

MODELOS DINÁMICOS. REFLEXIÓN Y REFRACCIÓN, UNA ARTICULACIÓN CON LA FÍSICA

Horacio Agustín Caraballo¹, Cecilia González², Horacio Gilitchensky³

¹ Facultad de Ciencias Agrarias y Forestales. Bachillerato de Bellas Artes. Colegio Nacional. Universidad Nacional de La Plata. ² Facultad de Ciencias Agrarias y Forestales. Facultad de Ingeniería. Universidad Nacional de La Plata. ³ Facultad de Ciencias Agrarias y Forestales. Bachillerato de Bellas Artes. Universidad Nacional de La Plata. Argentina. carballohoracio@gmail.com

Resumen

En este artículo se presenta el diseño de situaciones didácticas utilizando software de matemática dinámica para crear modelos geométricos que puedan ser interpretados en el contexto físico de la óptica geométrica. En particular se toman las leyes de la reflexión y de la refracción, se construyen simulaciones del comportamiento de los rayos incidentes, reflejados y refractados en superficies planas y se estudia su comportamiento. En el aula de matemática este tipo de actividades parten de la geometría básica y llegan a una aplicación concreta resignificando e integrando los conocimientos. En el aula de física permiten una articulación con la matemática.

Introducción

El propósito de estas notas es mostrar el diseño de actividades en los entornos que brinda el software de matemática dinámica. Este tipo de actividades pretende resignificar el conocimiento geométrico en el marco de la aplicación, aportar a la comprensión de los temas involucrados y estimular competencias relacionadas a las capacidades matemáticas de conexión y reflexión. Se utilizan temas de la física para aportar carga semántica al desarrollo matemático, en particular se toma de la óptica geométrica las leyes de la reflexión y la refracción.

En lugar de partir de las ecuaciones e interpretar los resultados de un modo tradicional se modela la situación con el software imponiendo las propiedades geométricas que implican las leyes en distintas situaciones para poder explicarlas o predecirlas, esto se conecta directamente con situaciones experimentales que pueden ser abordadas de manera articulada con la física si correspondiere.

Este modo de proceder no sustituye ninguna otra estrategia didáctica sino que agrega un elemento nuevo a los disponibles.

A continuación analizamos algunos aspectos que relacionan la enseñanza de la física con la enseñanza de la matemática. Luego resumimos brevemente las leyes particulares que ilustra este trabajo. Por último ejemplificamos alguna actividad presentando su implementación.

Matemática y Física

Cuando se piensa la relación entre la física y la matemática de un modo educativo hay un sin número de formas de abordaje, uno de ellos parte desde el punto de vista metodológico distinguiendo dos aspectos que se corresponden con una postura inductivista y una hipotético deductivistas. En la primera la matemática permite el tratamiento de los datos experimentales en un sin número de formas. En la segunda postura la matemática es el lenguaje con el que se construyen explicaciones y predicciones, en este trabajo estamos pensando la actividad de este modo, a continuación se resume un marco teórico que permite explicitar esto.

Tomamos como estructura teórica de partida el modelo de la explicación científica tal y como lo propusieran Hempel y Popper . Las características centrales son: la explicación es siempre una deducción, lo que se deduce es un enunciado que expresa lo que quiere explicarse, por último, entre las premisas siempre figuran leyes. Estas características hacen que el modelo sea conocido como “modelo nomológico deductivo” (Klimovsky, 1997). Puede utilizarse para explicar leyes o para explicar hechos. La explicación de leyes es sencilla, debe disponerse de una teoría en la cual la ley a explicar aparezca como hipótesis derivada de las premisas-leyes de la teoría general. La explicación de hechos es algo más compleja. Para explicar un hecho se deduce el enunciado que lo expresa a partir de premisas-hechos y premisas-leyes, los hechos y las leyes deben ser verdaderos y el hecho que se explica debe ocurrir. En nuestro caso las leyes, obviamente, son las de la física que estamos tratando de integrar y reforzar con la actividad, los hechos que figuren en las premisas merecen una atención especial referida a su enunciado en el marco de un protocolo experimental por más modesto que este sea. La deducción puede decirse lógico-matemático. En otras palabras el modelo matemático es el soporte lógico-deductivo de la explicación científica de un hecho físico. Notar que si entre las premisa figuran algunas que son supuestos la explicación se transforma en una predicción.

