

## CONJETURAS Y AULAS VIRTUALES

Ana Laura Fortes  
anitafortes@gmail.com  
Colegio y Liceo Pedro Poveda. Uruguay

Tema: II.2 - La Resolución de Problemas como Vehículo del Aprendizaje Matemático.

Modalidad: CB

Nivel educativo: Medio (11 a 17 años)

Palabras claves: Conjeturas Aulas Virtuales Razonamiento.

### Resumen:

*Experiencia en el curso de matemática 2 de 5to año donde se trabajó en forma paralela con conjeturas en un aula virtual (plataforma moodle). Se pretende resaltar el beneficio de éstas para ejercitar el rigor y las destrezas del razonamiento matemático. El trabajo con conjeturas propone que los alumnos establezcan, mediante el método matemático, la validez de las afirmaciones a las que se llegan una vez que exploran este tipos de situaciones. Y es ahí donde deben establecer una argumentación lógica para justificar de manera convincente la respuesta. Que los alumnos elaboren una respuesta a una situación determinada, así como una argumentación, es algo que necesita de práctica. Somos los docentes los que debemos presentar a los alumnos actividades en las que se pueda vivenciar la matemática como algo creativo. Así mismo el trabajo en aulas virtuales enriquece, ayuda a la comunicación de la matemática y al trabajo autónomo de los estudiantes tanto en forma individual como grupal. Moodle se puede ver como una herramienta más en la que apoyar nuestra labor docente.*

Experiencia en el curso de matemática específica de 5to año donde se trabajó en forma paralela con conjeturas en un aula virtual (plataforma moodle).

El curso abarca tres grandes áreas de la matemática, a saber: geometría (Teorema de Tales y su derivaciones, semejanza de triángulos, geometría del espacio), número natural y algoritmos (divisibilidad, inducción completa) y análisis (sucesiones y área debajo de la curva). Es un curso que no tiene un hilo conductor ni una estructura que permita visualizar algunos de los temas en su globalidad. Con este “salpicón” de temáticas a tratar es muy difícil ver un proceso y establecerse objetivos a largo plazo.

Por otro lado, los alumnos tienen dificultades para adaptarse. Éstos vienen de años anteriores donde la mayor parte del tiempo se dedica a reproducir algoritmos y llegar a un resultado es el fin más buscado. En un curso de este nivel los aspectos teóricos deben tener más relevancia (en un principio se tenía toda la parte axiomática de número natural), como ser demostraciones, justificaciones, argumentaciones. Todo esto implica un mayor grado de abstracción, que en un principio no lo tienen desarrollado para el nivel.

Muchas veces tienen dificultades para entender y llevar a cabo los objetivos de las distintas actividades, como cuando se les piden que comparen, que justifiquen una respuesta, que escriban el proceso de resolución. Hoy en día es casi una utopía pensar que nuestros alumnos puedan elaborar una justificación o una demostración.

Entre las dificultades más frecuentes se encuentra:

- Fundamentar de manera coherente las conclusiones a las que llegan: Muchas veces no son sólidas las bases en las cuales se apoyan para dar una conclusión, todo queda en el ámbito intuitivo
- Explicar y justificar la secuencia de pasos que dan: No logran ser conscientes de los pasos que dan para resolver una determinada problemática, muchas veces logran el objetivo planteado pero no pueden visualizar el proceso que les permitió llegar a él.
- Comunicar los resultados de manera adecuada: No pueden transmitir ni resultados, ni procesos, ni dudas. Cuando el resultado al que tienen que llegar no es un número no logran expresarlo, ni en forma oral y mucho menos escrita
- Autonomía en el trabajo: siempre tiene que estar el docente para aprobar lo que hacen, durante el proceso y el resultado final.

Esta situación llevó a preguntarme: ¿Qué estamos haciendo en matemática?

Desde mi punto de vista, estamos transmitiendo a nuestros alumnos la aplicación de determinados algoritmos en determinados momentos cuya finalidad, como todo algoritmo, es llegar a un resultado, que puede ser un número/s, una gráfica, el trazado de determinadas figuras. Ellos aprenden el mecanismo y lo reproducen una y otra vez. La gran mayoría de las veces los enunciados de los ejercicios son estándares, por lo que los alumnos ya saben qué hacer si dice tal o cual palabra.

