCESO DE JUSTIFICACIÓN TEÓRICA EN LA RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS DE GEOMETRÍA

Jesús David Berrío Valbuena – Jorge Enrique Fiallo Leal – Martín Eduardo Acosta Gempeler

jberrio@matematicas.uis.edu.co – jfiallo@uis.edu.co – martin@matematicas.uis.edu.co
Universidad Industrial de Santander – Universidad Distrital Francisco José de Caldas
(Colombia)

Tema: Pensamiento Geométrico

Modalidad: CB

Nivel educativo: Terciario-Universitario

Palabras clave: Geometría, Actividad demostrativa, Asistente de demostración, Exploración de la teoría.

Resumen

Presentamos los avances de un trabajo de investigación que estudia el uso de un software (asistente de demostración), utilizado en la actividad de exploración de teoremas, definiciones y postulados de la geometría euclidiana, en el proceso de construcción de demostraciones por estudiantes de un curso de geometría euclidiana de la carrera de la Licenciatura en Matemáticas. Planteamos la hipótesis de que; “el uso del asistente de demostración, caracterizado por un proceso de razonamiento abductivo, se transformará progresivamente en propiedad del individuo”. Mostramos el análisis a priori y el análisis a posteriori de los resultados de la aplicación de un problema de demostración. Los análisis practicados y el análisis de dos entrevistas clínicas permitieron identificar y caracterizar algunos de los usos dados al asistente durante el planteamiento de la conjetura y la construcción de una justificación teórica, así como también en los momentos en los cuales se abandona el uso de este software.

1. Introducción.

La resolución de problemas en geometría se desarrolla mediante la interacción entre procesos de visualización, ligados al pensamiento espacial, procesos de justificación, ligados al pensamiento deductivo, y aplicaciones instrumentales que se llevan a cabo con el objeto de resolver problemas.

Los problemas que se proponen, en las clases de Geometría Euclidiana en la Universidad Industrial de Santander, se trabajan en dos fases: la primera fase consiste en una construcción geométrica sobre un software de geometría dinámica que favorece la identificación de patrones y propiedades para la emisión de conjeturas; la segunda fase consiste en la justificación teórica de las conjeturas emitidas en la primera fase.

Para favorecer los procesos de razonamiento dentro de la actividad demostrativa en geometría y la adquisición de la teoría relativa a las construcciones obtenidas mediante el uso de software de geometría dinámica, proponemos el uso del asistente de

demostración, atendiendo la necesidad de la exploración de la teoría para encontrar definiciones, postulados o teoremas susceptibles de justificar las afirmaciones que se quieren demostrar.

El asistente de demostración es un programa matemático computacional que comprende una base de datos de ciento setenta (170) registros con los postulados, definiciones y teoremas a estudiar en el curso de Geometría Euclidiana,. Permite realizar búsquedas en esa base de datos con tres criterios: el nombre, el antecedente y el consecuente. Este asistente de demostración es una herramienta de carácter dinámico que le ayuda al individuo en la construcción de pasos de razonamiento para la escritura de una demostración formal deductiva.

Nuestra hipótesis es que, el uso de este esta herramienta, caracterizado por procesos de razonamiento abductivo se convierten en propiedad del individuo coadyuvando a la interiorización de la teoría.

2. MARCO CONCEPTUAL.

En el siguiente diagrama se resume al marco conceptual de nuestra investigación (ver figura 1).

