

A IMPLANTAÇÃO E O DESENVOLVIMENTO DA DISCIPLINA DE CÁLCULO NO BRASIL: O MODELO DIFUNDIDO PELA USP

Gabriel Loureiro de Lima

gllima@pucsp.br

Pontifícia Universidade Católica de São Paulo (PUC-SP) - Brasil

Tema: Pensamento Matemático Avançado

Modalidade: CB

Nível educativo: Terciário - Universitário

Palavras chave: Cálculo. Análise Matemática. Preocupações Didáticas. Rigor

Resumo

Neste trabalho, trataremos do processo de implantação e de desenvolvimento da disciplina de Cálculo no Brasil, tomando por base o modelo introduzido na Universidade de São Paulo, em 1934, pelo matemático italiano Luigi Fantappiè e que rapidamente se difundiu por outras universidades brasileiras posteriormente criadas. Com o auxílio de dados obtidos em nossa tese de doutorado, coletados por meio da análise de livros didáticos de diferentes épocas e por meio de entrevistas realizadas segundo a metodologia da História Oral Temática e analisadas segundo os preceitos da Análise Paradigmática de Dados Narrativos, detalharemos o processo de transição de uma disciplina que, quando implantada, era de Análise Matemática para outra efetivamente de Cálculo. Dirigiremos também nossa atenção para as preocupações didáticas e para os níveis de rigor presentes em tal disciplina em diferentes momentos de sua trajetória. Destacaremos alguns dos entraves introduzidos por esse modelo implantado no país, sendo o principal deles a ausência de movimentos explícitos em direção à constituição de uma identidade própria para um curso inicial de Cálculo, que desvinculasse, na medida do possível, o ensino de tal conteúdo e o da Análise Matemática. Finalmente, apontaremos em direção a algumas reflexões necessárias para a superação de tais entraves.

Introdução

As considerações presentes neste trabalho baseiam-se nas informações apresentadas em nossa tese de doutorado, desenvolvida no Programa de Estudos Pós-Graduados da Pontifícia Universidade Católica de São Paulo (PUC-SP) sob a orientação do Prof. Dr. Benedito Antonio da Silva. Na referida investigação, analisamos como se deu a implantação e o desenvolvimento da disciplina inicial de Cálculo Diferencial e Integral ministrada no curso de graduação em Matemática da Universidade de São Paulo (USP), primeira universidade brasileira e que, durante muito tempo, serviu de modelo para instituições posteriormente criadas. Os dados apresentados na tese em questão foram obtidos por meio de entrevistas - planejadas e realizadas segundo a metodologia da História Oral Temática, fundamentada, dentre outros, por Garnica (2007) - com pessoas que, em algum momento, estiveram envolvidas no processo de ensino e aprendizagem de

Cálculo na USP, sejam como professores ou como estudantes, e por meio de análise de alguns livros-texto de Cálculo que estes depoentes disseram ter utilizado quando alunos ou quando professores. De posse dos dados, os analisamos de acordo com aquilo que Bolívar (2002) denomina de Análise Paradigmática, procedimento bastante semelhante à Análise de Conteúdo estabelecida por Bardin (2006). No texto aqui apresentado, além de retomarmos algumas das ideias presentes em Lima (2012), apontamos em direção a algumas reflexões necessárias para a superação de alguns dos entraves introduzidos pelo modelo de ensino de Cálculo implantado no país e, conseqüentemente, para a necessidade de se constituir uma identidade própria para um curso inicial de Cálculo, que desvincule, na medida do possível, o ensino de tal conteúdo e o da Análise Matemática.