Para trabajar en matemática se necesita formular hipótesis, recopilar evidencias y elaborar un argumento que apoye estas nociones, de hecho, una demostración bien razonada debería ganar más reconocimiento que la capacidad de los estudiantes para encontrar la respuesta correcta. Limitándonos a enseñarles a los alumnos a aplicar

algoritmos, los limitamos a ellos y nos subestimamos a nosotros mismos y a nuestro trabajo como profesionales.

Una propuesta para intentar revertir esta situación fue acompañar el curso transversalmente con conjeturas, en un aula virtual. (Plataforma Moodle).

La situación tiene dos aspectos, por un lado el tema de las conjeturas y su relevancia en el pensamiento matemático y por el otro destacar los beneficios del aula virtual. Apoyarnos en ésta como una herramienta más para nuestra tarea.

### **¿Qué es una conjetura?**

Antes de abordar la respuesta a esta pregunta, aclaremos un poco el panorama. Pensemos todo esto en términos de problemas, ¿qué es un problema?

Para poder decir que una tarea es un problema tiene que haber un resolutor, y éste no tiene que poder resolverla mediante la aplicación de un algoritmo anteriormente aprendido, debe poder encontrar la solución basándose en conocimientos previos. Dentro de estos podemos realizar una posible clasificación de problemas en: abiertos y cerrados.

Objetivo del problema cerrado: indicar si una proposición concreta es verdadera o falsa.

Objetivo de los problemas abiertos: encontrar ciertos elementos que satisfagan la problemática planteada a través de la conexión entre datos e incógnitas. No se tiene a priori una conclusión de la situación, si no que ésta se debe encontrar mediante la exploración.

El enunciado del problema cerrado sugiere una solución, pero no un método de resolución.

El enunciado de un problema abierto no sugiere ni solución ni un método de resolución por lo cual estimula la formulación de conjeturas. Por lo tanto es necesario explorar la situación y establecer un resultado posible, una vez formulado éste se necesita de la comprobación del mismo. (La demostración). Es en ese momento donde entran en juego las conjeturas.

Con el panorama un poco más claro, nos volvemos a preguntar: ¿qué es una conjetura?

Una conjetura es una proposición que se prevé verdadera pero que está pendiente de ser sometida a examen, ésta puede ser verdadera o falsa, en caso de presentar un ejemplo para el cual la conjetura no sea válida ésta se rechaza (La conjetura se refuta). Si se demuestra para todos los casos se considera válida.

Un aspecto importante de las conjeturas es la confirmación de su validez. Se necesita justificar de manera convincente una respuesta determinada.

Para eso hay que establecer una argumentación lógica que lo garantice la verdad de lo afirmado. Esas argumentaciones, cuyos pasos son implicaciones lógicas, constituyen lo que llamamos una demostración.

Construir una prueba no es algo sencillo para los alumnos, la perspicacia y la destreza que permiten elaborarla se adquieren con la experiencia. Motivo por el cual debemos proporcionar ocasiones para que nuestros estudiantes vayan adquiriendo experiencia en formular con precisión argumentaciones que proporcionen la certeza de los enunciados. El desarrollo intelectual de los alumnos de enseñanza media permite avanzar hacia procesos de razonamiento más formales y abstractos, pero que de todas formas necesitan de práctica.

El método matemático permite alcanzar una completa seguridad sobre sus afirmaciones basándose en razonamiento y no solo en la acumulación de indicios favorables. Una de las principales características de la actividad matemática son los mecanismos de razonamiento que propicia, por lo tanto, desde el inicio de la enseñanza de la matemática los docentes debemos promover el razonamiento, para esto es necesario proporcionar diferentes situaciones que permitan a nuestros alumnos ponerlo en juego.

### **¿Qué es Moodle?**

Moodle es un paquete de software para la creación de cursos y sitios web basados en Internet, o sea, una aplicación para crear y gestionar plataformas educativas. Espacios donde un centro educativo, institución o empresa, gestiona recursos educativos. Organiza el acceso a docentes y alumnos. Es el docente el que gestiona el recurso, y de acuerdo a esto se establece una comunicación entre todos los implicados. Moodle se distribuye gratuitamente como Software Libre.