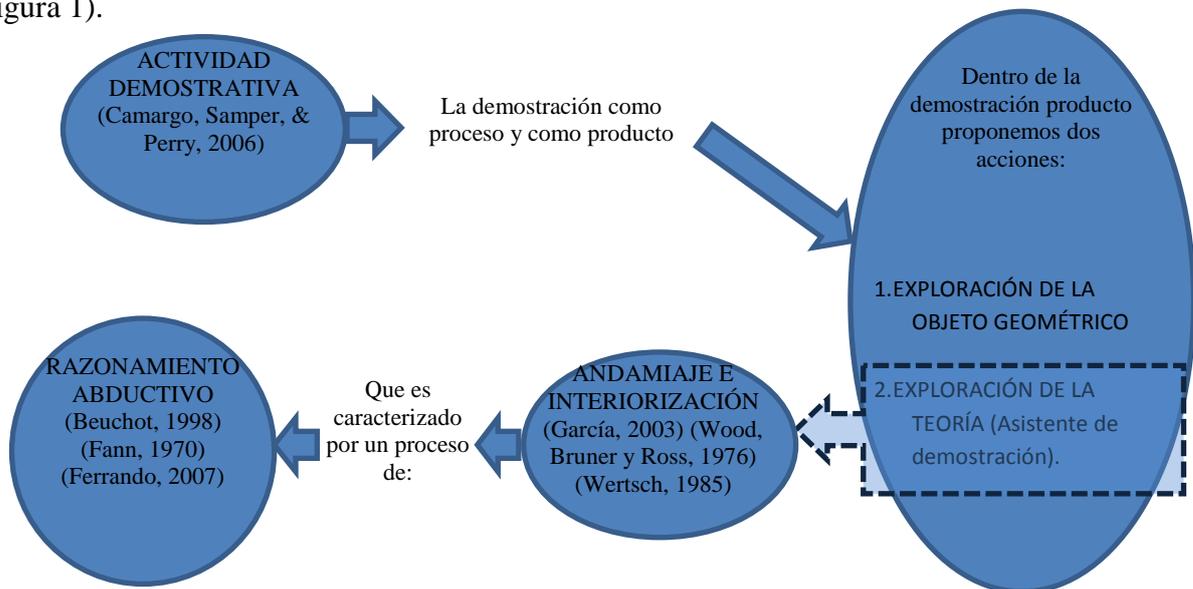


Figura 1. Mapa de resumen del marco conceptual

Camargo, Samper y Perry (2006) proponen un modelo de estudio de la actividad demostrativa en el que se resalta la demostración como proceso y como producto. En dicho modelo, se presentan dos fases. La primera, es un conjunto de acciones que favorecen la emisión conjeturas y, la segunda, son acciones destinadas a la producción de una justificación. Atendiendo así la promoción de la comprensión del contenido

matemático relativo tanto a los enunciados de los teoremas como a sus justificaciones apuntando a la validación de dichos enunciados.

Nuestro interés está en el estudio de la segunda fase de la actividad demostrativa, es decir, las acciones destinadas a la producción de una justificación. Allí proponemos la *exploración*, esta acción tiene una naturaleza dual y se manifiesta como: **La exploración de la figura**, Es una exploración sobre la figura construida en el software de geometría dinámica, en donde le da prioridad a los enunciados asociados a las propiedades que determino perceptivamente. Y **Exploración de la teoría**, que es la búsqueda de reglas teóricas asociados a los enunciados establecidos (Ver figura 2)

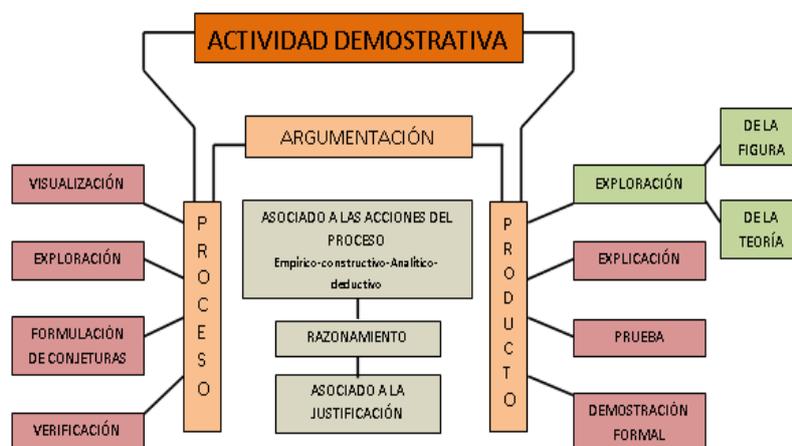


Figura 2. Adaptación del constructo Actividad Demostrativa tomada de (Camargo, Samper, & Perry, 2006)

Manifestamos que es posible desarrollar esta exploración de la teoría, primero como una serie de acciones externas al individuo, mediadas por el asistente de demostración, y que progresivamente esta se va interiorizando. Para ello nos basamos en el concepto de *zona de desarrollo próximo* de Vygotski.

