

## GENÉISIS INSTRUMENTAL: UN ESTUDIO DEL PROCESO DE INSTRUMENTALIZACIÓN DE LA FUNCIÓN DEFINIDA POR TRAMOS

Jesús Victoria Flores Salazar – Luis Daniel Chumpitaz Malpartida  
jvflores@pucp – ldchumpitazm@pucp.pe  
IREM – Pontificia Universidad Católica del Perú

Tema: V.5 TIC y Matemática.

Modalidad: CB

Nivel educativo: Terciario - Universitario

Palabras clave: Enfoque instrumental, Función definida por tramos, GeoGebra

### Resumen

*Este artículo forma parte de la investigación que realizamos en la tesis de Chumpitaz (2013). Se desarrolló la experiencia en el curso de Análisis Matemático I con estudiantes de las carreras de ingeniería de la universidad San Ignacio de Loyola, en la que se introdujo la función definida por tramos en una secuencia mediada por el software GeoGebra. En esta secuencia, los estudiantes identificaron el dominio, rango, intervalos de monotonía, representaron la gráfica, determinaron su regla de correspondencia y realizaron transformaciones de una función definida por tramos. Se eligió esta función porque pensamos que su adecuado aprendizaje podría ayudar a que los estudiantes comprendan luego conceptos como los de límites y continuidad, en funciones cuya gráfica no puede ser realizada con un solo trazo. Para el análisis de las acciones de los estudiantes, se tomó como base teórica el enfoque instrumental de Rabardel (1995). Producto del análisis identificamos, en las interacciones de los estudiantes con la función definida por tramos, que los estudiantes movilizaron esquemas de uso pre existentes que permitieron minimizar las dificultades en la secuencia de aprendizaje, y además, en algunas actividades, propiedades de este artefacto (función definida por tramos) conservaron las características adquiridas durante su transformación a instrumento.*

### Introducción

Los aspectos de este artículo forman parte de la investigación que realizamos en la tesis de Chumpitaz (2013), de esta abordaremos el estudio de un proceso de instrumentalización relacionado con en el aprendizaje de la función definida por tramos por medio del software GeoGebra. Las conclusiones que mostraremos son productos de la metodología de la Ingeniería Didáctica de Artigue (1995) seleccionada para nuestra investigación, la que nos permitió confrontar los análisis a priori y a posteriori del ítem C de la actividad 6 que describiremos más adelante.

### Aspectos del Enfoque Instrumental

Para estudiar los aspectos iniciales de la función definida por tramos como instrumentos de aprendizaje por parte de los estudiantes, consideramos el enfoque instrumental presentado por Rabardel (1995). A continuación describimos los términos que según el autor, nos permitirán realizar un estudio de nuestra actividad con instrumentos: *Sujeto*,

se refiere a un individuo o grupo de individuos que desarrollan una acción y/o son elegidos para el estudio. *Esquemas de utilización*, donde “un esquema es una organización invariante de comportamientos para clases de situaciones”.

*Artefacto*: Puede entenderse como una cosa susceptible de su uso, elaborada para inscribirse en actividades intencionales. Puede ser un medio material como un computador, una chaquitacla (instrumento agrícola para el labrado utilizado en zonas andinas), entre otros. También puede ser un medio simbólico como el código Morse, la iconografía inca, el lenguaje algebraico, un gráfico en un sistema de coordenadas.

*Instrumento*: Puede entenderse como un artefacto en situación, inscrito en su uso. El concepto de instrumento involucra tanto al artefacto como a los esquemas mentales desarrollados por el estudiante cuando realiza una clase de tareas, como en la figura 1.



Figura 1. Componentes de un instrumento

De acuerdo a Rabardel (1995), denomino a la transformación progresiva del artefacto en instrumento como Génesis Instrumental. Así, propuso el modelo de Situaciones de la Actividad Instrumentada (SAI) con la finalidad de caracterizar, desde los polos: sujeto, instrumento y objeto, las situaciones donde el artefacto sufre una transformación. Las posibles interacciones son descritas en la figura 2.

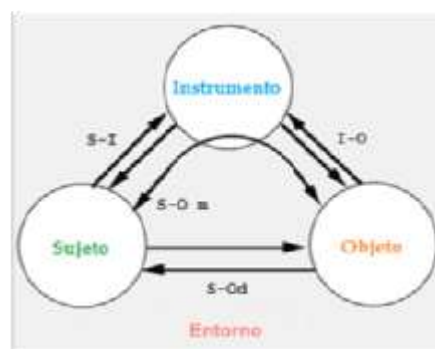


Figura 2. Modelo de Situaciones de la Actividad instrumentada.  
Fuente: Rabardel (1995)

Para analizar las acciones de los estudiantes (sujetos) en su aprendizaje de la función definida por tramos (objeto/instrumento) mediados por el GeoGebra (instrumento), creemos necesario considerar este modelo ya que nos observamos algunas interacciones entre los elementos de la triada en la situación de aprendizaje que planteamos para nuestro estudio.

