

**LA EXPRESIÓN DE LOS ALUMNOS EN LA MATEMÁTICA
UNIVERSITARIA**

Marta Graciela Caligaris, María Elena Schivo, María Rosa Romiti

Grupo Ingeniería & Educación, Facultad Regional San Nicolás, Universidad Tecnológica
Nacional. Argentina.

mcaligaris@frsn.utn.edu.ar, meschivo@arnet.com.ar, mromiti@arnet.com.ar

Resumen

Para lograr la comprensión de los contenidos matemáticos se debe trabajar con distintas formas de representación: gráfica, simbólica, coloquial, etc. Además, es imprescindible distinguir los objetos de su representación. Datos recogidos en 2011 y 2012, en cursos de Análisis Matemático I de la Facultad Regional San Nicolás, UTN, dieron por resultado que los alumnos presentaron numerosas dificultades para trabajar con representaciones simbólicas y para expresarse en sus propias palabras. En esta ponencia se presentan los resultados del año 2015, en la especialidad Electrónica, luego de haber trabajado desde el inicio con actividades diseñadas para intentar revertir la situación.

Introducción

Los conceptos matemáticos no son objetos reales por lo que se debe recurrir a distintas representaciones para estudiarlos. En Matemática es donde se encuentra la más amplia gama de sistemas de representación semiótica, tanto los que son comunes a cualquier tipo de pensamiento, como el lenguaje natural, como los específicos: el lenguaje algebraico y las notaciones formales (Duval, 2006).

Una representación única de un objeto matemático por lo general no es suficiente, ya que en su mayoría una sola puede destacar algunas propiedades del objeto correspondiente, por lo que tienen que integrarse varias de ellas con el fin de desarrollar una comprensión conceptual apropiada (Ainsworth, 2006; Duval, 2006).

De acuerdo con la teoría de las representaciones semióticas de Duval, para construir un concepto es necesario vincular coherentemente al menos dos sistemas de representación por tres funciones cognitivas: la identificación, el tratamiento interno, es decir, la transformación en un mismo registro y la conversión o transformación de un registro a otro. A estos sistemas semióticos de representación los denomina Registros de Representación Semiótica.

Los registros considerados para esta experiencia fueron el registro natural y el registro simbólico. El registro natural está asociado a la lengua materna, que es la primera que una persona aprende y que se emplea como modo de expresión habitual en los diversos ámbitos de la vida corriente, para realizar descripciones, explicaciones, argumentaciones,

deducciones, con el objetivo de comunicarse. En particular, para este trabajo se consideró la forma escrita.

La Matemática se apoya en un lenguaje simbólico formal que sigue una serie de convenciones propias. Los símbolos pueden considerarse objetos con valor propio y representan un concepto, una operación, una entidad matemática según ciertas reglas. Los símbolos pueden involucrar una o varias letras. En este trabajo, se consideró el registro simbólico integrado por dos partes: de predominio procedimental y de predominio conceptual.

El registro simbólico de predominio procedimental es aquel en el que el alumno debe aplicar, para resolver un problema planteado, estrategias sencillas o rutinarias, como los casos de factoración, por ejemplo.

El registro simbólico de predominio conceptual es aquel en donde el alumno necesita conocer y manejar los símbolos matemáticos propios de las definiciones y propiedades del concepto estudiado. En este tipo de actividades es necesario trabajar con mayor rigurosidad, si bien, por lo general, se aplican procedimientos algebraicos en busca de la solución. Se trata de una instancia en la que se involucra un pensamiento más formal, abstracto y comprensivo que la anterior (Caligaris, Schivo, Romiti y Sgreccia, 2013).

En las actividades propuestas en esta experiencia se ha considerado el registro simbólico conceptual. Guzmán (1998) refiriéndose a la teoría de Duval, señala que para favorecer los aprendizajes y el desarrollo del pensamiento conceptual es primordial que los alumnos logren articular diferentes representaciones semióticas. Para esto, los profesores debemos ser creativos y plantear actividades ya que aparecen con poca frecuencia no solo en libros sino también en clases de Matemática. Principalmente el registro natural tendría que tener una mayor presencia en las clases, tanto de parte del profesor como de los alumnos. La comprensión de la noción más compleja pasa por este registro, sin embargo los pizarrones de los docentes están llenos de simbología como si esto significara rigor matemático. Los estudiantes, en su mayoría, tienen dificultades para entender las demostraciones en las que se utiliza el lenguaje natural (Duval, 1991).

