

ENSINO E APRENDIZAGEM DE RELAÇÕES ENTRE ELEMENTOS DA LINGUAGEM ALGÉBRICA POR MEIO DA EQUIVALÊNCIA DE ESTÍMULOS

Jader Otavio Dalto – Verônica Bender Haydu

jader.dalto@ufms.br – haydu@uel.br

Universidade Federal de Mato Grosso do Sul/Brasil – Universidade Estadual de Londrina/Brasil

Tema: I.1 Pensamento Algébrico

Modalidade: CB

Nível educativo: Primário (6 a 11 anos)

Palavras-chave: Educação Matemática; Equivalência de Estímulos; Função do Primeiro Grau

Resumo

Este trabalho apresenta resultados parciais de uma investigação de doutorado, na qual procurou-se analisar o ensino e aprendizagem de relações entre elementos da linguagem algébrica referentes à função do primeiro grau por meio do Modelo da Equivalência de Estímulos. Esse modelo considera que ao serem ensinadas relações entre elementos da linguagem algébrica, podem emergir relações que não foram diretamente ensinadas, caracterizando o que se considera como classes de equivalência. Considerando como elementos da linguagem algébrica gráficos, tabelas e expressões de funções afins da forma $y=ax+b$, com $a=1$, foi desenvolvido um procedimento de ensino de discriminações condicionais entre esses elementos da linguagem algébrica e aplicado a nove estudantes do oitavo ano do Ensino Fundamental, juntamente com um Pré-teste e um Pós-teste escritos para verificação das relações emergentes. Como resultados principais, tem-se que foi verificada a formação das classes de equivalência e a generalização de estímulos para sete dos nove participantes. Além disso, sete participantes apresentaram uma grande diferença no desempenho dos testes escritos. Esses resultados são consistentes com os apresentados na literatura no que se refere à efetividade da utilização do Modelo da Equivalência de Estímulos como mais uma estratégia de ensino e de aprendizagem de Matemática.

O ensino e a aprendizagem de matemática estão relacionados à aprendizagem da linguagem algébrica, que pode ser considerada como ferramenta para a comunicação e criação de ideias matemáticas (Drouhard & Teppo, 2004). Com o intuito de se caracterizar essa linguagem, pode-se recorrer aos textos dos livros didáticos, cujos elementos impressos podem ser categorizados em linguagem natural, escritos simbólicos e representações combinadas¹.

São considerados, por Drouhard e Teppo (2004), elementos da linguagem natural, frases ou sentenças escritas em português, inglês, ou qualquer outro idioma. Escritos

¹ “Natural language”, “symbolic writings” e “compound representations” no original.

simbólicos são as expressões que se utilizam exclusivamente de símbolos matemáticos, como, por exemplo, $x + y = 20$ ou ainda $f(x) = x^3 - 9x^2 - 3x + 5$. São consideradas representações combinadas os gráficos, os desenhos, os esquemas, que podem incluir tanto elementos da linguagem natural como escritos simbólicos. Esses elementos caracterizam, de acordo com Drouhard e Teppo (2004), a linguagem algébrica, que é composta, dessa forma, pela linguagem natural e por um sistema simbólico (escritos simbólicos e representações combinadas). Muitas vezes, para o mesmo objeto matemático, existem elementos da linguagem natural, escritos simbólicos e representações combinadas que são equivalentes, os quais os estudantes devem ser capazes de utilizar esses diferentes elementos da linguagem algébrica para resolver problemas, conforme a necessidade.

Esse trabalho traz alguns resultados de nossa pesquisa de doutorado (Dalto, 2012), que tratou do ensino e da aprendizagem de relações entre esses elementos da linguagem algébrica de acordo com o Modelo da Equivalência de Estímulos, proposto por Sidman (1994, 2000), para o conteúdo de funções do primeiro grau. Apresentamos, a seguir, algumas considerações sobre esse modelo.