Os primórdios do ensino do Cálculo no Brasil e a mudança de orientação ocasionada pela fundação da Universidade de São Paulo

O ensino do Cálculo Diferencial e Integral foi, de acordo com Silva (1996), introduzido no Brasil em 1810, no *Curso Matemático* da Real Academia Militar do Rio de Janeiro. Posteriormente, esse conteúdo passou a ser trabalhado também nas escolas politécnicas que foram sendo fundadas no país e, tanto nestes cursos voltados à formação de engenheiros quanto naqueles voltados à formação de militares, a abordagem dada ao Cálculo resumia-se basicamente a derivação e integração, sempre com ênfase nas regras destes processos. Durante todo o século XIX e início do século XX, a apresentação de um Cálculo Diferencial e Integral elementar e prático, sem preocupações com as demonstrações das regras ou teorias trabalhadas, foi a característica mais marcante do ensino deste conteúdo no Brasil, panorama que mudou completamente a partir de 1934, ano em que foi fundada, na cidade de São Paulo, a primeira universidade do país, a USP, e em sua Faculdade de Filosofia, Ciências e Letras passou a funcionar o primeiro curso de graduação em Matemática do Brasil.

Para preencher o quadro de docentes da recém-criada universidade, os responsáveis por sua fundação contrataram conceituados professores e pesquisadores estrangeiros, como o analista italiano Luigi Fantappiè, então responsável pela cátedra de Análise Infinitesimal da Universidade de Bolonha. Os cinco anos em que permaneceu no Brasil foram suficientes para que Fantappiè reorientasse completamente o ensino de Cálculo no país. Seguindo o modelo presente em universidades de diversos países europeus, e especialmente da Itália, modelo este oriundo do processo de rigorização do Cálculo

ocorrido ao longo do século XIX, no currículo do curso de Matemática da USP não havia uma disciplina chamada Cálculo Diferencial e Integral. Os estudantes, ao ingressarem na universidade, trabalhavam com os conceitos fundamentais deste ramo de conhecimento, já com alto nível de rigor simbólico-formal e sem nenhuma ênfase às técnicas e procedimentos algorítmicos de cálculos de limites, derivadas e integrais, em uma disciplina chamada Análise Matemática, disciplina esta implantada no ensino superior brasileiro por Fantappiè e que influenciou o ensino do Cálculo tanto nas instituições já existentes na época da fundação da USP quanto naquelas criadas posteriormente.

A partir de 1934, o Cálculo passou a ser trabalhado no país, predominantemente, por meio da organização weierstrassiana, na qual a noção topológica de limite fundamenta os conceitos de continuidade, derivada e integral. Ao contrário do que ocorria nos cursos ministrados nas escolas militares e politécnicas antes da fundação da USP, a ênfase deixou de ser as técnicas de cálculo e passou a ser a sólida fundamentação do conteúdo, sempre acompanhada das demonstrações de todos os resultados enunciados e desenvolvida a partir de então com alto nível de rigor simbólico-formal. Mais do que apresentar as possibilidades de utilização da diferenciação e da integração como ferramentas matemáticas úteis para a resolução de problemas, buscava-se apresentar detalhadamente ao estudante aqueles elementos que, construídos principalmente durante o processo de Aritmetização do Cálculo, permitiram o estabelecimento rigoroso de tais noções.

A introdução da disciplina Cálculo no currículo do curso de Matemática da USP

A partir de meados da década de 1950, professores, dentre os quais Omar Catunda, Elza Furtado Gomide e Carlos Benjamin de Lyra, então responsáveis pelo ensino de Análise Matemática aos alunos do primeiro ano no curso de Matemática da USP, passaram a refletir a respeito daquele modelo implantado por Fantappiè, modelo este que, em razão de, aparentemente não levar em consideração a maturidade matemática do estudante que estava ingressando na universidade e nem a existência de diferentes níveis de rigor, impunha sérias restrições à compreensão efetiva, por parte dos alunos, daquilo que lhes era apresentado no primeiro curso de Análise. A própria Gomide, que havia sido aluna de Catunda, vivenciou, como estudante, essas dificuldades; percebeu que, naquele primeiro contato com os elementos da Análise, os refinamentos teóricos não eram bem compreendidos pela maioria dos alunos. Afinal, conforme Gomide destaca em