La evolución de artefactos concierne a dos dimensiones, dos orientaciones diferentes y a la vez conjuntas: la instrumentalización dirigida hacia el artefacto y la instrumentación dirigida hacia el sujeto mismo, como describiremos a continuación:

*La instrumentalización* es un proceso referido al surgimiento y evolución de los componentes artefacto del instrumento: selección, reagrupación, producción, institución de funciones, cataresis, atribución de propiedades, transformación del artefacto (estructura, funcionamiento, etc.) que prolongan las creaciones y realizaciones de artefactos cuyos límites son difíciles de determinar debido a este proceso de transformación. *La instrumentación* es un proceso relativo al surgimiento y a la evolución de los esquemas de utilización y de acción instrumentada: constitución, funcionamiento, evolución por acomodación, coordinación, combinación, inclusión y asimilación recíproca, asimilación de artefactos nuevos a esquemas ya constituidos.

Se pueden distinguir dos niveles de instrumentalización por atribución de función a un artefacto: En un primer nivel, la instrumentalización es local, relacionada con una acción singular y con circunstancias de su desarrollo, donde el artefacto está instrumentalizado momentáneamente. En un segundo nivel, la función adquirida se conserva de manera durable como una propiedad del artefacto en relación con una clase de acciones, de objetos de la actividad de situaciones, aquí la instrumentalización es durable o permanente.

Cabe aclarar que los procesos de instrumentalización no se limitan a los artefactos de carácter tecnológico, por ejemplo, de acuerdo con Rabardel (1995) los lenguajes operativos son productos de una transformación hecha por operarios.

Respecto a la instrumentalización Trouche (2004) sugiere la existencia de tres estadios:

*Estadio de descubrimiento y selección de las teclas y comandos relevantes:* Por ejemplo, cuando un estudiante selecciona un ícono de la barra de herramientas o identifica un comando de la barra de entrada para representar gráficamente una función en el GeoGebra. *Estadio de personalización:* Por ejemplo, cuando un estudiante usa el

“Zoom” del GeoGebra para tener mejor vista de los detalles de los objetos que se pueden construir o manipular en la ventana gráfica del software. *Estadio de transformación*: Por ejemplo, cuando el estudiante crea en la barra de herramientas del GeoGebra una “macro” para realizar varias construcciones “rápidas”, todas basadas en el mismo proceso.

Teniendo como base este enfoque instrumental, consideramos que existe la necesidad de caracterizar la forma como los estudiantes enfrentan las restricciones de la situación de la actividad con instrumentos. Respecto a esto Rabardel (1995) señala tres tipos de restricciones que impone el artefacto:

Restricciones de modalidades de existencia: relacionadas con propiedades del artefacto como objeto material o cognitivo. Restricciones de intencionalidad: relacionadas con los objetos sobre los cuales permite actuar y las transformaciones que autoriza. Restricciones de estructuración de la acción: relacionadas con la pre estructuración de la acción del usuario.

El enfoque instrumental establece que las acciones de los estudiantes también están influenciadas por la manera como el artefacto es comprensible para ellos, es decir, que tan visible es el artefacto o parte de él. Esta visibilidad es tratada por Rabardel (1995) en términos de “transparencia del artefacto”, de los distintos tipos de transparencia que analizó, describimos brevemente *la transparencia cognitiva*: que nos permite analizar la visibilidad de herramientas cognitivas, como la función definida por tramos. Esta transparencia define el grado de accesibilidad del sujeto a los conocimientos, procedimientos y modelos subyacentes al funcionamiento de la herramienta.

### **Diseño de la experiencia de aprendizaje**

En esta experiencia participaron seis estudiantes del curso de Análisis Matemático I de la universidad San Ignacio de Loyola, organizados en dos equipos de tres estudiantes, denominamos como Equipo 1 y Equipo 2. El encuentro consistió en el desenvolvimiento de los estudiantes en una secuencia de aprendizaje de la función por tramos mediado por el software GeoGebra. La secuencia didáctica diseñada llevo como título “Función definida por tramos a través del software GeoGebra”, esta estuvo estructurada de la siguiente manera:

Las diez actividades instrumentadas fueron entregadas a cada equipo de estudiantes en una ficha de trabajo, cada una de estas actividades fueron denominadas en esta ficha con el término “Pregunta”. Las preguntas del cinco al diez fueron preparadas para iniciar a

los estudiantes en el uso de propiedades intrínsecas de la Función Definida por Tramos como también el identificar las funciones que instituyen en las propiedades intrínsecas y si estas son funciones momentáneas o si existe la posibilidad de que sean permanentes. En relación a la Pregunta 6, razón de este artículo, está contiene 5 ítems cuya distribución se encuentra relacionada con el archivo de GeoGebra “Pregunta\_6.ggb”, que fue entregado a los dos equipos de estudiantes. Este archivo presentó por defecto características como, la activación o desactivación de la cuadrícula de la vista gráfica, la activación o desactivación de forma general de estándar de la regla de correspondencia y la representación gráficas de las funciones correspondiente a la preguntas de la actividad de aprendizaje. Este archivos tuvieron el objetivo de disminuir la presencia de dificultades en la acciones de los estudiantes al realizar las actividades instrumentadas.

