

## TALLER INFORMÁTICO DE MODELIZACIÓN MATEMÁTICA COMO GENERADOR DE UN PROCESO DE ESTUDIO DE LAS FUNCIONES

María del Carmen Bonilla - Juan Carlos Chávez Espino  
mc\_bonilla@hotmail.com - juan02carlos@hotmail.com

APINEMA: Asociación Peruana de Investigación en Educación Matemática. Perú.

Modalidad: Taller

Nivel educativo: Medio (11 a 17 años).

Tema: V.5 - TIC y Matemática.

Palabras clave: Funciones, Geometría dinámica, Modelización, Laboratorio Matemático

### Resumen

*Tradicionalmente la enseñanza del álgebra de funciones es presentada desde una formalización temprana en la escuela secundaria. En este trabajo se propone la enseñanza de las funciones lineales, cuadráticas, exponenciales, trigonométricas desde un marco experimental, en un laboratorio informático de geometría dinámica utilizando actividades elaboradas con el software Geogebra como generadoras de procesos de estudio de nociones matemáticas, acorde con los últimos avances de las múltiples herramientas computacionales y simbólicas que han rejuvenecido las matemáticas y la educación matemática (Arzarello, Bartolini, Lun, Mariotti y Stevenson, 2012). La idea es emplear la noción de función en la solución de problemas de la vida diaria, los cuáles son visualizados en las actividades diseñadas en un entorno informático. De esa manera se parte de la realidad del alumno, dándole funcionalidad y significado al conocimiento. El uso del Geogebra impregna de interactividad y dinamismo (Carrillo, 2012) al diseño didáctico provocando el descubrimiento, la heurística, motivación, placer y deseo de aprender en los alumnos. Además en las actividades se interrelacionan las representaciones geométrica, aritmética y algebraica de las funciones, producto de un proceso de modelización matemática. El Taller se desarrolla en un aula informática o laboratorio de cómputo.*

### 1. Objetivo

Desarrollar un laboratorio informático de modelización matemática utilizando el software de geometría dinámica Geogebra, con la finalidad de introducir a los estudiantes en el estudio de las funciones lineal, cuadrática, exponencial y trigonométrica.

### 2. Capacidad

Utilizando el software de geometría dinámica modeliza funciones lineal, cuadrática, exponencial y trigonométrica a partir de situaciones de la vida diaria.

### 3. Indicador

Elabora actividades con Geogebra para graficar funciones lineales, cuadráticas, exponenciales y trigonométricas articulando sus representaciones algebraica, numérica y geométrica, a partir del uso de deslizadores ligados a los coeficientes de las funciones.

#### 4. Marco Teórico

##### 4.1 Escuela Francesa de Didáctica de la Matemática:

##### 4.1.1 Transposición Informática:

Balacheff (1994) introduce el término de Transposición Informática en clara alusión a la expresión Transposición Didáctica desarrollada por Chevallard en Didáctica de las Matemáticas. La Transposición Informática se realiza en base a una representación simbólica, y la aplicación de esta representación por un dispositivo informático, en este caso el Geogebra, por medio del cual se puede “mostrar” el conocimiento, o “manipularlo”. Esa contextualización del conocimiento tiene consecuencias importantes en los resultados del aprendizaje. En realidad el problema planteado por la transposición informática es el grado de validez epistemológica de los dispositivos informáticos para el aprendizaje humano.

##### 4.1.2 Teoría de las situaciones didácticas

Brousseau (1986) presenta una concepción global de los subsistemas del sistema didáctico. El sistema didáctico entero se toma en conjunto como objeto de estudio, el cual es la descripción y explicación de actividades ligadas a la comunicación de conocimientos matemáticos, y las transformaciones, intencionales o no, de los protagonistas (enseñado, enseñante, medio) de esta comunicación, así como las transformaciones del conocimiento mismo (saber). El desglose del sistema se hace en hiposistemas llamados situaciones. A continuación se presenta el Gráfico N°1 en el que expone esquemáticamente el proceso del sistema didáctico bajo la Teoría de Situaciones Didácticas.

Gráfico N° 1



Fuente: Conferencia del Dr. Martín Eduardo Acosta Gempeler, V Iberocabri (2010)

**Rol del profesor:**

- Antes de la clase: Prever el problema, el medio y sus retroacciones, las posibles acciones del alumno, la posibilidad de validación.
- Durante la clase: Incita al alumno a actuar, a tomar conciencia de las retroacciones del medio, a interpretar esas retracciones. Se abstiene de dar la solución, o de evaluar las acciones del alumno.
- Recapitula, institucionaliza, ejercita.