depoimento que nos concedeu e que está presente em Lima (2012), pode-se dizer que a Análise Matemática é a crítica do Cálculo Diferencial e Integral e, portanto, ministrando diretamente Análise exigia-se que os estudantes fossem capazes de criticar algo que sequer conheciam. Eis então que esse grupo de professores, baseados em ideias como esta de Gomide e muito provavelmente influenciados pelo modelo de ensino universitário em vigor nos Estados Unidos, que Catunda pôde observar durante viagem de aperfeiçoamento de estudos entre 1947 e 1948 e no qual se ensinava primeiramente Cálculo para posteriormente se ensinar Análise (ou Cálculo Avançado como aparecia nos currículos americanos), decidiu, pouco a pouco, moderar o nível de rigor simbólico-formal presente no curso de Análise do primeiro ano, buscando, em um primeiro momento, dar maior ênfase aos significados dos conceitos e a manipulação das técnicas de cálculo de derivadas e integrais, deixando para o segundo ano uma abordagem mais analítica e, portanto, mais crítica daquilo que havia sido apresentado no curso inicial. Foi, inclusive, adotado um livro que propunha uma apresentação dos conteúdos mais de acordo com esta nova orientação que procuraram seguir, a saber, *A Course of Pure Mathematics* de autoria de G. H. Hardy.

Convém salientar, no entanto que, na prática, as modificações foram graduais, bastante sutis e, em um primeiro momento, praticamente imperceptíveis, conforme atestam as análises que realizamos em Lima (2012). De qualquer maneira, elas deram início a um processo de redirecionamento do ensino da Análise na graduação em Matemática da USP que culminou, em 1964, na introdução, no currículo de tal curso, de uma disciplina chamada Cálculo Diferencial e Integral, criada com o intuito de fornecer aos estudantes que estavam ingressando no curso superior os pré-requisitos necessários para que, posteriormente, obtivessem êxito em seus estudos de Análise Matemática. Podemos perceber então que, a partir deste momento, o modelo europeu, trazido por Fantappiè e em vigor até então, no qual não se estudava Cálculo, mas sim diretamente Análise, foi substituído, na USP, pelo modelo norte-americano no qual o Cálculo precedia a Análise, modelo este que, embora conforme já destacamos provavelmente tenha inspirado aquelas primeiras reorientações propostas na década de 1950, ganhou força, realmente, no país no início dos anos 1960, quando livros americanos, como *Calculus with Analytic Geometry: a first course*, de M. H. Protter e C. B. Morrey, passaram a ser adotados no ensino superior brasileiro.

Da mesma maneira que a implantação do curso de Análise na USP em 1934 refletiu na forma como o Cálculo passou a ser ensinado em outras instituições brasileiras, essa reorientação da disciplina, iniciada na década de 1950, também influenciou nos currículos de outras universidades que haviam adotado o modelo europeu difundido pela USP. Estas passaram, igualmente, a buscar uma forma de abordar os conceitos do Cálculo que fosse condizente com a maturidade matemática daqueles que estavam iniciando seus estudos no ensino superior.

Os níveis de rigor e algumas preocupações didáticas presentes durante o processo de desenvolvimento da disciplina de Cálculo na graduação em Matemática da USP

As reformulações no ensino do Cálculo na USP não terminaram com a introdução, em 1964, de uma disciplina com esta nomenclatura. Após esta data, mesmo ministrando um curso cuja denominação era Cálculo, muitos professores continuaram, na prática, ensinando Análise. Conforme revelam os dados apresentados em Lima (2012), desde que o Cálculo foi implantado no curso de graduação em Matemática da USP, a orientação dada à disciplina, em determinada ocasião, esteve sempre atrelada às concepções dos docentes responsáveis por ministra-la naquele momento. Assim, se analisarmos a trajetória da disciplina a partir de 1964, poderemos observar, em determinado ano/semestre, cursos com ênfase na manipulação de técnicas de cálculo e adotando como referência principal um manual com esta mesma orientação, e, no ano/semestre seguinte, a mesma disciplina voltando a ser ministrada com ênfase na apresentação rigorosa e formal do conteúdo abordado, sem qualquer preocupação com as técnicas e com a manipulação dos conceitos vistos, com ex-alunos chegando a afirmar que, ao final do curso, haviam efetivamente aprendido o conceito, mas que não sabiam manipulá-lo.