Experiencias anteriores

Los docentes de primer año de la FRSN desde el trabajo diario coinciden en que el desempeño de los alumnos se encuentra perjudicado debido a varios factores, entre ellos, poco manejo en el registro simbólico y natural de la mayoría de los estudiantes lo que hace que no puedan justificar, por ejemplo, actividades de verdadero o falso cuando se los solicita. Suele notarse la preferencia por ejercitaciones rutinarias o de representaciones gráficas antes que por aquellas en las que tengan que proponer determinadas leyes.

Datos recogidos en 2011 y 2012, en cursos de Análisis Matemático I de la Facultad Regional San Nicolás, Universidad Tecnológica Nacional dieron por resultado que en los registros natural (en su versión escrita) y simbólico de predominio conceptual, los alumnos

presentaron numerosas dificultades. Si bien el desempeño en el registro simbólico no resultó bueno, llamó mucho la atención el bajo rendimiento en el lenguaje natural. Por este motivo se decidió en el ciclo lectivo 2012 comenzar con un trabajo extra sobre actividades de tratamiento en el registro natural, con el objetivo de analizar si seguía la tendencia de 2011 y, en dicho caso, intentar revertir los resultados mediante ejercitaciones especialmente diseñadas sobre tratamiento en dicho registro, en todos los contenidos de la asignatura (Caligaris, et al., 2013).

A partir del análisis de los datos se presentó una propuesta de mejora para la práctica de la asignatura. En la misma se incluyeron actividades que involucran de manera relativamente equitativa tanto los tratamientos de los registros natural, simbólico y gráfico, como las conversiones entre pares de ellos. También se tuvieron en cuenta, para su elaboración, los errores y omisiones por parte de los alumnos que han sido detectadas durante el transcurso de la experiencia llevada a cabo.

Es oportuno mencionar que en la cartilla anterior no figuraban actividades ejercitando el registro natural y simbólico de predominio conceptual, ya sea de tratamiento como de conversiones (Romiti, Sgreccia y Caligaris, 2014).

En esta ponencia se presentan los resultados obtenidos en 2015, en la especialidad Electrónica, luego de haber trabajado durante al año con la cartilla actualizada de la asignatura.

Desarrollo de la experiencia 2015

El estudio se focalizó en Análisis Matemático I y en la especialidad de Ingeniería Electrónica que comenzó el año con 19 estudiantes. Se trabajó desde el inicio del ciclo con la cartilla de práctica actualizada de la asignatura que, como se mencionó anteriormente, contiene actividades de tratamientos y conversiones entre los diferentes registros.

Se evaluó el desempeño de los alumnos en actividades de tratamiento en el registro natural (en su versión escrita) y de conversiones entre los registros natural y simbólico con predominio conceptual a partir del contenido de derivadas y aplicaciones y hasta el de integral definida, que se desarrollan durante el segundo cuatrimestre.

Para la recolección de datos asociados a las producciones de los alumnos se utilizaron cuestionarios abiertos mediante trabajos prácticos especialmente diseñados. Se utilizó el tipo autoadministrado, ya que se les proporcionó directamente a los alumnos, quienes los contestaron sin intermediarios. Fueron cuatro trabajos en total. Las cuestiones planteadas fueron de respuestas abiertas y consistieron en consignas en donde se les solicitó alguna actividad a resolver relacionada con el tópico en estudio (Hernández Sampieri, Fernández Collado y Baptista Lucio, 2006).

Para el análisis de resultados se clasificó el desempeño de los alumnos de la siguiente manera: satisfactorio (S), cuando realiza la actividad solicitada en forma completa y

correcta en su totalidad, parcialmente satisfactorio (PS), cuando realiza la mitad o más de la actividad solicitada en forma correcta y totalmente insatisfactorio (TI), cuando resuelve en forma incorrecta la totalidad o la mayoría de la actividad, o incluso no resuelve.