**La Geometría Dinámica como medio material**

En el Gráfico N° 2 se ve un esquema sobre los tipos de acción y reacción en la Geometría Dinámica.

Gráfico N° 2



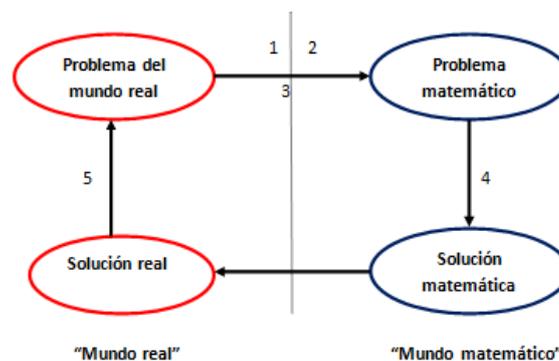
Fuente: Conferencia de Martín Eduardo Acosta Gempeler, V Iberocabri (2010)

**4.1.3 Modelización Matemática**

La comunidad de investigación sobre la modelización matemática conceptualiza el trabajo de modelización como un proceso cíclico en el que se establecen vínculos entre el *mundo real* y el *mundo matemático*. Existen múltiples versiones del *ciclo de modelización* (Gráfico N° 3), construidas en función del problema de investigación que se desee abordar y del marco teórico utilizado (Ruiz y García, 2011).

Gráfico N° 3

Ciclo de modelización (Estudio Pisa, 2003)



Fuente: Curso del Dr. Francisco Javier García (2012).

La modelización es un proceso cíclico, en el que el modelo no tiene que parecerse a la realidad que modeliza. El modelo es una máquina que produce información respecto a la realidad. El modelo no copia la realidad, es algo que produce información. El modelo predice, da elementos de una posible solución.

## 5. Actividades

### 5.1 Construcción de una función lineal por trozos a partir de las tarifas para la venta de energía eléctrica de la Empresa de Distribución Eléctrica de Lima Norte S.A.A

En base a la lectura del archivo *Tarifas Edelnor 041111.pdf* (Anexo 1) se ubican las dos tarifas **BT5B residencial y no residencial**.

Considerando los cargos fijos mensuales y los cargos por energía, en cada caso, se grafican las funciones lineales que modelizan las tarifas BT5B residencial y no residencial utilizando Geogebra. Después de abrir un archivo de Geogebra se selecciona *Vista Hoja de cálculo* (Gráfico N° 4)

Gráfico N° 4



Fuente: Elaboración propia

En la hoja de cálculo, en la columna A línea 1 (A1), se escribe la coordenada (0, 2.84) que viene a ser la intersección de la función Tarifa No-residencial con el eje Y de las ordenadas, en en tanto 2.84 viene a ser el cargo fijo de la tarifa no-residencial. De igual manera se escribe en A2 la coordenada (100, 43) que corresponde al monto en soles de la tarifa no residencial con 100 kw de consumo. Con *Semirrecta que pasa por dos puntos*, tercera de la caja de herramientas, traza una semirrecta a partir de (0,2.84) y que pase por el punto hallado anteriormente.

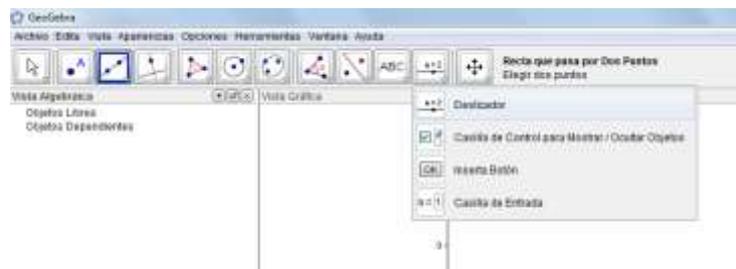
En la Columna B, considerando la tarifa residencial, grafica el punto (0, 2.77), así como el valor de la tarifa en 30 kilovatios y 100 kilovatios, tomando en cuenta los cargos fijos y los cargos por energía señalados en la tabla. Con *Segmentos entre dos puntos*, tercera de la caja de herramienta, une los puntos hallados anteriormente. Diferencia las dos funciones Tarifa BT5B residencial y Tarifa BT5B no residencial con colores distintos.

¿Cuál es la diferencia entre las dos tarifas? ¿Cuál es la tarifa más económica? En la vista algebraica, ¿cómo se representa la función Tarifa BT5B No Residencial en la forma de Ecuación  $y = ax + b$ ?

