LA IDENTIFICACIÓN DE ARGUMENTOS GRÁFICOS EN LA PRÁCTICA DE PREDECIR Y SU ROL EN LA CONSTRUCCIÓN DE CONOCIMIENTO MATEMÁTICO

Marcos Barra B, Astrid Morales S.
Universidad Alberto Hurtado. Pontifica Universidad Católica de Valparaíso. Chile
mbarra@uahurtado.cl, ammorale@ucv.cl

Resumen

En el marco de la Teoría Socioepistemológica, nuestra investigación identifica los *argumentos gráficos* que emergen de la práctica de *predecir*, entiendo esto último como una necesidad de proyectar un resultado para dar respuesta a un fenómeno específico de variación en el movimiento de ciertas formas geométricas. En este contexto, postulamos a que dichos argumentos gráficos no sólo emergen con características propias de un escenario sociocultural específico, sino también cumplen un rol espacifico en la construcción del conocimiento matemático. De este modo, nuestro problema de investigación subyace al referente teórico al considerar los conocimientos construidos socialmente cuando sucede la interacción de los grupos humanos en escenarios específicos, y que estos conocimientos son normados por prácticas sociales propias de cada escenario.

Introducción

Para llevar a cabo nuestra investigación, construímos diseños que dieran cuenta de la práctica mencionada, los que aplicamos a diversos grupos de estudiantes de la carrera de pedagogía en matemática de primer año de la Universidad Alberto Hurtado de Chile.

Para efectura el estudio y posterior análisis de los datos obtenidos, consideramos como base las cuatro componentes de naturaleza sistémica que incorpora la teoría para el análisis transversal del saber matemático, a saber: la epistemológica, la cognitiva, la didáctica y la social.

Como resultado de la investigación, logramos identificar una epistemología de argumentos gráficos que emergieron como consecuencia de la necesidad de explicar la variación de las áreas de las figuras, al momento en que se provoca un movimiento particular de la misma donde transforma su tamaño.

Con lo anterior, se concluye en un proceso jerarquizado de una secuencia de etapas o fases por las cuales transitan los participantes, desde el momento en que se relacionan con el fenómeno propuesto hasta la identificación de una herramienta predictiva, la que se constituye en un argumento gráfico, reconociento en ello un rol específico en la construcción de una epistemología de curvas como un nuevo conocimiento.

Antecedentes de investigación

En el sistema educativo en los primeros años (etapa preescolar), es muy común observar en los libros de textos el uso de gráficas para generar un acercamiento más comprensible al concepto cuya enseñanza se pretende. En este escenario, lo que se entiende por "gráfico(a)" es una representación visual (figura o dibujo) de los objetos que pertenecen al mundo que nos rodea; es lo pictórico, entendiendo esto como una figura que busca de algún modo otorgar el significado y sentido a lo que se está representando. Si bien no existe una definición explícita del concepto "gráfica" en este nivel preescolar, el término es muy utilizado por educadores, investigadores y libros para la enseñanza; sin embargo, no es difícil inferir su significado tal como lo mencionábamos.

De todos modos, el significado de "gráfico(a)" (del latín *graphicus* y este del griego *γραφικός*), *es un dicho de una descripción, de una operación o de una demostración, que se representa por medio de figuras o signos* (RAE, 2001). En adelante, el significado que utilizamos de *gráfica* obedece a esta acepción, entendiendo que todas aquellas figuras que sean utilizadas o que se construyan para representar y describir ideas, expresar explicaciones o argumentos, estarán contenidas en él.

En edades tempranas (antes de dos años), los niños y niñas expresan las percepciones del mundo que les rodea a través de dibujos que no contienen un carácter coherente con la mirada del adulto; sin embargo, algunas investigaciones indican que el uso de gráficos en niños y niñas da cuenta de creaciones que proyectan emociones, sentimientos y deseos que no obedecen literalmente a lo cotidiano, sino que apelan a su imaginación y, por tanto, construyen nuevas figuras que interpretan la manera en cómo les gustaría que fuera la realidad, o cómo imaginan la naturaleza de la vida.

