

“MICRO-INGENIERÍA DIDÁCTICA ADECUANDO UNA BALANZA PARA ENSEÑAR A LOS ESTUDIANTES A DESCUBRIR Y DESARROLLAR ESTRATEGIAS QUE LES PERMITA RESOLVER ECUACIONES DE PRIMER GRADO CON COEFICIENTES ENTEROS”

Luis Rolando Muñoz Garay - Yohana G. Swears Pozo

Rmunoz@uibero.cl, yswears@uibero.cl

Universidad Iberoamericana de Ciencias y Tecnología – Chile

Tema: I.2 - Pensamiento Numérico.

Modalidad: CB

Nivel educativo: Primer año de educación secundaria

Palabras claves: “situación didáctica”, “enseñanza ecuaciones”, a-didáctica. “Micro-ingeniería didáctica”

Resumen

Existen diversos esfuerzos por innovar en la enseñanza de la matemática utilizando juegos o uso de material concreto que no tienen una base teórica de Didáctica Matemática, por ello desarrollamos éste trabajo tomando como Marco Teórico la Ingeniería Didáctica de Yves Chevallard y la Teoría de Situaciones Didácticas de Guy Brousseau para implementar una Balanza que se ha adaptado para enseñar la ecuación de primer grado. El presente trabajo busca modificar la enseñanza de las ecuaciones de primer grado, basada en elaborar un sistema de adiestramiento del estudiante para que domine técnicas que deben seguirse para lograr resultados correctos, por una estrategia que desafía a los estudiantes a explorar, descubrir, formular, validar una matemática funcional que ayude a desarrollar el pensamiento científico. Concretamente el trabajo diseña la Situación Didáctica que permitirá utilizar la Balanza y aplicar la Situación Didáctica en un grupo de estudiantes evaluando la efectividad de la enseñanza de las ecuación de primer grado, siguiendo para ello las Fases propias de la Ingeniería Didáctica definidas por Yves Chevallard. Los resultados esperados es hacer reflexionar y activar el pensamiento matemático funcional que vaya más allá del tipo de registro y técnicas que se utilizan.

Ingeniería didáctica una metodología de investigación

Como marco teórico para resolver el problema encontrado se ha elegido utilizar la Ingeniería Didáctica de Yves Chevallard, que se compone de seis fases: Fase 1: Análisis del objeto matemático a enseñar y Diseño de la Situación didáctica; Fase 2: Análisis A priori; Fase 3: Experimentación y/o ejecución; Fase 4: Análisis a posteriori; Fase 5: Confrontación de los análisis a priori con análisis a posteriori, y Fase 6: Evaluación.

A continuación desarrollaremos cada una de las Fases de la Ingeniería Didáctica explicando lo realizado y analizado en el presente trabajo:

Fase 1: Análisis del objeto matemático a enseñar y Diseño de la Situación didáctica

Identificación e importancia del problema abordado (Enmarcamiento epistemológico)

Se observa que en la actualidad la enseñanza de las ecuaciones se ha transformado en un adiestramiento para dominar técnicas que permitan encontrar el valor de la incógnita, más que enseñar a resolver la ecuación planteada reflexionando sobre cómo mantener la equivalencia presente en la igualdad. Así como se desprecian métodos que sean experimentales, como el método de falsa posición consistente en dar valores tentativos a la incógnita, que ayudaría a usar una forma exploratoria, no centrada y cerrada en una técnica que impide tener una comprensión amplia del objeto matemático que conocemos como “Ecuaciones de Primer Grado”.

En cuanto a la enseñanza implementada en la Universidad Iberoamericana, se observó lo siguiente:

Se realizaron conversaciones exploratorias con los estudiantes de primer año de la carrera de Fonoaudiología sobre la forma de resolver ecuaciones, quienes manifestaron conocer la “Ley de las pasas” la que permite despejar la incógnita “pasando” al otro lado de la igualdad con distinto signo si se trata de una suma o resta, o “pasar” al otro lado de la igualdad dividiendo o multiplicando según sea el caso de un valor que esté multiplicando o dividiendo.

Se observaron los libros de estudio para estudiantes de primer año en la biblioteca de la Universidad Iberoamericana, en la que se enseña “Ecuaciones de primer grado” observándose que en texto de la Serie Schaum, “Álgebra Elemental”, se enseña a resolver ejercicios con incógnitas a través de las operaciones inversas, a modo de ilustración sobre la resolución de ecuaciones se compara la equivalencia de la igualdad con el equilibrio presente en una balanza, aunque esto resulta interesante le dan un valor secundario en la enseñanza.

Importancia del Tema

Por las razones anteriormente expuestas se hace necesario hoy en día aplicar alguna de aquellas teorías desarrolladas en Didáctica de la Matemática, que ha logrado ver que la enseñanza es un fenómeno específico que ocurre en relación al saber que se estudia, y no a técnicas o métodos generales que en vez de desarrollar el pensamiento científico lo

limitan a un “dictado” o adiestramiento de pasos que seguir, que se alejan en vez de acercarse a comprender el funcionamiento matemático enfrentado.