O ensino de relações entre os diferentes elementos da linguagem algébrica pode se dar por meio de discriminações condicionais arranjadas de forma a possibilitar a emergência de novas relações, caracterizando o que foi denominado como Equivalência de Estímulos. O processo de discriminação condicional é, de acordo com Sidman (1994, 2000) a matéria prima para que seja possível responder a relações entre estímulos que não foram diretamente ensinadas. Ao serem ensinadas relações arbitrárias entre estímulos, os estímulos envolvidos nessas relações podem fazer parte do que Sidman denominou “classe de estímulos equivalentes”. Para que isso ocorra, deve-se ensinar pelo menos duas discriminações condicionais entre três estímulos, sendo que um estímulo deve ser comum às duas discriminações condicionais. Para que esses estímulos formem uma classe de estímulos equivalentes, Sidman (1994, 2000) propôs critérios baseados na definição de relações de equivalência da Teoria dos Conjuntos. Temos que se A for um conjunto não vazio, uma relação R em A é considerada relação de equivalência se for, simultaneamente, reflexiva, simétrica e transitiva.

Atualmente, o tema “formação de classes de equivalência” tem sido alvo de grande interesse dos analistas do comportamento, os quais vêm descobrindo contribuições significativas para o ensino de leitura, escrita e matemática (e.g. Haydu, 2006). No que se refere ao ensino de matemática, alguns estudos referem-se ao ensino de número, do processo de resolução de problemas aritméticos, (e.g. Carmo, 2000; Haydu, 2001) ao ensino de relações entre fração e decimal de números racionais (e.g. Lynch & Cuvo, 1995), ao ensino de transformações de funções quadráticas, exponenciais e trigonométricas (Ninnes et al., 2009, 2006, 2005) e o ensino da técnica de inferência estatística teste de hipótese (Fienup, Critchfield & Covey, 2010).

A Pesquisa

Realizamos uma pesquisa experimental que teve como pressuposto teórico o modelo da equivalência de estímulos e a formação de classes de estímulos equivalentes entre elementos simbólicos relacionados a funções do primeiro grau, de modo a verificar se o modelo da equivalência de estímulos é eficaz e eficiente para o ensino e aprendizagem desse conteúdo a estudantes do Ensino Fundamental.

No que se refere especificamente a funções, está sendo considerado nessa investigação que, um estudante que compreende o conteúdo de funções, emite pelo menos os seguintes comportamentos:

- a) identificar as coordenadas de pontos esboçados no plano cartesiano;
- b) localizar pontos no plano cartesiano a partir de suas coordenadas;
- c) relacionar o gráfico de uma função a sua expressão algébrica e a tabelas que contenham alguns de seus pontos;
- d) relacionar uma tabela que contenha alguns dos pontos da função à sua expressão algébrica;
- e) relacionar gráficos, tabelas e expressões algébricas a situações descritas em língua natural.

Baseando-se nesses comportamentos, foram objetivos da pesquisa:

- a) possibilitar aos participantes da pesquisa a formação de classes de estímulos equivalentes entre gráficos, tabelas e expressões algébricas de funções afins;
- b) analisar o processo de formação das classes de estímulos equivalentes entre gráficos, tabelas e expressões algébricas de funções do primeiro grau da forma $y=ax+b$, com $a=1$;

c) verificar se a formação de classes de estímulos equivalentes entre gráfico, tabela e expressão de funções afins possibilita a generalização de estímulos, ou seja, se faz com que o participante seja capaz de identificar gráficos de outras funções afins que não fizeram parte das classes anteriores;

Participaram do estudo nove estudantes, sendo cinco do sexo feminino e quatro do sexo masculino, matriculados no 8º ano do Ensino Fundamental de uma escola pública. Para garantir o anonimato dos participantes, cada um deles recebeu uma denominação composta pela letra A e por um número que varia de 1 a 9.

O procedimento foi dividido em duas fases. Uma fase escrita, que consistia em Pré-teste e um Pós-teste escritos, e a fase realizada no computador com o *Software Equivalência*, que consistia em um Pré-teste no *software* e em três etapas. O teste escrito, aplicado antes e depois do procedimento com o *software*, era composto por sete questões abertas – ou discursivas, relacionadas aos comportamentos que citamos anteriormente. As questões deste teste estavam relacionadas à funções e pontos no plano cartesiano que não apareceram em nenhuma das etapas do procedimento com o *software*.