En Rojas, Fontana & Pereira (2006), señalan que "los niños y niñas suelen dibujar también situaciones poco cotidianas para ellas(os), reflejando así como les gustaría que fuera realmente; es decir, la representación gráfica también expresa deseos o ilusiones y se constituye en una expresión más de su vida, su pensamiento y su imaginación."

Sin embargo, en la medida en que avanza un estudiante en el régimen escolar, va experimentando los cambios que sufre la enseñanza y, sobre todo, la del saber matemático, cuyo aprendizaje depende en gran medida de la presentación e integración que el profesor realice sobre el saber. Un pasaje a lo simbólico ocurre generalmente de manera instantánea, es decir, no es paulatino ni con carácter constructivo, tratándose de una transmisión a una estructura influenciada por lo que culturalmente se entiende y se usa como "matemática", o al menos como "matemática más formal", generándose un pasaje a una forma estructuralista de comprender el conocimiento matemático, siendo esto lo que comienza a imperar en el discurso mediático del aula.

En el tratamiento de los primeros conceptos matemáticos en la enseñanza primaria, por ejemplo en la unidad de números y las operaciones básicas (en un inicio sólo la suma), se busca generar una conexión visual entre el concepto de suma con ciertas formas que son concidas por el común de los estudiantes, esto es, agrupando formas gráficas para contarlas con el objetivo de lograr la comprensión de tal operatoria, procurando de este manera un método de parte del docente con el cual argumenta a las niñas y niños tal suceso. Observemos una de esas imágenes (figura 1) tan utilizadas en libros de texto y profesionales docentes sobre la iniciación en la enseñanza de la suma:

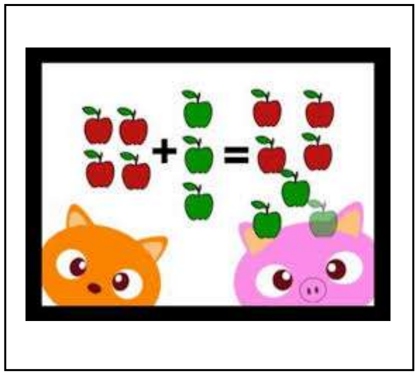


Figura 1: Ejemplo de uso de gráficas como un modelo para introducir el concepto de suma.

Según esto, nuestra reflexión no va en la dirección de decidir si lo realizado por el o la profesional es correcto, sino dar cuenta de una problemática relacionada al uso de mecanismos gráficos como argumentos para explicar y justificar un determinado suceso de enseñanza, esto es, ¿por qué en los primeros años de escolaridad es posible argumentar de manera gráfica para propiciar el descubrimiento de la matemática y de otros saberes con esta perspectiva, empero, al avanzar en el régimen escolar, esta forma de argumentar no es aceptada como un mecanismo de aprendizaje, estimándosela incluso como un argumento no válido?, o ¿es la argumentación gráfica sólo un complemento para lograr realmente una manera “correcta” de argumentar?; ¿Es posible hablar de argumentación gráfica en la enseñanza escolar?

Cuando nos referimos a la *argumentación*, estamos expresando no sólo la idea de explicación y fundamentación de proposiciones desde el punto de vista de la matemática formal, sino que también entendemos que la argumentación está presente en las respuestas a diversos problemas o situaciones que enfrenta el estudiante, donde debe explicar sus razonamientos, a partir, lógicamente, de saberes que todo individuo posee con sentido y significado, y en este contexto, argumentar. No pretendemos decir en esta investigación que existe una nueva forma de argumentar que debe ser aceptada en la matemática, y/o que lo que existe es incorrecto, sino investigar y posicionar, con base en nuestro referente teórico, a la argumentación gráfica en términos de la enseñanza, y con ello, cumpliendo un posible rol en la construcción de conocimiento matemático.