A década de 1970 foi especialmente marcante na trajetória da disciplina de Cálculo no curso de Matemática da USP. Nesta época, uma equipe de docentes, em especial os recém-formados pela instituição e que ao ingressarem no Mestrado também começaram a dar aulas, em geral de Cálculo, para os alunos do primeiro ano, passaram a buscar maneiras de tentar possibilitar que os estudantes realmente compreendessem aquele tratamento dado aos conceitos nesta disciplina, tratamento este que embora tivesse um nível de rigor simbólico-formal já mais adequado aos iniciantes no ensino superior do que aquele presente nos cursos ministrados nas décadas anteriores, ainda trazia muitas dificuldades aos estudantes. O foco, mesmo que já de maneira mais superficial do que

seria feito na disciplina de Análise, continuava sendo a fundamentação do Cálculo por meio de uma abordagem ainda bastante rigorosa e formal. Foram então colocadas em prática duas experiências didáticas diferenciadas: em primeiro lugar a adoção do livro *Cálculo: um curso universitário* de E. Moise, que propunha uma abordagem em espiral para o conteúdo, com aulas conduzidas desta mesma maneira e, em segundo lugar, a preparação e utilização de roteiros de trabalho em grupo que procuravam dar ao estudante um papel ativo no processo de construção de seu próprio conhecimento. Tais experiências não tiveram como objetivo facilitar o curso ministrado, nem aproximá-lo do estilo de ensino de Cálculo presente atualmente em muitas instituições, no qual os procedimentos algorítmicos assumem papel de destaque; foram tentativas de possibilitar aos estudantes que eles realmente interiorizassem aquele tratamento rigoroso e formal que estava sendo dado ao conteúdo e não apenas o memorizassem e tentassem conseguir bons resultados nas avaliações. Além disso, não foram projetos institucionais e, por isso mesmo, duraram apenas enquanto seus idealizadores estiveram à frente da disciplina de Cálculo na Matemática.

No final da década de 1970, o ensino voltou a ser feito da maneira tradicional e, a partir de então, houve uma tendência em, paulatinamente, no curso inicial de Cálculo, se valorizar os procedimentos algorítmicos em detrimento da apresentação simbólico-formal do conteúdo. Para muitos professores, o Cálculo estava perdendo muito do rigor que o havia caracterizado até então e era preciso resgatar essa característica. Para isso, em meados da década de 1980, um grupo de docentes decidiu utilizar o livro *Calculus* de M. Spivak como texto para o curso inicial na Matemática e, neste momento, mais uma vez, a abordagem dada à disciplina ficou mais próxima da Análise do que do Cálculo. De acordo com as análises presentes em Lima (2012), o grande problema desta experiência foi que muitos professores reproduziram em sala de aula apenas parte daquilo que propunha Spivak, apresentando diretamente um tratamento simbólico-formal para os conceitos do Cálculo, sem levar em consideração o processo de construção de cada uma das noções trabalhadas, apesar de ser exatamente este processo o grande diferencial, do ponto de vista didático, do texto de Spivak, que, sempre partindo de ideias provisórias, vai, pouco a pouco, refinando-as até chegar finalmente à definição propriamente dita. Em razão da maneira como foram conduzidos, estes cursos foram considerados pelos estudantes muito herméticos e a experiência durou apenas dois anos.

Na década de 1990, mais especificamente em 1994, se deu a diferenciação entre o curso inicial de Cálculo na Licenciatura e o do Bacharelado em Matemática. Houve a preocupação em remodelar o curso destinado aos licenciandos de modo a se discutir, com maior profundidade, aspectos do Cálculo que fossem fundamentais aos futuros professores dos ensinos fundamental e médio e também de forma a permitir que os estudantes pudessem sanar as dificuldades matemáticas trazidas da educação básica. Enquanto isso, o curso destinado aos bacharelados permaneceu praticamente inalterado.

Atualmente, o que se observa, especialmente no Bacharelado, é a tendência em ministrar um curso bastante rigoroso e formal, mas não cobrar tal formalismo nas listas de exercícios e avaliações. Cobra-se do estudante apenas aqueles aspectos nos quais ele, normalmente, consegue se sair melhor, escolha didática questionável, como atesta Artigue (1995), e que, conforme salienta Rezende (2003), tende a fortalecer o *conflito pedagógico entre aquilo que se faz e aquilo que se pede*.