Cuatro conceptos principales subyacentes dentro de esta forma de trabajo:

**Constructivismo:** Este punto de vista sostiene que la gente construye activamente nuevos conocimientos a medida que interactúa con su entorno. Todo lo que se lee, se ve, se oye, se siente y se toca se contrasta con un conocimiento anterior y si encaja dentro del mundo que hay en nuestra mente, puede formar nuevo conocimiento que se llevará consigo. Este conocimiento se refuerza si podemos usarlo con éxito en el entorno que nos rodea. El conocimiento es un proceso de interpretación no una transferencia de un cerebro a otro.

**Construccionismo:** El construccionismo explica que el aprendizaje es particularmente efectivo cuando se construye algo que debe llegar a otros. Esto puede ser: una frase hablada, enviar un mensaje en internet, a artefactos más complejos como una pintura, una casa o un paquete de software.

Por ejemplo, puedes leer esta página varias veces y aun así haberla olvidado mañana; pero si tuvieras que intentar explicar estas ideas a alguien usando tus propias palabras que explique estos conceptos, entonces se tendrá una mayor comprensión de estos conceptos, más integrada en tus propias ideas.

Es un detalle no menor en este tipo de ámbitos. Todo lo que se hace un medio como estos está dirigido a otros, siempre hay un receptor que tiene que entender e interpretar. Por lo tanto los usuarios están obligados a hacerse entender. Hay que entender y hay que explicar lo entendido. En esa transmisión, de procedimientos, de resultados, hay un aprendizaje. Se aprehende lo ya aprendido.

**Constructivismo social:** Esto extiende las ideas anteriores a la construcción de cosas de un grupo social para otro, creando colectivamente una pequeña cultura de contenidos compartidos con significados compartidos.

Cuando alguien está inmerso en una cultura como ésta, está aprendiendo continuamente acerca de cómo formar parte de esa cultura en muchos niveles. Un ejemplo muy simple es un objeto como una copa. El objeto puede ser usado para muchas cosas distintas, pero su forma sugiere un "conocimiento" acerca de cómo almacenar y transportar líquidos. Un ejemplo más complejo es un curso en línea: no sólo las "formas" de las herramientas de software indican ciertas cosas acerca de cómo deberían funcionar los cursos en línea, sino

que las actividades y textos producidos dentro del grupo como un todo ayudarán a definir a cada persona su forma de participar en el grupo.

De este modo el grupo va construyendo su aprendizaje, unos con otros, y creando así una cultura basada en el compartir contenidos y significados de esos contenidos.

**Conectados y Separados:** Esta idea explora más profundamente las motivaciones de los individuos en una discusión.

**Un comportamiento separado:** es cuando se remite a los hechos y tiende a defender sus propias ideas, usando la lógica buscando agujeros en los razonamientos de sus oponentes.  
**El comportamiento conectado:** es una aproximación más empática, que intenta escuchar y hacer preguntas en un esfuerzo para entender el punto de vista del interlocutor.

**El comportamiento constructivo:** es cuando una persona es sensible a ambas aproximaciones y es capaz de escoger una entre ambas como la apropiada para cada situación particular. Los docentes podemos crear situaciones, bajo determinadas reglas, que permitan acercarse a uno u otra postura.

### **La actividad:**

Consistió en presentar conjeturas, relacionadas con los temas tratados en ese momento, en un aula virtual. Los alumnos se separan en grupos, según un criterio que determina el docente. Y se establecen foros de discusión en función de la conjetura. La idea macro es que cada alumno debe trabajar solo desde su casa, éste accede a la plataforma, lee la propuesta e ingresa la resolución. A raíz de eso se incentiva a generen intercambios con el fin de enriquecer el razonamiento que cada uno elaboró para resolver el problema. Se pretende que exploren una determinada situación, hagan una generalización (la conjetura) y que la demuestren, en caso de ser posible. Para esto último entran en juego los conocimientos teóricos trabajados en el aula.