Para la comunidad científica, es fundamental resguardar tanto la coherencia interna de la ciencia como la validez de sus resultados. Así, se establecen ciertos consensos para decidir sobre aquello que es considerado ciencia y lo que no es, y se acuerda la nomenclatura y simbología con la que será escrito y comunicado el libro del saber. Es muy probable que bajo este paradigma, las respuestas a nuestras interrogantes anteriores muestren clara tendencia a la herencia del estructuralismo matemático, sobre lo que significa una argumentación en matemática, reduciendo a lo que aquí llamamos “argumentación gráfica” a una mala interpretación o simplemente un error. El hecho de anticipar esta respuesta, tiene relación con la idea en que *“*las matemáticas no se inventaron para ser enseñadas*”* (Cantoral, 2013, p. 28) y por tanto, no es preocupación de la comunidad matemática atender a cuestiones de carácter didáctico. En este contexto, declaramos que nuestra perspectiva apunta a la búsqueda de antecedentes empíricos que permitan el reconocimiento de las argumentaciones gráficas con un sentido en lo social, en la comunicación e intercambio con el otro, y que han formado parte de diversas culturas cumpliendo algunos roles según las características y necesidades de cada escenario sociocultural, apuntando a su capacidad de explicar y fundamentar algo a alguien, entendiendo de algún modo que así ha sido la manera en cómo se han constituido, a lo largo de la historia, los pensamientos y conocimientos matemáticos, con sentido y significado, lo que los hace funcional.

Problema de investigación y su relación al marco teórico

Con antelación, ya hemos dado luces sobre el problema que abordamos en nuestra investigación, no obstante, consideramos pertinente mostrar con claridad la dirección que lleva nuestro estudio, pero no sin antes afirmar que nuestra postura está en coherencia con el problema que asume la teoría Socioepistemológica sobre la construcción social del conocimiento matemático y de su difusión institucional, a saber: “cuando un saber que ha sido constituido en ámbitos no escolares se introduce en el sistema educativo, se lo obliga a una serie de modificaciones que afectan tanto su estructura como su funcionamiento, de manera que afectan también a las relaciones que se establecen entre estudiantes y profesor” (Cordero et al., 2010).

“La sociepistemología se plantea el examen del conocimiento situado, aquel que atiende a las circunstancias y escenarios socioculturales particulares. El conocimiento, en este caso, se asume como el fruto de la interacción entre la epistemología y los diversos factores sociales” (Lezama, 2005, citado en Crespo, 2012, p. 93). En este sentido, no miramos el saber construido sin los elementos culturales y sociales que le dieron origen, dando cuenta de las características de cada escenario y de la importancia de las prácticas en la construcción de pensamientos y conocimientos matemáticos funcionales.

En este sentido, el problema de investigación que nos atañe, es la identificación de las argumentaciones gráficas como un elemento inherente a la actividad humana de hacer matemática, y que está presente en las prácticas que emergen de esta actividad, cumpliendo roles específicos (las argumentaciones gráficas) en un escenario de aula superior, para la construcción de conocimientos y pensamientos matemáticos funcionales.

Con este horizonte, las preguntas que consideramos pertinentes y que guiaron el trabajo son las siguientes:

¿Es posible identificar a la argumentación gráfica en situaciones de aula en el nivel de enseñanza superior, que atienda a la práctica de predecir?

¿Cumple algún rol o roles la argumentación gráfica en la práctica de predecir, para la construcción de conocimientos y pensamientos matemáticos funcionales?
¿Es posible hablar de argumentación gráfica en la enseñanza de la matemática?

Así mismo se redactaron los objetivos en coherencia a las preguntas de investigación, con lo que nos propusimos iniciar la indagación, en la cual nuestro referente socioepistemológico influye en todo el proceso de construcción de los diseños, implementación, análisis de datos y conclusiones finales.