**PREGUNTA 6**

Use la representación gráfica de la función  $f$  definida en tres tramos del archivo “Pregunta\_6.ggb” de GeoGebra, para efectuar lo siguiente:

a) Escriban el dominio de  $f$ .

Dominio de la función  $f$

b) Escriban el rango de  $f$ .

Rango de la función  $f$

c) En el mismo archivo, traslade los tramos de la función  $f$  y construya la gráfica de otra función definida por tramos que pueda bosquejarse con un solo trazo.

d) Escriban el dominio de la nueva función construida en c).

Dominio de la función construida

e) Escriban los intervalos donde la función construida en c) es creciente.

Intervalo(s) donde la función es creciente

Al culminar, salven las modificaciones o construcciones en este archivo haciendo clic consecutivamente en “Archivo > Guardar” de la barra de menús de GeoGebra. Cierren el archivo y continúen con la siguiente pregunta

Figura 3. Imagen de la Pregunta 6

### Observaciones y análisis

A continuación realizaremos la descripción y los respectivos análisis a priori y a posteriori de las acciones de los estudiantes en el desarrollo del ítem C de la pregunta 6:

Análisis *a priori*

Los estudiantes usan la propiedad de arrastre del GeoGebra para construir una función que se pueda graficar con un solo trazo. Para esto, transforman la función original trasladando los tramos 1 y 3 hasta que los tres tramos en la vista gráfica de GeoGebra se muestren en forma consecutiva coincidiendo de dos en dos por uno de sus extremos.

Descripción del trabajo del equipo 1

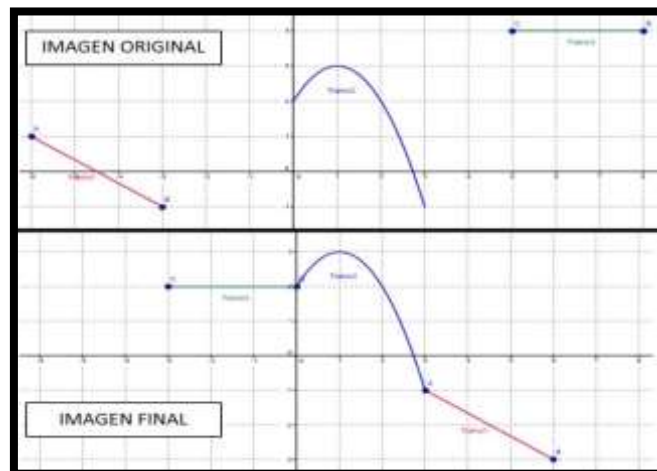


Figura 4. Pregunta 6-c desarrollada por el equipo 1

Observamos que los estudiantes usaron la propiedad de arrastre del GeoGebra para construir una función, como resultado de su primer intento, construyeron una gráfica de trazo continuo que no representaba una función, uno de los estudiantes del equipo hizo notar a sus compañeros del error. Luego trasladaron los tramos hasta que consiguieron una función que puede dibujarse con un trazo continuo..

Análisis *a posteriori*

En las acciones de los estudiantes como sujetos de la triada del modelo SAI, tomamos en cuenta los siguientes estatus de los elementos que interactúan en esta tarea:

Tabla 1. Función definida por tramos de trazo continuo (Modelo SAI) – Equipo 1

Modelo SAI: Construcción de una función definida por tramos de trazo continuo			
	Instrumento	Acción	Objeto
I	Tramos de la gráfica de $f$	Realizan traslaciones	Función $f$ definida por tramos
II	Arrastre	Desplazan con el cursor los tramos de la gráfica de $f$	Función $f$ definida por tramos

Del primer intento de construir una función de trazo continuo se puede observar que los tramos 1 y 3 presentan restricciones de modalidad de existencia ya que la propiedad del no solapamiento de los dominios de los tramos de una función definida por tramos hace notar a los estudiantes que el gráfico construido no es una función. Del intento de



trasladar el tramo 2 se evidencia una restricción de estructuración de acción, ya que en el diseño de este tramo se consideró la construcción de un objeto fijo. Los instrumentos declarados en la tabla 1 se encuentran en estadio de descubrimiento de acuerdo a Trouche (2004). Los estudiantes realizaron sin ninguna dificultad traslaciones de los tramos a través de la propiedad de arrastre de objetos, esto según esto podemos afirmar que la transformación de traslación de los tramos de la función fue suficiente transparente en esta actividad.