Cada uma das etapas da fase com o *software* foi dividida em blocos de ensino de discriminações condicionais (Blocos Ensino), blocos de verificação das relações emergentes (Blocos Teste) e blocos de avaliação da generalização de estímulos (Blocos Pós-teste).

Nos Blocos Ensino, o *software* apresentava, no centro da tela, um elemento da linguagem algébrica e, nos cantos, quatro outros elementos da linguagem algébrica de tipo diferente do central (e.g., no centro era apresentado um gráfico e nos cantos tabelas). Ao escolher um dos elementos apresentados no canto da tela, os participantes eram informados, por meio de uma mensagem na tela do computador, se sua escolha estava correta ou incorreta. Caso o participante conseguisse atingir o critério de acertos de pelo menos 80% das relações dos Blocos Ensino, o mesmo era submetido aos blocos de verificação das relações emergentes. Se o critério de acertos não fosse atingido, o participante retornava no Bloco Ensino. Esse procedimento era feito até que o participante conseguisse atingir o critério de acertos no bloco.

Havia, em todas as etapas, três tipos de Blocos Teste. O primeiro deles é o Bloco Teste LB (Teste de Linha de Base). Nesse bloco, as relações estabelecidas nos Blocos Ensino eram apresentadas ao participante, que precisaria acertar pelo menos sete das oito tentativas do bloco (o que correspondia a 87,5% de acertos) para passar para o Bloco Teste seguinte. Caso o critério não fosse atingido nesse bloco, o procedimento retornava ao Bloco Ensino. Atingido o critério, o participante era submetido ao Bloco Teste Simetria. Nesse bloco, as figuras representando os elementos da linguagem algébrica que apareciam no centro da tela (estímulos-modelo) tornavam-se as figuras do canto da tela (estímulos-comparação) e vice-versa. Ao atingir o critério de acertos nesse bloco, o participante era submetido ao Teste Equivalência, no qual era verificada a formação das classes de equivalência quando o participante acertava no mínimo sete das oito relações do bloco. Cabe ressaltar que em todos os Blocos Teste, o *software* não apresentava *feedback*, ou seja, aos participantes não era informado se a escolha do estímulo de comparação estava correta ou não. Além disso, caso o critério de acertos não fosse atingido em qualquer um desses Blocos Teste, o procedimento retornava ao Bloco Ensino.

Após a verificação da formação das classes de equivalência, o participante era submetido a um Bloco Pós-teste com o *software*. Nesse bloco, os elementos da linguagem algébrica que foram apresentados no Pré-teste com o *software* foram novamente apresentados para verificar se, após a formação das classes de estímulos equivalentes de funções do primeiro grau específicas, a formação de classes de estímulos equivalentes de elementos da linguagem algébrica de outras funções seria verificada. Em seguida, os participantes resolviam novamente as questões do teste escrito (Pós-teste escrito).

Resultados

Todos os participantes necessitaram de apenas uma única sessão, cujo tempo de duração variou de 1h45min a 3h45min para que resolvessem o Pré-teste e o Pós-teste escrito e para que realizassem as tarefas no computador. A produção escrita dos participantes no pré-teste foi analisada e as resoluções das questões foram classificadas em quatro grupos: correta, parcialmente correta, incorreta, em branco. Para cada um desses grupos, foram atribuídas as seguintes pontuações: 2, caso a resolução e resposta estivessem corretas; 1, caso a resposta e/ou resolução estivessem parcialmente incorretas e 0 caso a

resolução e resposta estivessem incorretas ou em branco. Por meio dessa pontuação, foi calculado o desempenho percentual dos participantes nesse teste, que variou de 0 a 42,9%, sendo que grande parte das resoluções estava parcialmente correta, incorretas ou em branco. O Pré-teste escrito mostrou que os participantes não estavam familiarizados com o conteúdo a ser ensinado, uma vez que a média de acertos dos participantes foi de 17,5%.

