USO DEL GEOGEBRA COMO PROFESOR EN MATEMÁTICA

Natalia Sgreccia, Valeria Donato, Facundo Chirino, Gladys Brunini
Facultad de Ciencias Exactas, Ingeniería y Agrimensura de la Universidad Nacional de Rosario. Argentina
nataliasgreccia@hotmail.com, valeriadonato@hotmail.com, facu_chiri@hotmail.com, gladys232003@hotmail.com

Resumen

Este Taller está destinado a profesores en ejercicio o futuros profesores en Matemática con interés en integrar software educativo a sus prácticas de enseñanza de la Matemática. Esta integración, para que tenga lugar de manera significativa, trasciende el lugar de "agregado" a la enseñanza tradicional. Replantea la pedagogía puesta en escena y la disciplina en tratamiento. Puntualmente se propone trabajar con dos problemas abiertos, uno de geometría y otro de funciones. La finalidad es problematizar los conocimientos puestos en juego, aprovechano el dinamismo que ofrece GeoGebra como un recurso que puede superar eventuales limitaciones del lápiz y papel, sin reemplazarlos.

Introducción

La presente propuesta se inscribe en las tareas que se vienen desarrollando en el marco del Proyecto de Investigación cuatrienal "Procesos de acompañamiento en la formación inicial y continua de profesores en Matemática" (ING445, 2014-2017). Entre los objetivos específicos de su segundo tramo de ejecución (2016-2017) se encuentra reconocer modos propicios de acompañamiento y capacitación de profesores en Matemática que contribuyan a la continua resignificación de su conocimiento profesional y empoderamiento docente.

En esta línea de acción se propone este Taller, que está destinado a profesores en ejercicio o futuros profesores en Matemática con interés en integrar software educativo a sus prácticas de enseñanza de la Matemática. Esta integración, para que tenga lugar de manera significativa, trasciende el lugar de "agregado" a la enseñanza tradicional. Replantea la pedagogía puesta en escena y la disciplina en tratamiento.

El software con el que se trabajará en esta oportunidad es GeoGebra (www.geogebra.org), un programa libre e interactivo que reúne geometría, álgebra, cálculo, probabilidad y estadística. Cuenta con varias vistas: gráfica 2d, algebraica, gráfica 3d, hoja de cálculo, de cálculo simbólico así como de probabilidades y estadísticas. Alrededor del mundo existe una Comunidad GeoGebra de docentes-investigadores muy dinámica y en continuo crecimiento, con Institutos especializados por región.

Específicamente, como objetivos del Taller, se propende a que los asistentes puedan aproximarse a:

- Reconocer posibilidades didácticas de un software educativo matemático (GeoGebra).
- Resolver problemas matemáticos empleando GeoGebra.
- Explorar ciertos problemas cuya resolución se dificulta con solo lápiz y papel.
- Analizar posibilidades y limitaciones del software.
- Desarrollar criterios docentes para el empleo de software educativo en las clases de Matemática.

Referentes teórico-conceptuales

Se adopta el modelo teórico de *conocimiento matemático para enseñar* (Ball, Thames y Phelps, 2008) en lo concerniente a conocimiento profesional docente. En esta instancia, al integrarlo con las tecnologías de la información y la comunicación (TIC), se lo conjuga con el modelo teórico TPCK (por sus siglas en inglés: *Technological Pedagogical Content Knowledge*) de *conocimiento tecnológico pedagógico del contenido* (Mishra y Koehler, 2006). Ambos sientan sus bases en Shulman (1986), quien advirtió sobre un tipo especial de *conocimiento* que los profesores poseen: *didáctico del contenido*.

El *conocimiento tecnológico pedagógico del contenido* supone que integrar las TIC en las clases implica no solo conocer las herramientas, sino también "reacomodar" las prácticas, esto es, revisar y resignificar los conocimientos pedagógicos y disciplinares cuando se incluye tecnología. Esa conjunción de conocimientos da surgimiento, a su vez, a un nuevo conocimiento que es más que la suma de las partes (tecnología + pedagogía + contenido).