Descripción del trabajo del equipo 2

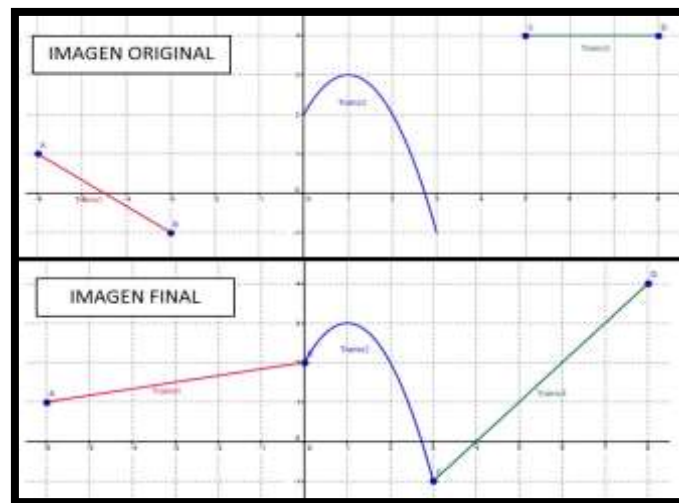


Figura 5. Pregunta 6-c desarrollada por el equipo 2

Los estudiantes usaron el arrastre de objetos del GeoGebra sin lograr trasladar adecuadamente los tramos de la función, arrastraron los extremos con lo que lograron únicamente estirar los tramos. Finalmente construyeron la gráfica de una función que puede dibujarse con un solo trazo, sin efectuar las traslaciones solicitadas en el enunciado de esta tarea.

Análisis *a posteriori*

En las acciones de los estudiantes como sujetos de la triada del modelo SAI, tomamos en cuenta los siguientes estatus de los elementos que interactúan en esta tarea:

Tabla 2. Función definida por tramos de trazo continuo (Modelo SAI) – Equipo 2

Modelo SAI: Construcción de una función definida por tramos de trazo continuo			
	Instrumento	Acción	Objeto
I	Tramos de la gráfica de $f$	Transforman la gráfica	Función $f$ definida por tramos
II	Arrastre	Desplazan con el cursor dos puntos de los tramos de la gráfica de $f$	Función $f$ definida por tramos

En la construcción de una función de trazo continuo se puede observar que los tramos 1 y 3 presentan restricciones de intencionalidad ya que estos tramos permiten efectuar transformaciones en la función definida por tramos que es objeto de la triada característica de señalada en la tabla 3. Los esquemas pre existentes de traslación de objetos en la vista gráfica de GeoGebra y traslación de funciones constantes y lineales realizadas con lápiz y papel en temas previos a la actividad, no fueron suficientes para realizar las traslaciones de los tramos 1 y 2, únicamente permitieron que los estudiantes del equipo 2 puedan trasladar dos extremos de dichos tramos, según esto podemos afirmar que la transformación de traslación de los tramos de la función no fue suficientemente transparente en esta actividad. Los instrumentos declarados en la tabla 2 se encuentran en estadio de descubrimiento de acuerdo a Trouche (2004).

### **Algunas consideraciones**

Podemos concluir que el uso del aspecto dinámico del GeoGebra en la secuencia de aprendizaje, en particular cuando diseñamos actividades de construcción de una función por tramos de trazo continuo, permitió minimizar dificultades en identificar el dominio y realizar transformaciones, sin embargo con la variedad de posibilidades del aspecto gráfico de esta función dejamos abierta la posibilidad de diseñar una secuencia de aprendizaje con un determinado conjunto de restricciones que hagan menos complicado su aprendizaje en los cursos cálculo y pre cálculo. Finalmente, aunque observamos que en las últimas actividades de la secuencia de aprendizaje se conservaron las funciones adquiridas por la función definida por tramos, el proceso de instrumentalización para esta función real fue local.

### **Referencias bibliográficas**

- Artigue M. & Douady, R. & Moreno, L. (1995). *Ingeniería Didáctica en Educación Matemática*. Colombia: Grupo Editorial Iberoamericana.
- Chumpitaz, L. (2013). *Génesis instrumental: Un estudio de los procesos de instrumentalización en el aprendizaje de la función definida por tramos mediado por el software GeoGebra con estudiantes de ingeniería*. (Tesis de maestría) Pontificia Universidad Católica del Perú.
- Rabardel, P. (1995). *Les Hommes et les Technologies: une approche cognitive des instruments contemporains*. Université Paris. Armand Colin.  
<http://ergoserv.psy.univ-paris8.fr/Site/> Consultado 15/03/2012