Na etapa 1, foi solicitado aos participantes que estabelecessem relações entre os estímulos língua natural, representações combinadas (tabela) e escritos simbólicos. Todos os participantes demonstraram a formação das classes de estímulos equivalentes, bem como um desempenho superior a 87% no Teste de Generalização, exceto o Participante A5.

Na etapa 2, os participantes foram, inicialmente, instruídos a localizar os pontos no plano cartesiano, bem como a identificar as coordenadas de um ponto representado nesse plano. Nessa etapa, os Participantes A1, A3, A6 e A9 conseguiram atingir o critério de acertos na primeira vez que foram submetidos aos blocos. De modo geral, os erros dos participantes nessa etapa são referentes a relações entre figuras que descreviam coordenadas dos pontos no plano cartesiano (e.g. “ $x=0$ e $y=2$ ”) e uma figura que esboçava um ponto no plano cartesiano.

Na etapa 3, os participantes estabeleceram relações entre elementos da linguagem algébrica referentes a funções do primeiro grau da forma $y=1x+b$, foi verificado se ocorreu a formação das classes de equivalência e se ocorreu generalização de estímulos. Com exceção do Participante A6, cujas informações não puderam ser recuperadas, foi verificada a formação de classes de equivalência para os demais e um desempenho superior a 66% nos Testes de Generalização.

Após encerrar o procedimento com o *software*, aos participantes foram entregues o teste contendo as mesmas questões do Pré-teste, com o intuito de se verificar se houve diferença nas produções escritas dos mesmos para as questões. Os resultados desse teste mostram que o desempenho dos participantes variou de 50% a 100%. A Figura 1 estabelece uma comparação entre o desempenho de cada um dos participantes nos testes escritos.

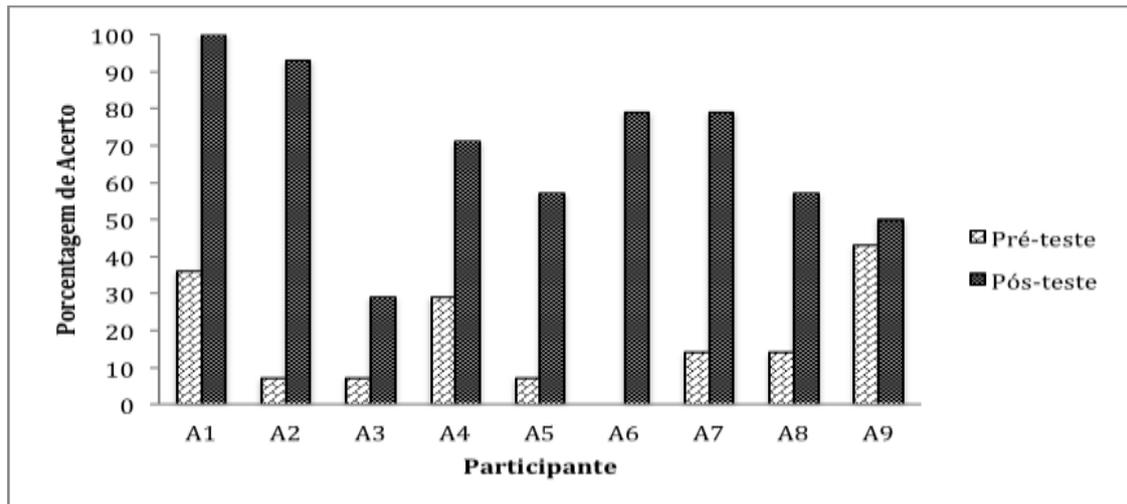


Figura 1 - Desempenho dos participantes no Pré e Pós-teste escrito

Os resultados desse teste escrito mostram que, apenas 24% das questões estavam incorretas ou em branco e cerca de 60% foram consideradas corretas. Além disso, sete participantes apresentaram uma grande diferença no desempenho dos testes escritos, sendo que cinco deles também apresentam aumento no desempenho do Pós-teste no software.