Diseños de situaciones

Para la construcción de los diseños, asumimos un fundamento que diera sustento a la constitución de la práctica de predecir, por lo que nos adherimos principalmente al encuadre que nos muestra Ricardo Cantoral (2013), sobre la noción de "*Praediciere*".

Este autor, expresa que en momentos de su trayectoria como investigador, lograron detectar, identificar y rastrear la conformación de nociones para el desarrollo del pensamiento matemático. En ello, plantea la existencia de campos de prácticas que guiaban y estructuraban al proceso de construcción del pensamiento matemático avanzado a lo largo de los siglos (Cantoral, 2013, p. 108), lo que denominaron en su oportunidad como "*Praediciere",* noción que proviene del siglo XVII. Si bien refiere que este estudio se basó en fenómenos de la física y una parte de la matemática como es el Calculus, el autor caracteriza al "Praediciere" como: "La acción intelectual del sujeto epistémico sobre los datos fácticos para establecer los patrones de regularidad del comportamiento de lo que ha de predecirse. Acción que tiene efecto, sólo con el conocimiento de las explicaciones causales de los fenómenos estudiados." (Cantoral, 2013, p. 109)

Siguiendo estas ideas, se establecen tres niveles como estadios del desarrollo del "Praediciere": Esquema, Modelo y Teoría, que "sirven para clasificar el tipo de predicción que se realiza y las herramientas que se construyen y se emplean para esos fines" (Cantoral, 2013, p. 110). A continuación un detalle de cada nivel:

Nivel de Esquema: se interpreta el movimiento en la naturaleza, con explicaciones cualitivo posicionales. Se centra la mirada en los atributos inherentes a los cuerpos y no a las medidas y comparaciones de las relaciones entre variables del movimiento.

Nivel de Modelo: se conforma y robustece a través de la evolución histórica de las ideas con respecto al movimiento, de tal forma que éste centra su interés en la búsqueda de todas las relaciones – prácticas y utilitarias – existentes entre variables vinculadas al movimiento: tiempo, posición, velocidad y aceleración.

Nivel de Teoría: Surge cuando este principio se incorpora al modelo formal de las matemáticas para desarrollarse posteriormente mediante principios, corolarios, axiomas, teoremas, procedimientos, etc.

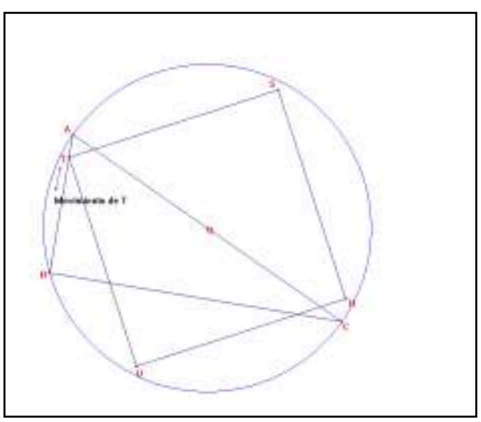
Para nuestra investigación, nos acuñamos a la visión de práctica de “predecir” con la mirada en las ideas anteriores, entendiendo que nuestro diseño de situación debía construirse con datos “fácticos”, es decir, datos hechos y conocidos para que los participantes puedieran establecer patrones de regularidades, construyendo así las herramientas que les permitieran predecir, las que puedan ser explicadas y fundamentadas con el surgimiento de diversos argumentos. Aquí establecimos como hipótesis que los estudiantes argumentarían de manera gráfica, en el sentido que eventualmente emerjieran, de modo que cabía la posibilidad de que dicha hipótesis no se cumpliera. También, en relación a la hipótesis, sostuvimos que el tipo de predicción que pueden alcanzar los estudiantes, podría ubicarse a nivel esquema y/o modelo, puesto que si se espera un argumento gráfico, este no se considera como modelo formal en el nivel de Teoría. En todos los casos, lo que se estudiaría en la observación y análisis, sería la identificación de los argumentos gráficos y el rol que puedieran cumplir en los respectivos niveles de predicción, los que son constituidos desde las construcciones de las herramientas predictivas que emergen de esta práctica y que son propias del escenario en que se propicie tal diseño de situación.