## 5.2 Construcción de una función lineal a partir de la pendiente $m$ y el punto de intersección $b$ con el eje $y$

Abrir un nuevo archivo. Con deslizador (Gráfico 5) se determinan los intervalos de los valores de las constantes  $m$  [-10; 10] y de  $b$  [-30; 30].

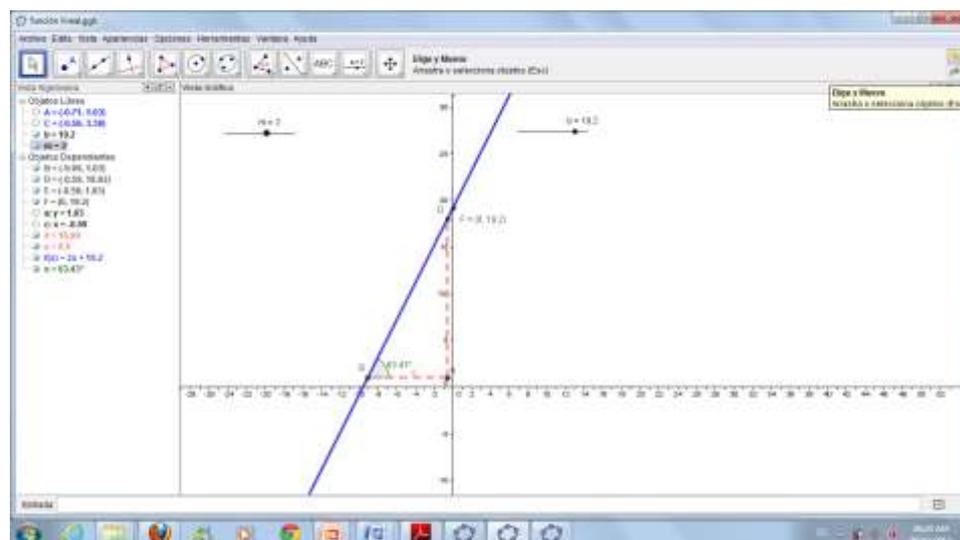
Gráfico N°5



Fuente: Elaboración propia

En *Entrada* (abajo a la izquierda) se escribe  $f(x) = m * x + b$ , dibujándose la gráfica de la función, de manera tal que al ser arrastrados los valores  $m$  y  $b$  se puede ver como la recta cambia de inclinación cuando movemos  $m$ , y como la recta sube y baja cuando movemos  $b$  (Gráfico 6). Lo importantes es hallar patrones en el comportamiento de la función. Al intersecar la recta con el eje  $Y$  se denota el punto  $y$  y al visualizar sus coordenadas en la vista algebraica, se establece la relación que tiene con la función  $f(x)$ .

Gráfico N° 6



Fuente: Elaboración propia.

Con las herramientas *Recta paralela*, *Segmento entre dos puntos* y *Ángulo* grafica el triángulo rectángulo para visualizar que la pendiente de la recta es equivalente a la tangente del ángulo comprendido entre la recta y el lado paralelo al eje X.

### 5.3 Construcción de la parábola determinada por una fuente de agua.

Abrir un nuevo archivo. Con la herramienta *Inserta imagen* se copia la imagen del *grifo de la fuente* (Gráfico N° 7).

Gráfico N° 7



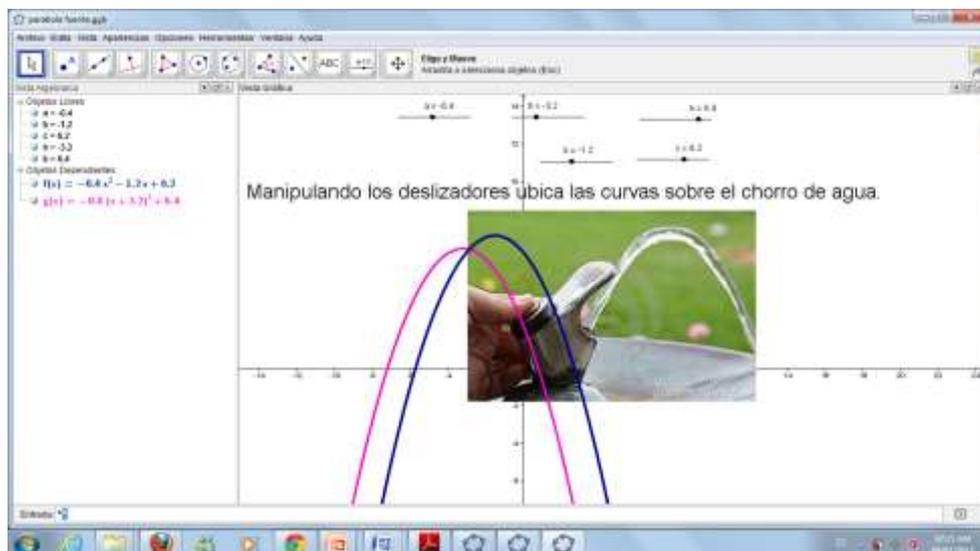
Fuente: <http://es.dreamstime.com/imagen-de-archivo-grifo-de-la-fuente-del-agua-potable-image3384171>