Si bien son actividades que no están pensadas para ser trabajadas en el aula no se puede separar completamente de ella. El trabajo en aulas virtuales enriquece, genera otra forma de comunicación entre el profesor y los alumnos y entre los alumnos mismos.

Este tipo de mecanismos ayuda a la comunicación, a la de la matemática, y al trabajo autónomo de los estudiantes tanto en forma individual como grupal. Moodle se puede ver como una herramienta más en la que apoyar nuestra labor docente.

### **Una experiencia:**

**Propuesta:** *“Los números 7 y 9 son impares consecutivos. Su suma es 16, es decir un número par. ¿Tiene algo de particular este número? ¿Siempre que sumamos dos impares consecutivos obtendremos un número par de estas características? Explora la situación y trata de formular una propiedad de carácter general”*

**Alumno 1:** *“La suma de dos números naturales impares consecutivos siempre va a ser un número par. Éste número par va a valer el doble que el número par natural que existe entre estos dos (en el ejemplo sería 8, la mitad de 16, y el es número que media entre 7 y 9). Nos podemos dar fácilmente cuenta de esto porque los dos números tienen una diferencia de 1 con el que media entre ellos. Si le restamos una unidad al 9, y se la agregamos al 7, el resultado de la suma no va a cambiar, y a la vez esto quedaría planteado como  $8 + 8$ . Es decir, una suma de dos pares, cuyo resultado siempre dará un número par. Este se aplica para todos los números naturales impares consecutivos. Una forma de carácter general sería:  $n + (n + 2) = 2(n + 1)$  Siendo  $n$  un número impar. O  $[2n-1 + 2(n+1) - 1]/2 = 2n$  Siendo  $n$  cualquier número natural”*

**Alumno 2:** *“Si, que si se divide entre dos el resultado es 8, que es el número que se encuentra en 7 y 9. Lo mismo sucede si sumo  $9 + 11 = 20$  y  $20$  dividido  $2$  es  $10$ . Si, sabiendo que  $2n$  es un número par entonces se puede deducir que  $2n - 1$  es impar, y el siguiente impar consecutivo será  $2n + 1$ . Cuando sumamos estos dos números impares consecutivos (al igual que el ejemplo), obtendremos  $2n - 1 + 2n + 1 = 4n$ , si el resultado lo divido entre  $2$  obtengo  $2n$  que es el número par que está entre  $2n - 1$  y  $2n + 1$ , y como esto es válido para cualquier “ $n$ ” se cumple para cualquier número natural.”*

### **Aspectos a destacar:**

En esta forma de trabajo las competencias que nuestros alumnos tienen que poner en juego son: la comprensión lectora: el docente no está presente para leer y explicarle la consigna; el alumno está obligado a leer una y otra vez hasta entender que se le está

pidiendo. El razonamiento: Por el tipo de actividad propuesta; se ponen en juego, así como se ejercitan fuera del contexto áulico, los conocimientos trabajados en clase y las estrategias que el alumno pueda elaborar para resolver la problemática plateada. La comunicación: están obligados a expresar los resultados obtenidos y a hacerse entender, tanto en el razonamiento que utilizaron como al resultado al que llegaron, sea en la comunicación entre pares como así también con el docente. La autonomía: este tipo de actividades implica un trabajo autónomo. No se está trabajando en el aula y el docente deja de ser el que valida o no lo que ellos hacen.

## Referencias

Gairín Sallán, J.M. & Sancho Rocher, J. (2002). Razonar. En M. de Guzmán, L. Rico (Eds.), *Números y Algoritmos* (pp 109 - 139). Madrid: Editorial Síntesis.

Perspectivas teóricas en el proceso de elaboración de conjeturas e implicaciones para la práctica: tipos y pasos. En [www.funes.unidades.edu.co](http://www.funes.unidades.edu.co)

Recuperado de [http://funes.uniandes.edu.co/1646/1/EECC\\_EC08-431-444.pdf](http://funes.uniandes.edu.co/1646/1/EECC_EC08-431-444.pdf)

MOODLE como recurso didáctico. En *Entornos virtuales de aprendizaje de* <http://www.utn.edu.ar/edutec2007>

Recuperado de <http://www.utn.edu.ar/aprobedutec07/docs/150.pdf>