Es por ello que escogimos la utilización de la balanza para la enseñanza de ecuaciones que a pesar de lo que encontramos en el Texto de Martin Socas en el cual se utiliza la idea de balanza para integrar la noción de equivalencia presente en las ecuaciones, no se ha investigado que se puede lograr utilizando la Teoría de Situaciones Didácticas de Guy Brousseau, la cual en si misma propone un cambio en el contrato didáctico presente en el sistema expositivo de enseñanza, que particularmente en la resolución de ecuaciones descansa sobre el uso de técnicas.

Definición de la problemática

¿Cómo se puede mejorar una enseñanza de la ecuación de primer grado que para determinar el valor de la incógnita, se restringe al adiestramiento del estudiante en el uso de técnicas de resolución?

La problemática anterior define el objetivo central de este trabajo.

Diseño de la situación didáctica

Objetivo: Diseñar una situación didáctica que permita enseñar al estudiante a descubrir y desarrollar una estrategia para resolver la ecuación de primer grado mediante la utilización de una balanza planteada como desafío concreto a resolver.

Esta parte viene a ser la columna de nuestro trabajo, en la que definimos las instrucciones para utilizar la balanza, se plantean actividades al estudiante (desafíos) y se preparan **devoluciones**¹ a realizar a los estudiantes. Dado que hay un cambio en el contrato didáctico implícito en la enseñanza tradicional, el desafío que el profesor tiene es lograr la motivación y el compromiso de los estudiantes a trabajar en las actividades que se propondrán dejando la labor pasiva de oyente que tiene en el contrato didáctico tradicional, tomando un rol activo en el estudio de un saber.

La Situación Didáctica se compone de cuatro etapas:

Etapas:

Etapas:

Etapas:

¹ **Las devoluciones** son las respuestas que el profesor da ante las dudas de los estudiantes en el desarrollo de las actividades que no debe responder lo que él debe realizar, sino devolver el problema al estudiante para que intente una nueva respuesta.

Etapa 4: Institucionalización del saber

Diseño de la utilización de la balanza: La creación del uso de la Balanza.

Se diseñó el uso de una balanza y barras de colores que representan una unidad de medida, que se valoran de la siguiente manera: Barrita Blanca, es la medida unitaria. Barrita Roja, Dos barritas blancas. Barrita Verde, Tres barritas blancas. Barrita Amarilla, Cinco barritas blancas. Barrita Naranja, Diez barritas blancas

El desafío a plantear al estudiante

Se les planteará a los estudiantes el siguiente problema

“Colocar en el lado izquierdo: Una barra Naranja, tres barras amarillas, dos barras verdes, tres barras rojas y una barra blanca. En lado derecho colocar: cuatro barras verdes, dos rojas, dos blancas, una naranja y dos amarillas.”

Se solicita al estudiante realizar las siguientes actividades:

1. Comprueba que la balanza esté en equilibrio con esta situación.
2. El desafío es el siguiente:

Despeja **la barra de color Rojo** en la menor cantidad de movimientos hasta que quede una sola barra en un lado de la balanza y en el lado opuesto queden las barras de otro color sin que se pierda el equilibrio de la balanza.

Para esto se crearon las “Instrucciones del Balanzómetro” que son entregadas a los estudiantes al inicio de la clase.

Además se diseñó la GUÍA que el profesor entregará a cada grupo de estudiantes a realizar en la sala de clases.

Fase 2: Análisis A priori

En esta fase se determinaron la situación que va a suceder respecto a:

- Respuesta experta (del profesor) y los conocimientos que se pone en juego
- Posibles Estrategias para resolver
- Posibles Dificultades o errores
- Posibles Aprendizajes

Fase 3: Experimentación y/o ejecución

El profesor entrega a cada grupo la GUÍA “Desafíos a resolver con el Balanzómetro”

Y los materiales anexos:

- Una balanza
- Barritas de colores
- Lápices de grafito y de pasta
- Hojas de Papel en blanco para cálculos
- Instrucciones para utilizar el Balanzómetro

Avance del trabajo

Se ha hecho una prueba preliminar con ocho estudiantes de la Carrera de Fonoaudiología poniendo en juego las etapas de Acción, Formulación y Validación. Se contó con la motivación adecuada de los estudiantes lográndose una labor comprometida en la actividad lo que permitió que en dos clases se observara el desarrollo de las tres etapas de la Situación Didáctica que realizan los estudiantes.

 <p style="text-align: center;">Situación Acción</p> <p>Manipulación barritas, búsqueda de equivalencias en las barritas de colores, comprobación situación inicial.</p>	 <p style="text-align: center;">Situación Acción</p> <p>Comprobación situaciones de equilibrio</p>
 <p>Formulan la estrategia ganadora representando por escrito sus argumentos</p> <p style="text-align: center;">Situación Formulación</p>	 <p>Estudiantes preparan el trabajo que presentarán ante las demás parejas y el profesor</p> <p style="text-align: center;">Situación Validación</p>

Fase 4: Análisis a posteriori

- Los estudiantes trabajan en forma ordenada y comprometida con el objetivo propuesto en la actividad.