Utilizando los deslizadores se introduce los valores a, b, c, h, k, que oscilen entre -30 y 30. En *Entrada* (abajo a la izquierda) se escribe:

$$f(x) = a * x^2 + b * x + c \quad (\text{forma desarrollada}), \text{ y posteriormente}$$

$$g(x) = a*(x - h)^2 + k \quad (\text{forma canónica})$$

Gráfico N° 8



Fuente: Elaboración propia

El trabajo que se debe proponer a los estudiantes es el de manipular los deslizadores hasta lograr que las parábolas estén sobre la curva que describe el grifo de la fuente de agua (Gráfico N°8). Con este trabajo se debe de buscar identificar los patrones de

comportamiento de cada constante  $a$ ,  $b$  y  $c$ , así como la regla de comportamiento de los valores  $h$  y  $k$ , dentro de la función cuadrática.

### Referencias:

- Acosta, M. (2010). Ingeniería para la enseñanza y el aprendizaje de las transformaciones: Situaciones a-didácticas con Cabri. Conferencia del V Congreso Iberoamericano de Cabri, Iberocabri.
- Arzarello, F., Bartolini, M., Lun, A., Mariotti, M. y Stevenson, I. (2012). Experimental Approaches to Theoretical Thinking: Artefacts and Proofs. En G. Hanna y M. de Villiers (Eds.), *Proof and Proving in Mathematics Education, The 19th ICMI Study* (97 – 143). New York, USA: Springer.
- Balacheff, N. (1994). Didactique et Intelligence Artificielle. *Recherches en Didactique des Mathematiques*, 14(1-2), 9-42.
- Brousseau, G. (1986). Fondaments et méthodes de la didactique des Mathématiques. (M. Villalba y V. Hernández, trads). *Recherches en Didactiques de Mathématiques*, 7 (2), 33-115. Recuperado de <http://www.uruguayeduca.edu.uy/Userfiles/P0001/File/FundamentosBrousseau.pdf>.
- Carrillo, A. (2012). El Dinamismo de Geogebra. En V. Giudice y E. Micheli (Eds.), Unión. *Revista Iberoamericana de Educación Matemática*. Marzo de 2012, Número 29, páginas 9-22. Recuperado de <http://www.fisem.org/web/union/images/stories/29/archivo5.pdf>
- García, F. y Ruíz, L. (2012). Curso: “El alumnado y las Matemáticas: ¿quién ha abandonado a quién? Algunas herramientas para una reconciliación escolar”. Pontificia Universidad Católica del Perú, Lima.
- Ruíz, L. y García, F. (2011). Análisis de praxeologías didácticas en la gestión de procesos de modelización matemática en la escuela infantil. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa*, 14(1), 41-70.