En este marco la utilización del software genera un modelo dinámico que superpone el modelo físico con el matemático a partir de la simulación de los hechos que se logra.

Leyes de la reflexión y la refracción

Reflexión: Cuando un rayo de luz incide sobre una superficie reflectante plana se cumple que:

- El rayo incidente forma con la normal a la superficie un ángulo de incidencia que es igual al ángulo que forma el rayo reflejado con la normal.
- El rayo incidente, el rayo reflejado y la normal están en un mismo plano.

$$i = r$$

Donde i y r son los ángulos de incidencia y reflexión respectivamente. (Ver figura1)

Refracción: Se produce cuando la luz pasa de un medio a otro con una densidad óptica diferente una desviación en la dirección de propagación que se explica por medio de la ley de Snell (Resnick y otros, 1979):

$$n_1 \operatorname{sen} i = n_2 \operatorname{sen} r'$$

Donde n_1 n_2 son los índices de refracción de los medios en los que se propaga la luz, i y r' los ángulos de incidencia y refracción respectivamente. (Ver figura1)

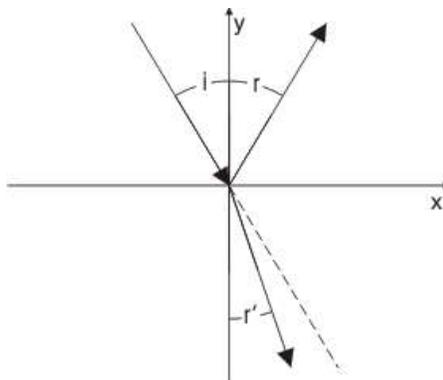


figura 1

Construcción del entorno dinámico

A continuación se describe la construcción de los modelos que el alumno construye con la ayuda del programa. Se toman las leyes como punto de partida y se generan una serie de simulación referidas a la reflexión y la refracción de la luz.

Es importante notar que no se trata de utilizar applet diseñados por el docente u obtenido de un repositorio de objetos de aprendizaje (por ejemplo: <http://www.geogebra.org/materials/>) dado que la propia construcción constituye uno de los aspectos didácticos más importantes de la actividad.

Elección del software

La aplicación que utilizamos es GeoGebra, el motivo de la elección es que el programa tiene licencia GNU (General Public License v2), es un software libre de matemática para la educación en todos sus niveles, disponible en múltiples plataformas. Reúne dinámicamente, aritmética, geometría, álgebra y cálculo en un único entorno, sencillo a nivel operativo y muy potente. Ofrece representaciones diversas de los objetos desde cada una de sus posibles perspectivas: vistas gráficas, algebraicas, estadísticas y de organización en tablas, planillas y hojas de datos dinámicamente vinculadas. (Hohenwarter, 2013).

Instructivo

Un instructivo es un documento diseñado a medida para resolver el contacto del usuario con una parte específica del software a utilizar.

Las competencias mínimas que se pretenden instaurar con este instrumento se refieren a:

- Familiaridad con la interfase.
- Conocimiento de las prestaciones relacionadas con los contenidos curriculares que se aborden.
- Manejo de la documentación y ayuda del programa.

El uso de instructivos, como forma didáctica parece un tanto simplista, sin embargo, refiere a un tipo de aprendizaje habitual en los jóvenes que tiene que ver con el sistema de ensayo y error tan presente en el uso de artefactos electrónicos (celulares, cámaras digitales, etc.) y de herramientas de comunicación (redes sociales, sistemas de mensajería, etc.). En esta situación el instructivo funciona como un sustituto mejorado del ensayo y error (Caraballo y Gonzalez, 2010).

El nivel de detalles de un instructivo depende del contacto que los alumnos hayan tenido con el software. Pueden ir desde una descripción paso a paso de todas las acciones hasta una breve descripción de los comandos desconocidos. Por ejemplo, si se pretende que el alumno defina un deslizador, un segmento y un ángulo a partir de este, y se considera que conoce el entorno, las instrucciones podrían ser:



Deslizador. 1 - Se define el deslizador alfa 0° a 90° con un paso de 1°



Segmento entre Dos Puntos. 2 - Se define el segmento entre A y B



Angulo dada su Amplitud. 3 - Se define un ángulo dada su amplitud, el primer punto es B, el vértice es A y la amplitud es alfa, se elige en sentido antihorario

Es útil, en muchos casos, para diseñar el instructivo tener en cuenta el protocolo de la construcción que produce GeoGebra.