Algumas considerações

As alterações no repertório comportamental dos participantes que caracterizam a aprendizagem de função do primeiro grau podem ser verificadas analisando as produções escritas dos participantes do estudo. A comparação da produção escrita do Pré-teste e do Pós-teste escrito permite verificar que houve uma melhora no desempenho de todos os participantes da investigação no Pós-teste. Foi verificada uma grande diferença no desempenho de sete dos nove participantes. Esses resultados sugerem que a formação de relações de equivalência entre elementos da linguagem algébrica referentes a função do primeiro grau possibilita a generalização de estímulos. Isso significa que aprender a relacionar tabela, gráfico e expressão de funções do primeiro grau específicas por meio do procedimento desenvolvido nesta investigação faz com que seja possível relacionar gráfico, tabela e expressão de outras funções do primeiro grau.

O Modelo da Equivalência de Estímulos enquanto estratégia de ensino não fez com que todos os participantes obtivessem um desempenho de 100% de acertos em todos os Pós-

testes. Entretanto, como mostrou ser efetivo para a maioria deles, esse modelo se configura como uma possibilidade metodológica a mais para o ensino de função do primeiro grau, assim como são a Modelagem Matemática, Resolução de Problemas, entre outras. É por esse motivo que não se pretende sugerir que o ensino desse ou de qualquer outro conteúdo na escola resume-se a um tipo de procedimento de ensino como o adotado nessa investigação. O procedimento de ensino delineado nesse estudo pode ser incorporado ao que hoje já é feito pelo professor nas aulas de matemática e, para verificar como pode ocorrer tal incorporação, novas investigações podem ser feitas no contexto da sala de aula.

Referências

- Carmo, J. S. (2000). O conceito de número como rede de relações. In: Kerbauy, R. R. (Org.). *Sobre Comportamento e Cognição*. (pp. 97-113). São Paulo: SET.
- Dalto, J. O. (2012) *Ensino e Aprendizagem de Função do Primeiro Grau por meio do Modelo da Equivalência de Estímulos*. (Tese de doutorado). Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Educação Matemática - Universidade Estadual de Londrina, Londrina – PR – Brasil.
- Drouhard, J. P. & Teppo, A. R. (2004). Symbols and Language. In: Stacey K.; Chick, H. & Kendal, M. (Ed.). *The Future of Teaching and Learning of Algebra*. (pp. 227-264) Melbourne: Kluwer Academic Publishers.
- Fienup, D. M.; Covey, D. P. & Critchfield, T. S. (2010). Teaching brain-behavior relationships economically with stimulus equivalence technology. *Journal of Applied Behavior Analysis*, 43, pp. 9-33.
- Haydu, V. B. et al. (2006). Resolução de Problemas Aritméticos: efeito de relações de equivalência entre três diferentes formas de apresentação dos problemas. *Psicologia: reflexão e crítica*, 19(1), pp. 44-52.
- Haydu, V. B., et al. (2001). Dificuldades e facilidades produzidas pela forma de apresentação de problemas aritméticos com a incógnita em diferentes posições. In: Marquezine, M.C. et al. (Eds.). *Perspectivas Multidisciplinares em Educação Especial II*. (pp. 593-601). Londrina: EDUEL.
- Lynch, D. C. & Cuvo, A. J. (1995). Stimulus equivalence instruction of fraction-decimal relations. *Journal of Applied Behavior Analysis*, 28, pp. 115–126.
- Ninnes, C. et al. (2005). A functional analytic approach to computer-interactive mathematics. *Journal of Applied Behavior Analysis*, n. 38, pp. 1-22.
- Ninnes, C. et al. (2009). Constructing and Deriving Reciprocal Trigonometric Relations: a functional analytic approach. *Journal of Applied Behavior Analysis*, 42(2) pp.191-208.
- Ninnes, C., et al. (2006). Transformations of Mathematical and Stimulus Functions. *Journal of Applied Behavior Analysis*, 39(3), pp. 299-321.
- Sidman, M. (1994). *Equivalence Relations and Behavior: a research story*. Boston, MA: Authors Cooperative Publishers.
- Sidman, M. (2000). Equivalence Relations and the reinforcement contingency. *Journal of the Experimental Analysis of Behavior*, 74, pp. 127–146.