## ANEXOS

### 1. Tarifas de la Empresa de Distribución Eléctrica de Lima Norte S.A.A.

TARIFA WTSA	TARIFA CON SIMPLE MEDICION DE ENERGIA - 2E									
	a) Usuarios con demanda máxima mensual de hasta 20kW en HF y 30kW en HPF									
	Cargo Fijo mensual	Si Isolate	3.37	9.22	9.22	9.22	9.22	10.01	11.02	10.25
	Cargo por Energía activa en horas de punta	Cant. de kWh/h	102.29	107.42	107.55	107.10	114.17	102.94	104.63	112.08
	Cargo por Energía activa en horas fuera de punta	Cant. de kWh/h	16.48	17.09	17.22	16.83	17.22	23.22	23.94	16.96
	Cargo por exceso de potencia en horas de punta	Si kWh/mes	48.51	44.77	44.77	44.77	50.39	49.16	49.16	50.39
	Cargo por exceso de potencia en horas fuera de punta	Si kWh/mes	48.51	44.77	44.77	44.77	50.39	49.16	49.16	50.39
	b) Usuarios con demanda máxima mensual de hasta 20kW en HF y 30kW en HPF									
	Cargo Fijo mensual	Si Isolate	3.37	9.22	9.22	9.22	9.22	10.01	11.02	10.25
	Cargo por Energía activa en horas de punta	Cant. de kWh/h	94.11	112.49	112.62	112.17	119.60	107.58	109.34	118.06
	Cargo por Energía activa en horas fuera de punta	Cant. de kWh/h	16.48	17.09	17.22	16.83	17.22	23.22	23.94	16.96
	Cargo por exceso de potencia en horas de punta	Si kWh/mes	48.51	44.77	44.77	44.77	50.39	49.16	49.16	50.39
	Cargo por exceso de potencia en horas fuera de punta	Si kWh/mes	48.51	44.77	44.77	44.77	50.39	49.16	49.16	50.39
TARIFA BTSA	TARIFA CON SIMPLE MEDICION DE ENERGIA - 1E									
No Residencial										
	Cargo Fijo mensual (lectura mensual)	Si Isolate	2.84	3.68	3.68	3.68	3.68	3.67	3.84	3.76
	Cargo Fijo mensual (lectura semestral)	Si Isolate						2.01	2.07	2.05
	Cargo por Energía	Cant. de kWh/h	40.95	44.78	44.90	44.50	46.94	51.72	57.51	50.79
TARIFA BTSA	TARIFA CON SIMPLE MEDICION DE ENERGIA - 1E									
Residencial	a) Para clientes con consumos menores o iguales a 100 kWh por mes									
	8 - 30 kWh									
	Cargo Fijo mensual (lectura mensual)	Si Isolate	2.77	3.59	3.59	3.59	3.59	3.67	3.84	3.67
	Cargo Fijo mensual (lectura semestral)	Si Isolate						2.01	2.07	2.01
	Cargo por Energía	Cant. de kWh/h	29.38	32.77	32.86	32.56	34.35	19.40	21.57	24.78
	31 - 100 kWh									
	Cargo Fijo mensual (lectura mensual)	Si Isolate	2.77	3.59	3.59	3.59	3.59	3.67	3.84	3.67
	Cargo Fijo mensual (lectura semestral)	Si Isolate						2.01	2.07	2.01
	Cargo por Energía - Potencia 30 kW h	Si Isolate	8.81	9.83	9.85	9.77	10.30	5.82	6.47	7.43
	Cargo por Energía - Exceso de 30 kW h	Cant. de kWh/h	36.18	43.68	43.80	43.41	45.80	51.72	57.51	49.55
	b) Para clientes con consumos mayores a 100 kWh por mes									
	Cargo Fijo mensual (lectura mensual)	Si Isolate	2.84	3.68	3.68	3.68	3.68	3.67	3.84	3.76
	Cargo Fijo mensual (lectura semestral)	Si Isolate						2.01	2.07	2.05
	Cargo por Energía Activada	Cant. de kWh/h	40.16	44.78	44.90	44.50	46.94	51.72	57.51	50.79
TARIFA BTSA	TARIFA PARA ALIMENTADO PUBLICO CON SIMPLE MEDICION DE ENERGIA-1E									
	Cargo Fijo mensual	Si Isolate	2.84	3.68	3.68	3.68	3.68	3.67	3.84	3.76
	Cargo por Energía	Cant. de kWh/h	44.34	44.24	44.36	43.96	46.37	47.37	48.37	45.75
TARIFA BTSA AP	TARIFA PARA ALIMENTADO PUBLICO CON SIMPLE MEDICION DE ENERGIA-1E									
	Cargo Fijo mensual	Si Isolate	3.90	6.07	6.07	6.07	6.07	3.67	3.84	3.67
	Cargo por Energía	Cant. de kWh/h	43.26	43.16	43.29	42.90	45.24	47.37	48.37	44.63
TARIFA BTSA	TARIFA CON SIMPLE MEDICION DE ENERGIA - 1E									
	a) Para clientes con consumos menores o iguales a 100 kWh por mes									

Fuente:

[http://www.edelnor.com.pe/Edelnor/ContenidoFileServer/Pliegos%20Edelnor%20041111%20para%20a%20venta.WEB\\_20111103065239397.pdf](http://www.edelnor.com.pe/Edelnor/ContenidoFileServer/Pliegos%20Edelnor%20041111%20para%20a%20venta.WEB_20111103065239397.pdf)