Para el seguimiento y análisis posterior se consideraron los 14 alumnos que realizaron la totalidad de los trabajos prácticos. Los 5 restantes sólo respondieron los 2 primeros y abandonaron el cursado. En todos los casos sus respuestas fueron totalmente insatisfactorias.

A continuación se presentan algunos enunciados de los trabajos con los que fueron evaluados los alumnos.

- Si $f : R \rightarrow R$ es una función tal que $f'(x_0) = 5$, expresar en palabras, justificando la respuesta, cómo resulta la recta tangente a f en $(x_0; y_0)$ comparada con la recta de ecuación: $y = 5x - 4$. (Para evaluar el tratamiento en el registro natural en el contenido de derivadas).
- Presentar la ley de una función, no nula, cuya integral definida sea nula. Justificar. (Para evaluar la conversión del registro natural al simbólico en el contenido de integrales definidas).
- Si $f : [a; b] \rightarrow R$ es una función tal que $f(x_1) < f(x_2) \forall x_1, x_2 \in [a; b]$, explicar en palabras porqué la función no presenta extremos relativos en el intervalo. (Para evaluar la conversión del registro simbólico al natural en aplicaciones de la derivada).

Resultados

En la figura 1 se muestran comparativamente los resultados obtenidos en los cuatros trabajos prácticos en la actividad que involucra el tratamiento natural, para los 14 estudiantes que finalizaron el cursado. Se puede apreciar que la cantidad de desaprobados (PS + TI) resultó muy alta en este tratamiento y en cada trabajo evaluado. Si bien fue disminuyendo de 71% a 57 % en el último trabajo, sigue siendo la mayoría del alumnado la que no logra realizar satisfactoriamente las actividades de tratamiento en el registro natural.

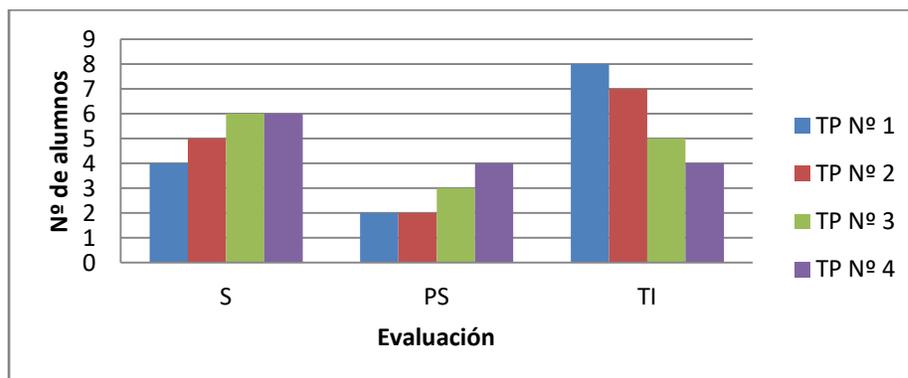


Fig. 1. Tratamiento en el registro natural.