- Trabajan sin problema con la balanza y lo pueden llevar al papel.
- Les acomoda trabajar con el lenguaje común pero les dificulta llevar al lenguaje algebraico.
- Entienden el concepto de equilibrio presente en la balanza.
- Intentan siempre mantener el equilibrio de la balanza como una de las reglas principales.
- Son protagonistas de la experiencia, ya que están en una actividad distinta y no sienten temor a equivocarse.
- En la situación planteada se observan que los estudiantes pasan por las cuatro etapas de la situación didáctica, Etapa acción, Etapa Formulación, Etapa validación y Etapa Institucionalización.

Fase 5: Confrontación de los análisis a priori con análisis a posteriori

Análisis a priori	Análisis a posteriori
Se piensa que la mayoría de los estudiantes tendrían problemas con las equivalencias.	Ninguno de los alumnos tuvo dificultad con las equivalencias.
Se piensa que algunos de los alumnos no son capaces de leer y reflexionar las instrucciones de la actividad.	La totalidad de los alumnos leyeron y entendieron las instrucciones sin dificultad.
Se piensa en la dificultad que tendría la utilización de barritas respecto a la valorización y equivalencia entre ellas.	No existió dificultad para relacionar las barritas con las equivalencias de cada una de ellas.
Se piensa que la mayoría de los alumnos dejarán de utilizar la balanza y les resulta más fácil el papel.	Los alumnos no dejan de trabajar en las balanzas y luego llevan sus conclusiones al papel.
Se piensa que a los alumnos se les dificultara disminuir los movimientos que hicieron en la primera actividad para llegar a la solución.	Inicialmente realizan más movimientos para resolver la actividad, pero luego de la primera experiencia cada vez realizan menos movimientos.
Se piensa que la mayoría de los alumnos llegará a la estrategia.	Los alumnos encuentran la estrategia y resuelven los ejercicios con esa

Análisis a priori	Análisis a posteriori
	estrategia. Mantienen siempre el equilibrio de la balanza en la resolución de los ejercicios.
Se piensa que algunos de los alumnos resuelven la problemática pero no encuentran la estrategia. Que no lograrán generalizar por lo tanto no puede explicar ni a sus compañeros ni tampoco al profesor.	La mayoría de los alumnos resuelven la problemática, encuentran la estrategia para aislar un color determinado. Logran explicar a sus compañeros y al profesor lo que realizaron y como llegaron a los resultados obtenidos. Logran generalizar en lenguaje común pero no logran escribir en lenguaje algebraico por si solos.
Se piensa que la mayoría de los alumnos no asocian la resolución de la actividad con la resolución de ecuaciones.	Los alumnos logran entender y relacionar las actividades realizadas por ellos con las ecuaciones.

Fase 6: Evaluación

Como el grupo de alumnos en el que se implementó la situación fue reducido permitió un buen desarrollo y logro de las etapas de la situación didáctica, pero puede ser factor de dificultad que se aumente la cantidad de estudiantes en la actividad.

Uno de los desafíos más importantes es lograr que los alumnos logren pasar del lenguaje común al lenguaje algebraico.

Otro punto importante es lograr realizar esta actividad con números fraccionarios, porque si bien es cierto a los alumnos les resultó fácil trabajar con las barritas que representaban unidades de números naturales sería de mejor provecho que lograrán operar con estos otros números también.

Esta actividad con Balanza permite hacer la transición de la situación concreta a la resolución de ecuaciones.

Conclusiones

La utilización de esta actividad de enseñanza con la utilización de balanzas para buscar estrategias en la resolución de ecuaciones, permite hacer una transición natural entre la actividad concreta y la noción de equivalencia presente en la ecuación así como las operaciones necesarias para resolverlas.

Los alumnos desarrollan una manera concreta de trabajar ya que son ellos mismos los que están construyendo su noción de ecuación al interactuar con la balanza y las barras, logrando inducir el pensamiento que comprende el funcionamiento matemático presente en la resolución de ecuaciones.

Se deben realizar actividades con la equivalencia de barras que los lleve a utilizar cantidades fraccionarias.

Bibliografía

- Brousseau, G. (1997). *Theory of Didactical Situations in Mathematics*. EEUU: Kluwer Academic Publishers.
- Artigue, M., Douady, R., Moreno, L. (1995). *Ingeniería Didáctica en Educación Matemática*. Colombia: Grupo Editorial Iberoamericana.
- Chevallard, Yves (1998). *La Transposición Didáctica: Del Saber sabio al Saber enseñado*. Argentina: AIQUE.
- Socas, M. y Palarea M. (1998). *La adquisición del lenguaje algebraico y la detección de errores comunes cometidos en álgebra por alumnos de 12 a 14 años*. México: Departamento de Análisis Matemático Universidad de la laguna.
- De Faria, E. (2006). *Ingeniería Didáctica*. Costa Rica: Cuadernos de investigación y formación en educación matemática, año 1, número 2, vol. 2.
- Vidal, R. (2009). *La transposición Didáctica: Un modelo teórico para investigar los estatus de los objetos matemáticos*. Apuntes de didáctica Universidad Alberto Hurtado, Chile.