Con relación a la aplicación del modelo TPCK a la formación de profesores, Valverde, Garrido y Fernández (2010) destacan la complejidad y multidimensionalidad de "buenas" prácticas educativas con TIC. En efecto, exigen:

> (1) comprender la representación y formulación de conceptos y procedimientos para su comprensión a través de las TIC;
> (2) desarrollar estrategias didácticas constructivistas que usen las TIC para la enseñanza de contenidos curriculares;
> (3) conocer las dificultades en el aprendizaje de conceptos y de qué forma las TIC pueden ayudar a superarlas;
> (4) tomar en consideración el conocimiento previo de los alumnos, así como la epistemología del contenido curricular para comprender cómo las TIC pueden ser utilizadas para construir sobre el conocimiento pre-existente y desarrollar nuevas epistemologías (pp.203-204).

Estas cuestiones conjugan una amalgama de conocimientos que trasciende el conocimiento que posee aisladamente un experto en el contenido disciplinar (por ejemplo, un licenciado en Matemática), un experto en TIC (como puede ser un ingeniero informático) o un pedagogo experto (un cientista de la educación). De allí que la formación de profesores para la integración de las TIC, en sintonía con lo planteado por los autores, exija un replanteamiento de las prácticas actuales "excesivamente orientadas a la capacitación técnico-informática, sin relación con los contenidos curriculares específicos ni con los contextos de aplicación” (p.226).

En términos más generales, en cuanto al *impacto de las TIC en educación* resultan significativas unas palabras de Coll (2009, pp.113-114) al respecto:

> El primer y principal argumento [...] tiene que ver con el papel de estas tecnologías en la llamada sociedad de la información (SI). Nos estamos refiriendo al argumento según el cual en el nuevo escenario social, económico, político y cultural de la SI -facilitado en buena medida por las TIC y otros desarrollos tecnológicos que han venido produciéndose desde la segunda mitad del siglo XX- el conocimiento se ha convertido en la mercancía más valiosa de todas, y la educación y la formación en las vías para producirla y adquirirla.

Acerca del tipo de actividades que se propone trabajar: *problemas abiertos (o no rutinarios)*, se han tomado los aportes de Díaz y Poblete (2001). En particular, los dos problemas que aquí se enuncian fueron extraídos del material propuesto a docentes en el marco de la Especialización docente de nivel superior en educación y TIC (Pochulu, 2013-2015).

Problemas a abordar

Se prevé constituir grupos de dos personas cada uno. A cada grupo se le asignará, aleatoriamente, uno de los siguientes problemas.

Problema 1

Sea ABCD un cuadrilátero cualquiera y EFGH el cuadrilátero que resulta de unir las intersecciones de las bisectrices de los ángulos interiores del ABCD.

a) *Analizar características y propiedades que se pueden anticipar del EFGH si se conocen las características y propiedades del ABCD.*
b) *Enunciar al menos una conjetura a partir de lo analizado en el punto anterior.*
c) *Demostrar o aproximar una demostración formal de alguna conjetura enunciada.*

Problema 2

Sea $f: R \rightarrow R$ *con* $f(x)= ax^2+bx+c$, *donde a, b y c representan números reales y* $a \neq 0$.

a) *Describir las características gráficas de la familia de curvas que resultan de variar solo el parámetro b.*
b) *Enunciar al menos una conjetura a partir de lo analizado en el punto anterior.*
c) *Demostrar o aproximar una demostración formal de alguna conjetura enunciada.*

Se proponen problemas de diferentes ámbitos matemáticos con el objetivo de que en la puesta en común cada grupo pueda observar la versatilidad del uso del GeoGebra. También, al momento de elegirlos, se tuvo en cuenta que las resoluciones puedan asumir diferentes niveles de profundización, para ser desarrolladas en el nivel medio y fundamentadas desde un nivel superior. Otro elemento considerado para su elección fue que hallar una solución al problema sea el disparador de las estrategias a desarrollar, haciendo que el quehacer matemático sea el eje del trabajo. Así, el objetivo del problema se convierta en tomar conciencia de ese quehacer y de las decisiones elegidas.