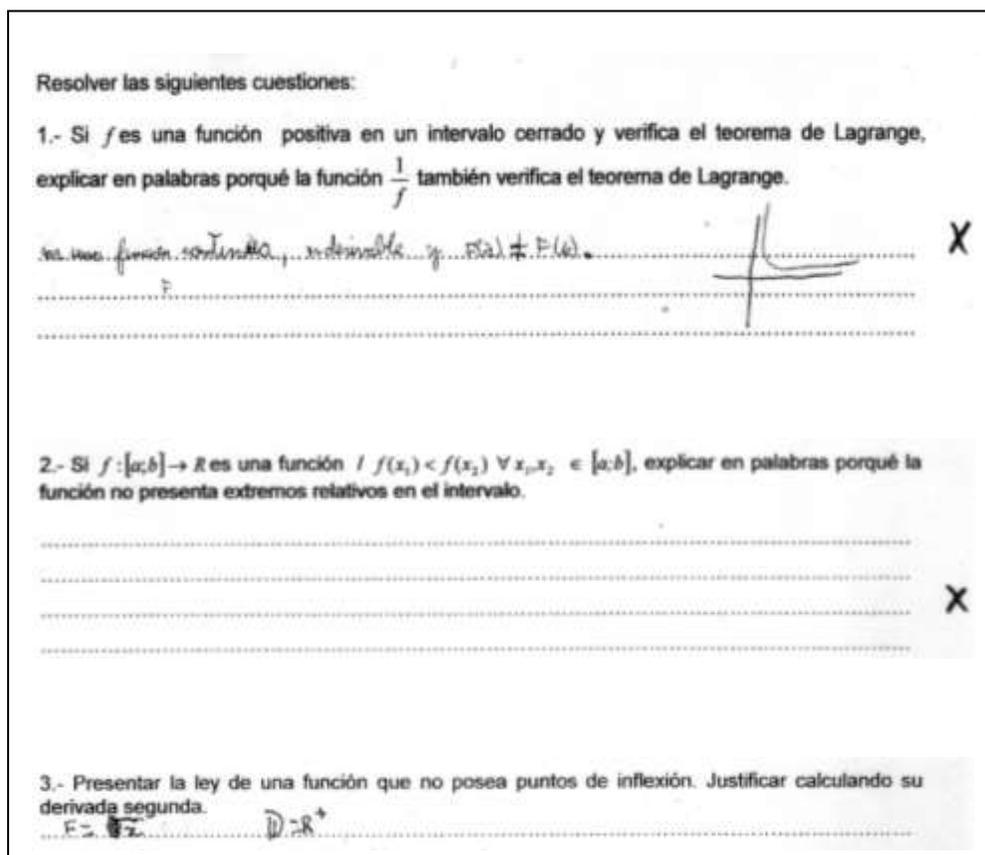


Fig. 2. Respuestas de un estudiante al trabajo práctico 2.

En la figura 2 se muestran las respuestas que dio un estudiante en el segundo trabajo práctico. En ésta se nota la imposibilidad que tiene de responder con palabras. En la primera consigna contesta con palabras sueltas y en la segunda directamente no responde.

A su vez es importante destacar que en el tratamiento natural, dentro de la cantidad de desaprobados, fueron creciendo los de respuesta PS a medida que avanzaban los trabajos prácticos y decreciendo los de respuesta TI. Esto muestra una mejora en el desempeño ya que estudiantes que comenzaron con respuestas TI, han podido realizar en el avance del año la mitad o más de las actividades planteadas en forma satisfactoria.

A pesar de esta mejora, no se puede pasar por alto el comentario sobre el estilo de redacción deficiente que manifiestan a lo largo de los cuatro prácticos y los errores de ortografía que cometen.

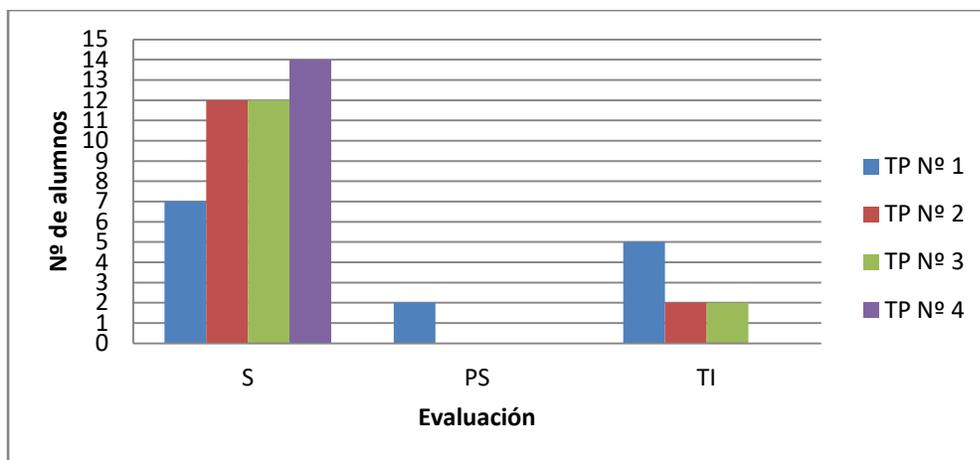


Fig. 3. Conversión del registro simbólico al natural.