Valoraremos esta hipótesis, mediante la aplicación de entrevistas clínicas bajo un estricto análisis a priori y a posteriori que nos brinde evidencias acerca de la necesidad de una exploración de la teoría en la construcción de pasos de razonamiento en la producción de justificaciones teóricas y de la apropiación progresiva de la misma.

3. Metodología

Se hacen videgrabaciones a dos estudiantes, del curso de geometría euclidiana de la carrera de Licenciatura en Matemáticas de la Universidad Industrial de Santander, que se enfrentan al siguiente problema.

Problema.

Dados tres puntos A , B y C ; halle M , punto medio de BC y construya el punto D , haciendo simetría central de A con respecto a M . ¿Qué clase de cuadrilátero es $ABDC$?

El objetivo de este problema es que el estudiante haga uso de la exploración de la teoría (en el asistente de demostración, en libros o internet) para demostrar que el cuadrilátero $ABDC$ es un paralelogramo.

Practicamos el análisis de un problema donde el estudiante debe hacer una construcción en un software de geometría dinámica, emitir una conjetura con respecto a la cuestión que se plantea en el problema y según el caso demostrar su validez o refutarla. Haciendo uso de la exploración de la teoría como la acción que le permitirá obtener definiciones, postulados o teoremas susceptibles de justificar las afirmaciones que se quieren demostrar.

Análisis a priori.

El análisis a priori permite poner de manifiesto relaciones a priori entre las variables en función de sus características y contrastarlas con el resultado de la experimentación (Orús, 1986).

Este análisis nos permitió identificar los usos que le da el estudiante al asistente de demostración, y como este le brinda las herramientas y los controles necesarios para practicar la exploración de la teoría en bases distintas al asistente de demostración (libros e internet). Además de proporcionar caminos hipotéticos sobre el comportamiento y las acciones que hará el estudiante, este análisis a priori nos permite diseñar una entrevista clínica que nos dejará indagar sobre el individuo en cualquiera que sea el camino que decida escoger durante la resolución del problema.

Entrevista clínica.

La entrevista clínica es una técnica para estudiar la forma de las estructuras de conocimiento y los procesos de razonamiento, este tipo de entrevistas permite recopilar y analizar datos sobre los procesos mentales en el plano de las ideas auténticas de un sujeto y los significados, ayuda a exponer las estructuras y procesos ocultos en el pensamiento del sujeto que no pueden ser detectados con las demás técnicas (Clement, 2000).

Nos permite recolectar información sobre los procesos mentales del estudiante durante el proceso de resolución del problema de demostración, además nos orienta sobre los

por qué de las decisiones que toma el estudiante con respecto al uso de herramientas que le proporcionen ayuda en la construcción de pasos de razonamiento en la producción de la justificación teórica.

Análisis a posteriori.

Se hace un comparativo entre los datos que se establecieron en el análisis a priori en contraposición a los datos que se obtuvieron producto del análisis a posteriori de las entrevistas clínicas.

Resultados.

Este es un trabajo que se encuentra en ejecución. Por tanto, se mostrarán posteriormente resultados parciales con respecto a la aplicación del problema de demostración, el análisis a priori, la entrevista clínica y el análisis a posteriori. En la presentación de la comunicación, mostraremos algunos referentes teóricos, el funcionamiento del asistente de demostración, algunas de las respuestas dadas por los estudiantes al problema planteado y las conclusiones obtenidas.

Referencias bibliográficas

- Camargo, L., Samper, C., & Perry, P. (2006). Una visión de la actividad demostrativa en geometría plana para la educación matemática con el uso de programas de geometría dinámica. *Lecturas Matemáticas, Especial*, 371–383.
- Clement, J. (2000). Analysis of clinical interviews: Foundations and model viability. (R. Lesh, & A. Kelly, Edits.) *Handbook of research methodologies for science and mathematics education*, 341.385.
- Orús, P. (1986). L'Enseignement des Méthodes de Classification . Proposition d'une ingénierie pour le cours moyen. (I. d. Bordeaux., Ed.) *Collection Études en Didactique des Mathématiques*.
- Wertsch, J. (1985). *Vigotsky and the social formation of mind*. USA: Harvard University Press.