Metodología de trabajo prevista

Los participantes irán desarrollando posibilidades didácticas con el software matemático durante el Taller. Se intercalarán explicaciones de los docentes que procuren conceptualizar aquellos conocimientos que como profesores en Matemática ponen en juego. Al finalizar, se realizará una puesta en común en el grupo-clase a fin de reflexionar sobre las producciones: caminos fructíferos o erróneos al resolver actividades, secuencias de enseñanza que se consideran factibles, dificultades en la implementación que se prevén.

Puntualmente, los asistentes se tomarán un momento para leer las consignas y responderemos, si hace falta, las inquietudes más gruesas (como dar algún ejemplo para el ítem (a) de cada problema). El objetivo es que exploren los problemas según lo que comprendieron. Mientras los asistentes exploran y ensayan estrategias, los docentes recorrerán los grupos pero siempre con la premisa de no condicionar el camino imponiendo direcciones.

En la puesta en común cada grupo comunica las conjeturas a las que arribó, con los niveles de validación respectivos. Además, se comparten las impresiones de los asistentes de haber trabajado con consignas de este tipo empleando software dinámico.

Algunas posibles conjeturas

Se prevé que entre las propiedades que se puedan apreciar se encuentren algunas de las que se comentan a continuación.

Para el primer problema:

- *Si el cuadrilátero ABCD es un cuadrado, un rombo o un romboide, entonces las bisectrices se cortan en un único punto, o sea que E=F=G=H.*
- *Si el cuadrilátero ABCD es rectángulo entonces el cuadrilátero EFGH es un cuadrado* (se comparte una captura de pantalla, a modo de ejemplo, en la Fig. 1).
- *Si el cuadrilátero ABCD es un paralelogramo, entonces el cuadrilátero EFGH es un rectángulo*.
- *Si el cuadrilátero ABCD es un trapecio isósceles, entonces el cuadrilátero EFGH es un romboide*.
- *Sea ABCD un cuadrilátero convexo tal que las bisectrices de sus ángulos interiores determinan el cuadrilátero convexo EFGH, entonces los ángulos interiores opuestos de EFGH son suplementarios*.

- *Si ABCD es un cuadrilátero convexo tal que las bisectrices de sus ángulos interiores determinan el cuadrilátero convexo EFGH, entonces EFGH es inscriptible. El centro de la circunferencia que lo circunscribe es la intersección de las mediatrices de sus lados*.

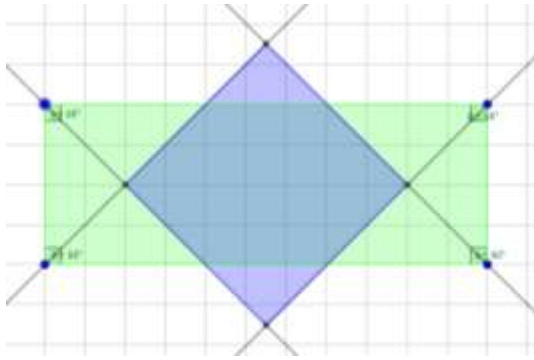

Figura 1. Captura de pantalla para ejemplificar el caso en que el cuadrilátero dado sea un rectángulo

Para el segundo problema:

- *La gráfica que describen los vértices de la familia de parábolas, que se obtienen al variar el parámetro b, es una parábola cuya ley es:* $g(x) = -ax^2 + c$.
- *Los vértices obtenidos de la familia de curvas formada por las gráficas de las funciones f variando b en R coinciden con el lugar geométrico de una parábola con concavidad opuesta* (se comparte una captura de pantalla, a modo de ejemplo, en la Fig. 2).
- *Las gráficas que se obtienen tienen todas la misma concavidad, siendo traslaciones de la original*.
- *El punto (0,c) está contenido en todas las parábolas*.
- *Si el parámetro b es negativo el vértice de las parábolas se encuentra en el primer o cuarto cuadrante*.
- *Para que el vértice quede sobre el eje x, la relación que debe haber entre el coeficiente principal, el coeficiente lineal y el término independiente debe ser* $b = \pm\sqrt{a.c}$ *, siempre que a.c>0*.