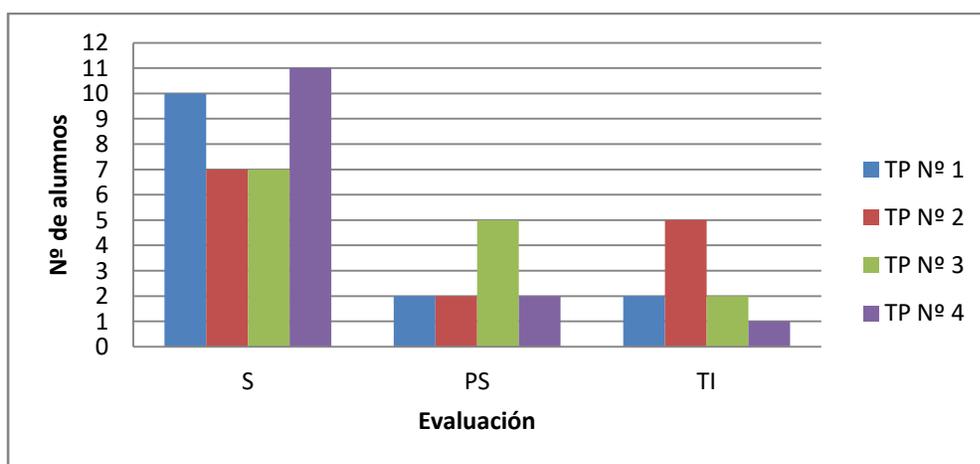


Fig. 4. Conversión del registro natural al simbólico.

En las figuras 3 y 4 se muestran los resultados obtenidos cuando debían realizarse actividades que involucraban cambios de registro, en los cuatro trabajos evaluados.

Entre las conversiones analizadas, en la que mejor desempeño se observa es en la del registro simbólico al natural (figura 3). Si bien en el primer trabajo, la cantidad de desaprobados fue del 50%, la totalidad de los alumnos terminaron aprobando las actividades que planteaban esta conversión en el cuarto trabajo práctico.

Aunque no era uno de los objetivos originales de este trabajo estudiar lo que ocurre con el registro gráfico, las respuestas de los estudiantes llamaron la atención. Las consignas eran claras, indicando que debían responder los cuatro trabajos prácticos con palabras o en símbolos. Sin embargo, la mayoría de los estudiantes reforzaron sus respuestas con representaciones gráficas. En la figura 5 se puede observar que en el primer trabajo práctico, la gran mayoría de los estudiantes acompañó con gráficos sus respuestas.

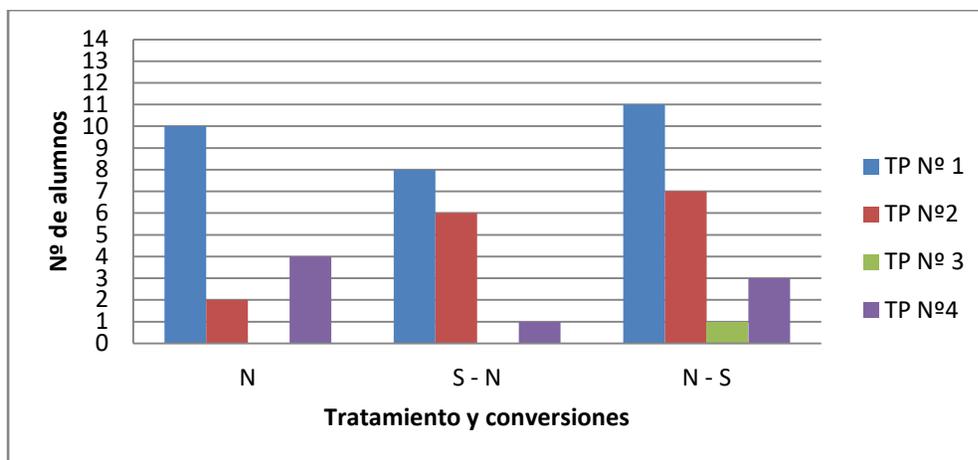


Fig. 5. Utilización del registro gráfico.