Entraves introduzidos por esse modelo implantado na época da fundação da USP e algumas reflexões necessárias para a superação de tais entraves.

Como atestam os dados presentes em Lima (2012), no curso de Matemática da USP, que, durante muito tempo, serviu de modelo para outros que foram sendo criados no Brasil, a disciplina de Cálculo já nasceu sem identidade própria. Não existia no currículo original do curso e foi criada com o objetivo de fornecer pré-requisitos para o estudo da Análise Matemática. Não se implantou o ensino do Cálculo levando-se em conta os conceitos geradores do próprio Cálculo, suas ideias fundamentais e as importantes ferramentas matemáticas oriundas deste ramo do conhecimento; implantou-se, na verdade, uma pré-Análise, mesmo não sendo esse o objetivo de Gomide ao propor, no início dos anos 1950, um curso de Cálculo precedendo o de Análise.

Muitas tentativas de promover mudanças no curso inicial de Cálculo foram recebidas por alguns professores como prejudiciais, como maneiras de eliminar o rigor da disciplina e, desta forma, baixar o nível da formação matemática oferecida aos estudantes. Estes professores não levavam em consideração que apenas uma apresentação rigorosa do conteúdo não era capaz de garantir o aprendizado efetivo e significativo da Matemática, e que, talvez, em um primeiro momento, fosse mais indicado se ater aos significados daquilo que estava sendo trabalhado ao invés de enfatizar demasiadamente a

formalização. E também que, mais importante do que insistir em um curso estruturado em teoremas e demonstrações apresentadas sempre com alto nível de rigor simbólico-formal seria fazer como que o estudante compreendesse quais as ideias essenciais de um curso inicial de Cálculo e soubesse relacioná-las, interpretá-las e utilizá-las para resolver problemas.

É preciso que haja uma reflexão a respeito do que acrescenta à formação matemática do estudante cursos de Cálculo, como muitos presentes em instituições brasileiras, que se resumem a um grande receituário de como calcular derivadas e integrais ou ainda qual a vantagem de, como usualmente se tem feito, ministrar cursos extremamente rigorosos e formais se todo esse formalismo parecer, ao estudante, sem serventia alguma, uma vez que dele só será cobrado o domínio de técnicas de cálculo. Enfim, é necessário que se discuta o Cálculo pelo próprio Cálculo, seus conceitos e objetivos específicos e que se construa, urgentemente, uma identidade para esta disciplina, seja na Matemática ou em qualquer outro curso de graduação da qual ela faça parte. Este é um dos grandes desafios atuais para nós pesquisadores da Educação Matemática no ensino superior.

Referências bibliográficas

- Artigue, M. (1995). La enseñanza de los principios del Cálculo: problemas epistemológicos, cognitivos y didácticos. En: Artigue, M., Douady, R., Moreno, L. & Gómez, P. (Ed.), *Ingeniería Didáctica en Educación Matemática*, (97 – 140). México: Grupo Editorial Iberoamérica.
- Bardin, L. (2006). *Análise de Conteúdo*. Lisboa: Edições 70.
- Bolívar, A. (2002). “De nobis ipsis silemus?”: Epistemología de al investigación biográfico-narrativa em educación. *Revista Electrónica de Investigación Educativa*. 4(1), 01-26. Consultado no dia 16 de novembro de 2011 em <http://redie.ens.uabc.mx/vol4no1/contenido-bolivar.html>
- Garnica, A. V. M. (2007). *História oral em educação matemática: outros usos, outros abusos*. Guarapuava: SBHMat.
- Lima, G. L. (2012). *A disciplina de Cálculo I do curso de Matemática da Universidade de São Paulo: um estudo de seu desenvolvimento, de 1934 a 1994*. (Tese inédita de doutorado). Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, SP.
- Rezende, W. M. (2003). *O Ensino de Cálculo: dificuldades de natureza epistemológica*. (Tese inédita de doutorado). Universidade de São Paulo, São Paulo, SP.
- Silva, C. M. S. (1996). O conceito de derivada no ensino da matemática no Brasil do século XIX. *Anais do ICME-8 Satellite Meeting HPM*. Braga, Portugal.