Según lo anterior, mostramos parte del diseño construido y aplicado, con el objeto de describir al lector el trabajo realizado.

Descripción del diseño

Haciendo uso de software, generábamos un movimiento del cuadrado RSTU (figura 2), provocado por el desplazamiento del punto T por los lados del triángulo inscrito en la semicircunferencia que se observa, haciendo que el cuadrado aumente su tamaño hasta quedar inscrito en la circunferencia (esto ocurre cuando T coincide con el vértice A, B o C del triángulo), o bien, el cuadrado disminuye su tamaño incluso hasta desaparecer (esto ocurre cuando T coincide con el centro de la circunferencia, que además, es punto medio de la hipotenusa del triángulo rectángulo).

Como el desplazamiento de T es animado por software, continúa su trayectoria de forma constante por todos los lados del triángulo, repiendo los sucesos descritos en el párrafo anterior.



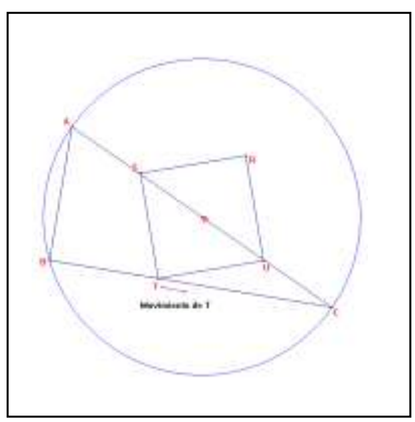


Figura 2: Movimiento del cuadrado RSTU según la ubicación de T.

Posteriormente, se realizaban las siguientes preguntas:

a) ¿Podrías describir de algún modo cómo es el comportamiento del área del cuadrado, cuando T inicia en el vértice A y finaliza en el vértice B del triángulo?
b) ¿Podría describir de algún modo cómo es el comportamiento del área del cuadrado, cuando T inicia en el vértice A y logra transitar por todo el triángulo?

Resultados y conclusiones de la investigación.

Como resultados de la aplicación del diseño, mostramos el ejemplo del caso de un grupo de estudiantes que explican el fenómeno de variación del área, según se muestra en la siguiente image:

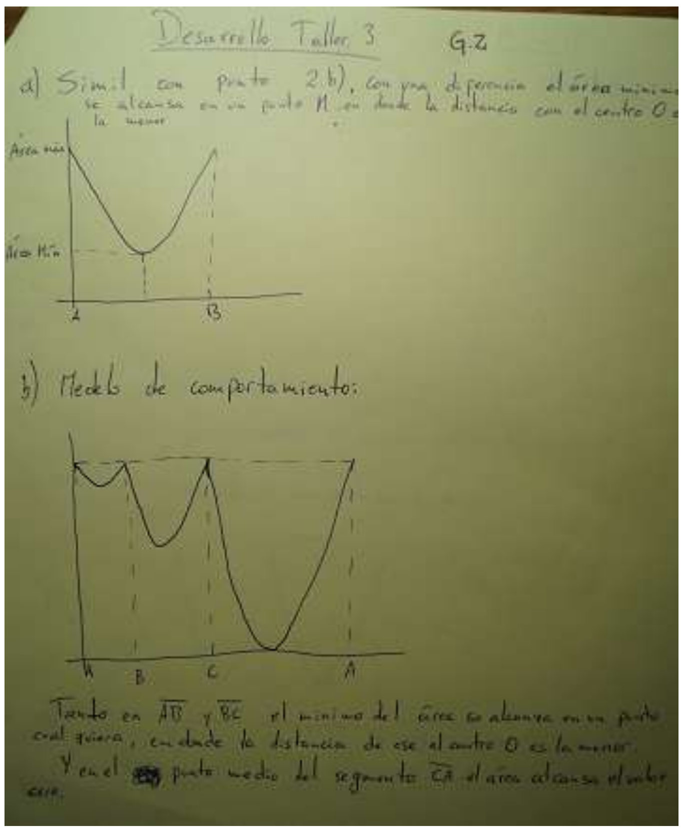


Imagen 1: Respuesta al fenómeno de variación del Grupo 2

En este caso, el grupo construye una herramienta que es capaz de predecir la manera en cómo varía el área del cuadrado en el movimiento, la cual uilizan como explicación y fundamento. Dicha herramienta, se constituye en un gráfico de curvas, las que representan las variaciones del área en cada instante del punto T. De este modo, el grupo da cuenta - lo que no hacen explícito en estructuras y nomenclaturas formales de la matemática - del comportamiento de dicha variación. Con este dato, identificamos que la *gráfica* es la herramienta predictiva, otorgándole el status de *argumento*, en cuyo rol, identificamos el de modelador del fenómeno al constituirse en él un modelo que explica cómo interpretan, en cada posición, dicha variación , y como fundamentan la predicción realizada.

A modo de conclusión, se establece proceso jerarquizado de una secuencia de etapas o fases por las cuales transitan los participantes, desde el momento en que se relacionan con el fenómeno propuesto hasta la identificación de una herramienta predictiva, la que se constituye en un argumento gráfico, reconociento en ello un rol específico en la construcción de una epistemología de curvas como un nuevo conocimiento.

Eje normativo de la práctica de predecir:
"Relación cultural y social con las formas que componen al fenómeno de movimiento"

⬇

Relación cognitiva: "Usos de conocimientos sobre fenómeno de variación"

⬇

Establecimiento de variables del movimiento: "Posición, Trayectoria, etc."

⬇

Construcción de la Herramienta Predictiva: "Comprensión de la relación entre variables"

⬇

Argumentación Gráfica: "La Herramienta Predictiva se constituye en el fundamento"

⬇

Rol del Argumento gráfico: "Modelador del fenomeno"

⬇

Construcción de conocimiento: "Nueva epistemología de curvas"

Referencias bibliográficas

Cantoral, R. (2013) *Teoría Socioepistemológica de la Matemática Educativa. Estudios sobre la construcción social del conocimiento*. Barcelona, España: Gedisa.

Cordero, F., Cen, C. y Suárez, L. (2010) Los funcionamientos y Formas de las gráficas en los libros de texto: Una práctica Institucional en el Bachillerato. *Revista latinoamericana de investigación en matemática educativa* 13(2), 187-214

Cordero F. y Flore R. (2007) El uso de las gráficas en el discurso matemático escolar, un estudio socioepistemológico en el nivel básico a través de los libros de texto. *Revista latinoamericana de investigación en matemática educativa* 10(1), 7-38.

Crespo, C. (2012) Socioepistemología. En M. Pochulu, M. Rodríguez (Comp), *Educación Matemática. Aportes a la formación docente desde distintos enfoques teóricos.* (pp. 91-114), Argentina: Universidad Nacional de general Sarmiento y Editorial Universitaria Villa María.

Diccionario de la Real Academia Española (2001). Edición número 22.

Duval, R. (1999) *Semiosis y pensamiento humano*. Universidad del valle. Instituto de Educación y Pedagogía. Grupo de Educación Matemática.

Rojas, D., Fontana, A. y Pereira, Z. (2006) Representaciones gráficas de niños y niñas de preescolar, segundo y cuarto grado, con y sin necesidades educativas especiales. *Revista Electrónica Educare* 9(2), 65-90.