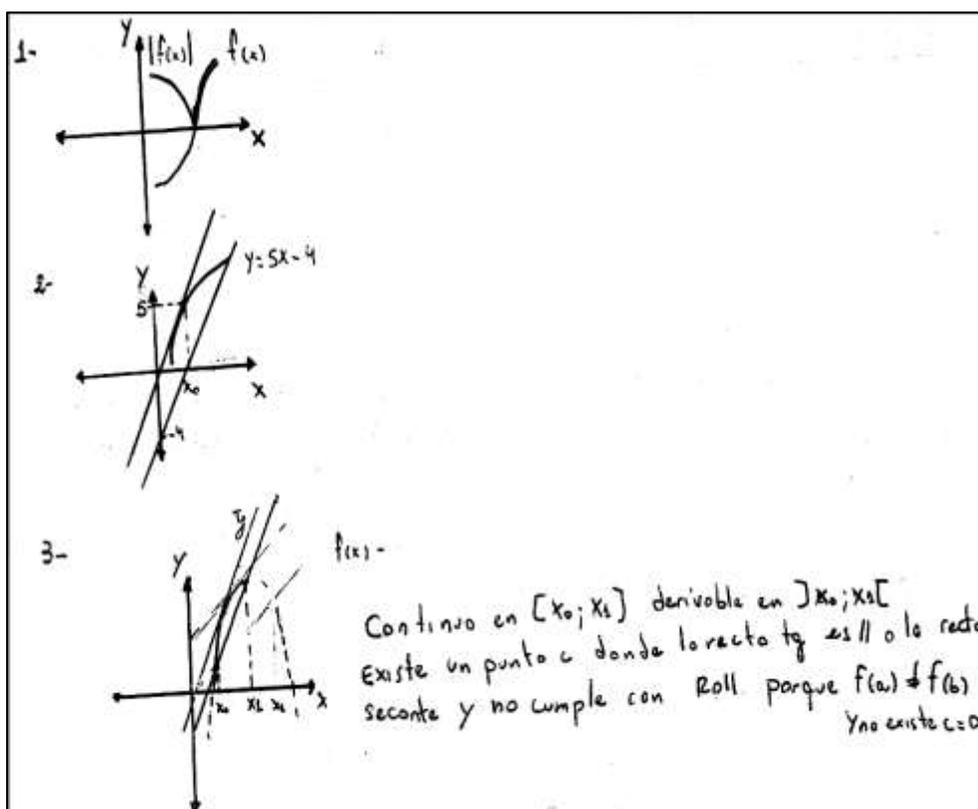


Fig. 6. Respuestas de un estudiante al trabajo práctico 1.

En la figura 6 se muestran las respuestas de un estudiante en el primer trabajo práctico. Se puede apreciar que sólo esboza una explicación en el lenguaje natural en la tercera consigna.

Si bien va disminuyendo la cantidad de estudiantes que acompañan con gráficos sus respuestas a medida que avanzan los prácticos, se puede observar que varios son los que no se pueden independizar totalmente de esta forma de expresión.

Otra cuestión notoria referida al registro gráfico, es que la mayoría de los estudiantes que acompañaron con representaciones gráficas sus explicaciones, lo realizaron de manera correcta, mientras daban una respuesta PS o TI.

En la figura 7 se muestra la respuesta de un estudiante a la segunda consigna del primer trabajo práctico. En ella se puede apreciar que el registro gráfico determina lo que escribe ya que manifiesta que por observación del gráfico saca su conclusión.