Reflexión. Construcción básica

En la figura 2 aparece la construcción básica para reflexión de dos rayos que parten del punto A, los rayos reflejados y el punto D que es la imagen del punto A.

El punto A es dinámico y permite estudiar el comportamiento del modelo

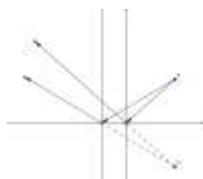


Figura 2

El instructivo correspondiente se puede construir según el protocolo de la construcción, ver figura 3. Los detalles no se incluyen por motivos de espacio, recordemos que estos dependen de decisiones didácticas, en nuestro caso el instructivo es un documento en formato .pdf

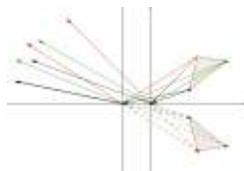
Nº	Nombre	Definición	Valor	Título
1	Punto A		$A = (4.85, 4.33)$	
2	Punto B	Punto de intersección de EjeX, EjeY	$B = (0, 0)$	
3	Recta a	Recta que pasa por B, A	$a: -4.33x + 4.85y = 0$	
4	Recta a'	Simétrico de a según EjeY	$a': -4.33x - 4.85y = 0$	
5	Punto C	Punto sobre EjeX	$C = (-2.43, 0)$	
6	Recta b	Recta que pasa por C perpendicular a EjeX	$b: x = -2.43$	
7	Recta c	Recta que pasa por A, C	$c: 4.33x - 7.28y = -10.5$	
8	Recta c'	Simétrico de c según b	$c': 4.33x + 7.28y = -10.5$	
9	Vector u	Vector[A, C]	$u = (-7.28, -4.33)$	
10	Vector v	Vector[A, B]	$v = (-4.85, -4.33)$	
11	Punto D	Punto de intersección de c', a'	$D = (4.85, -4.33)$	
12	Segmento d	Segmento [D, B]	$d = 6.5$	
13	Segmento e	Segmento [D, C]	$e = 8.47$	
14	Punto E	Punto sobre a'	$E = (-9.02, 8.05)$	
15	Vector w	Vector[B, E]	$w = (-9.02, 8.05)$	
16	Punto F	Punto sobre c'	$F = (-10.03, 4.52)$	
17	Vector f	Vector[C, F]	$f = (-7.6, 4.52)$	

figura 3

Una vez que se tiene el modelo se pueden estudiar una serie de cuestiones como, por ejemplo, la relación entre la distancia desde el objeto a la superficie reflectante y la distancia correspondiente de la imagen. Debe hacerse notar que el eje de abscisas es la proyección del plano reflectante que es perpendicular al plano de trabajo. Este hecho se refuerza si se realizan experimentos básicos con un espejo plano. Las cuestiones matemáticas, el modelo dinámico y los experimentos se realimentación entre sí.

Reflexión de los vértices de un triángulo

La continuación de la actividad anterior es la reflexión de dos rayos para cada uno de tres puntos no alineados, luego se construye un triángulo con ellos y se obtiene el triángulo reflejado (figura 4).



(figura 4)

El protocolo de construcción es más extenso lo mismo que el instructivo por lo que no los incluimos, de todos modos la tarea de diseño del instructivo no es compleja. Con este modelo se puede continuar el estudio de formación de imágenes del espejo plano

Refracción

A partir de la ley de Snell (figura 5) se obtiene:

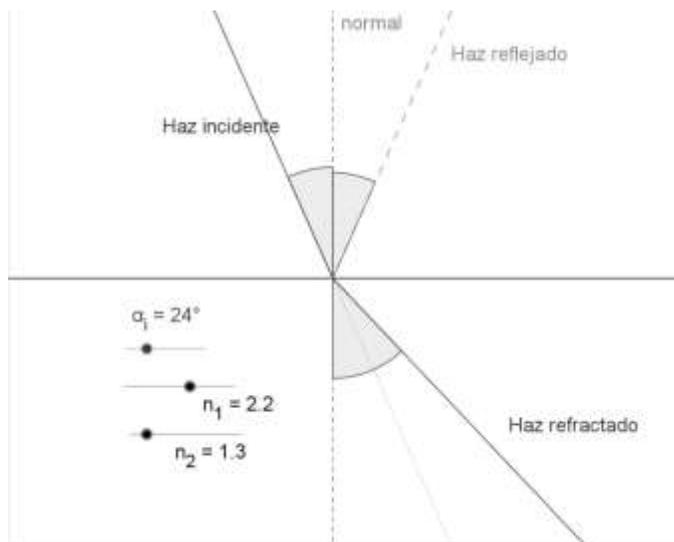


figura 5

Comentarios

Del mismo modo que estudiamos la reflexión en superficies planas podemos estudiar la refracción y en la misma línea la reflexión y refracción en superficies esféricas, la