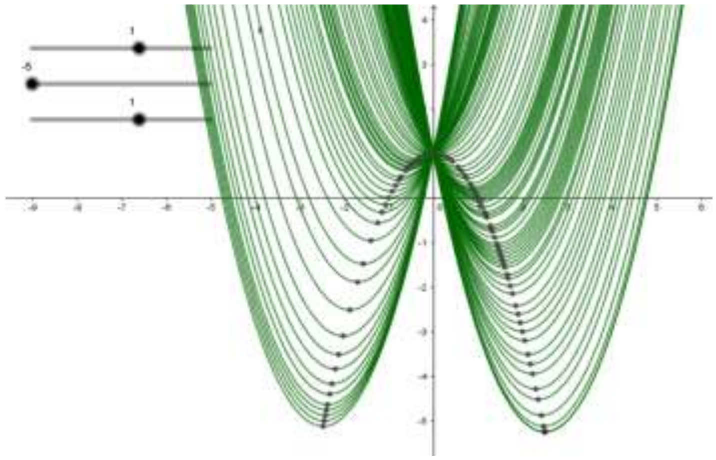

Figura 2. Captura de pantalla para mostrar la familia de curvas obtenida

Comentarios finales

Mediante este Taller se pretende disparar el interés y la discusión en torno al uso criterioso de software por parte de los profesores en Matemática. ¿Cómo aprovechar los recursos existentes?, ¿qué propuestas de enseñanza se valen de un empleo distintivo de los mismos?, ¿a qué perfil de estudiantes se proyectan nuestras acciones?, son algunas de las inquietudes que motivaron esta propuesta.

En esta breve instancia se procurará hacer emerger criterios docentes usuales al respecto, resolver genuinos problemas con software, generar conciencia acerca de las etapas necesarias en su proceso de resolución y poder resignificar criterios en diálogo con referentes teórico-conceptuales.

Referencias bibliográficas

Ball, D., Thames, M. y Phelps, G. (2008). Content Knowledge for Teaching. What Makes It Special? *Journal of Teacher Education*, *59*(5), 389-407.

Coll, C. (2009). Aprender y enseñar con las TIC: expectativas, realidad y potencialidades. En R. Carneiro, J.C. Toscano y T. Díaz (Coord.). *Los desafíos de las TIC para el cambio educativo* (pp.113-126). Madrid: Organización de los Estados Iberoamericanos.

Díaz, M.V. y Poblete, A. (2001). Contextualizando tipos de problemas matemáticos en el aula. *Números: Revista de didácticas de las matemáticas*, (45), 33-42.

Mishra, P. y Koehler, M. (2006). Technological pedagogical content knowledge: A framework for teacher knowledge. *Teachers College Record, 108*(6), 1017-1054.

Pochulu, M.D. (2013-2015). Propuesta educativa con TIC: Enseñar con TIC Matemática I (Clases 1 a 6). *Especialización docente de nivel superior en educación y TIC*. Buenos Aires: Ministerio de Educación de la Nación.

Shulman, L. (1986). Those who understand: Knowledge growth in teaching. *Educational Researcher, 15*(2), 4-14.

Valverde, J., Garrido, M.C. y Fernández, R. (2010). Enseñar y aprender con tecnologías: un modelo teórico para las buenas prácticas con TIC. *Revista Electrónica Teoría de la Educación: Educación y Cultura en la Sociedad de la Información*, *11*(1), 203-229.