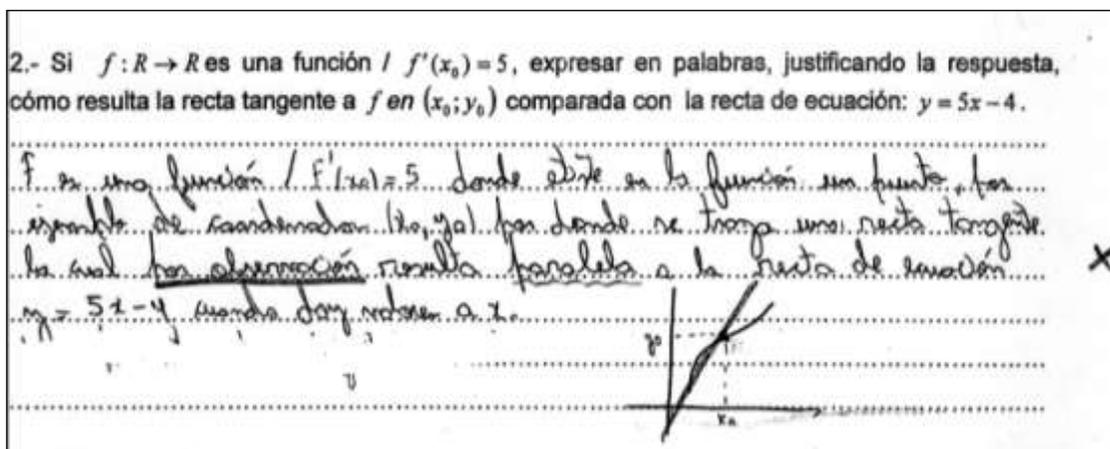


Fig. 7. Respuestas de un estudiante a la consigna 2 del trabajo práctico 1.

Conclusión

Desde hace varios años se detectan serios inconvenientes en los estudiantes de Análisis Matemático I, en cuanto a la forma de expresar en sus propias palabras distintos conceptos.

En esta experiencia, realizada en 2015, los resultados de las conversiones que involucran el registro natural fueron más alentadores, pero el registro natural sigue presentando grandes dificultades, esta vez desde actividades de tratamiento. Aunque la práctica actualizada con la que se trabajó contiene este tipo de ejercitaciones, posiblemente sigamos siendo los docentes los que no le estamos dando la relevancia necesaria y debemos trabajar más en este registro, no sólo desde la práctica si no desde la teoría.

Por otro lado, si bien la experiencia requería trabajar sólo con los registros natural y simbólico, en las correcciones se pudo notar que la mayoría de los alumnos recurrían al registro gráfico como ayuda para elaborar sus respuestas. Se puede concluir que apelan frecuentemente a este registro aunque no se corresponda con lo solicitado.

Referencias bibliográficas

Ainsworth, S. (2006). A conceptual framework for considering learning with multiple representations. *Learning and Instruction*, 16, 183-198.

Caligaris, M., Schivo, M., Romiti, M. y Sgreccia, N. (septiembre, 2013). *Naturalmente difícil*. En E. Harbourne (Presidencia) XXXVI Reunión de Educación Matemática (XXXVI REM). Rosario, Argentina.

Duval, R. (1991) Structure du raisonnement déductif et apprentissage de la Démonstration. *Educational Studies in Mathematics* 22(3), 233–261.

Duval, R. (1999). *Semiosis y pensamiento humano. Registros semióticos y aprendizajes intelectuales*. Cali, Colombia: Universidad del Valle.

Duval, R. (2004). *Los problemas fundamentales en el aprendizaje de las matemáticas*. Cali, Colombia: Universidad del Valle, Instituto de Educación y Pedagogía.

Duval, R. (2006). A cognitive analysis of problems of comprehension in a learning of mathematics. *Educational Studies in Mathematics*, 61(1), 103-131.

Guzmán, I. (1998). Registros de representación, el aprendizaje de nociones relativas a funciones: voces de estudiantes. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa*, 1 (1), 5–21.

Hernández Sampieri, R., Fernández Collado, C. y Baptista Lucio, P. (2003). *Metodología de la investigación*. (3^{ra}. Ed.). México DF, México: McGraw Hill.

Romiti, M., Sgreccia, N. y Caligaris, M. (2014). Preferencia de registros de representación en el concepto de límite de funciones de alumnos de primer año de Ingeniería. *Acta Latinoamericana de Matemática Educativa*, 27, 1107– 1115.