formación de imágenes por lentes delgadas, etc. GeoGebra maneja fácilmente la geometría que imponen las leyes de óptica geométrica. Las leyes son relativamente simples lo que permite tomarlas desde la matemática sin ser experto en el tema, claro está que lo ideal sería articular con docentes de física estas actividades.

Si no se quiere empezar de cero este tipo de diseños se puede recurrir al repositorio de materiales de GeoGebra (<http://www.geogebra.org/materials/>) y descargar entornos dinámicos ya construidos, para utilizar como punto de partida.

Estas actividades se pueden armar en forma de talleres o proyectos que esquemáticamente se estructuran en: resultados matemáticos, resultados físicos, tecnología y aplicación (Caraballo, González, 2002).

En este marco la utilización de recursos informáticos queda totalmente integrada a las actividades. Desde un punto de vista más específico el uso de un programa de matemática dinámica propone nuevos escenarios de aprendizaje, nuevas capacidades referidas a construir herramientas, modelar y estructurar situaciones. Este último tópico se refiere a traducir la “realidad” a una estructura matemática (Niss, 1999), en nuestro caso dinámica, trabajar con el modelo matemático, reflexionar, analizar y plantear críticas, monitorear y controlar el proceso de modelado, etc.

Conclusiones

Se logra la resignificación, refuerzo e integración del conjunto de saberes matemáticos puestos en juego. Los conocimientos son reacomodados, dándose una síntesis integradora. Los alumnos logran relacionar distintos temas entre sí. Hay una articulación con la Física.

Hay una estimulación de la creatividad referida a la solución de problemas técnicos.

La posibilidad de enfrentar con éxito problemas y aplicaciones se acentúa. Los alumnos en esta etapa (media o universitaria) tienen un grado de madurez que les permite evaluar situaciones e interpretar enunciados aparte de mejorar su pericia matemática. El punto anterior implica como resultado un cambio de perspectiva respecto del conocimiento matemático. Se ve este último como una herramienta que puede ser aplicada en distintos contextos, y no solamente como un “juego formal”.

Nuestra experiencia en este tipo de actividades muestra que se logra una resignificación, refuerzo e integración del conjunto de saberes matemáticos puestos en juego en la construcción y utilización del modelo dinámico. Los conocimientos son reacomodados, dándose una síntesis integradora (Caraballo, González, 2009). Los alumnos logran relacionar distintos temas entre y hay una estimulación de la creatividad referida a la solución de problemas técnicos.

Referencias bibliográficas

Caraballo H, González C. (2002). *De un resultado matemático a una implementación tecnológica*, Memorias del IV Simposio de Educación Matemática. Provincia de Buenos Aires.

Caraballo H. González C. (2009) *Aplicaciones Físicas y Modelos Matemáticos*. Actas del VI CIBEM. Chile.

Caraballo, H. Gonzalez, C. (2010). *Sistemas de cálculo simbólico. Instructivos*. Acta IX Conferencia Argentina de Educación Matemática. Villa María. Córdoba.

Hohenwarter, M. *¿Qué es GeoGebra?* Recuperado en octubre 2015 de:
<http://www.geogebra.org/cms/es/info>

Hohenwarter, M. y Preiner, J. (2009) *GeoGebra. Manual Oficial de la versión 3.2*. Recuperado en octubre 2015 de: <http://www.geogebra.org/help/docues.pdf>

Klimovsky, G. (1997). *Las Desventuras del Conocimiento Científico*. (3ª ed.). Buenos Aires, Argentina: A-Z editora.

Niss M. (1999). *Competencies and Subject Description*. Uddanneise,9, 21-29.

Resnick R. Halliday D. Krane K. (1979). *Física (parte II)*. Cía. Editorial Continental, S.A. México.