

***O ENSINO DO CONCEITO DE DERIVADA POR MEIO DO SOFTWARE  
MATEMÁTICO WINPLOT***

***Bruno Rocha dos Santos, Regina Maria da Costa Smith Maia***

Universidade Federal do Sul da Bahia, UFSB. Brasil  
rochabs21@gmail.com, regiabh@gmail.com

**Resumo**

Diante do quadro de defasagem por que passa o ensino de Cálculo Diferencial e Integral (CDI) nas universidades brasileiras, no que se refere à aprendizagem significativa do aluno, surge a importância e necessidade de se inserir novas metodologias visando à abordagem dos conceitos do CDI. Neste trabalho, lançamos uma proposta para o ensino do conceito de derivada, por meio do *software* matemático *Winplot*, dada a efetividade e potencialidade pedagógica dessa ferramenta computacional para o ensino do Cálculo. Assim, objetiva-se apresentar mais um recurso para a construção do conceito de derivada, favorecendo à aprendizagem do aluno de uma forma sólida.

**Algumas considerações acerca da defasagem no ensino de Cálculo Diferencial e Integral**

O ensino do Cálculo Diferencial e Integral (CDI) nas universidades brasileiras vem, há algum tempo, passando por uma defasagem que é permeada, dentre outros aspectos, pelos baixos rendimentos de aprendizagem, altos índices de reprovação e pela evasão dos alunos inscritos nesta disciplina, conforme assinalam estudos na área realizados por autores como Barreto (1995) *apud* Reis (2001), Barufi (1999) e Rezende (2003), o qual salienta que os déficits no ensino do Cálculo perpassam o contexto educacional brasileiro, atingindo proporções internacionais.

Como resposta a esse quadro deficitário do Cálculo Diferencial e Integral no ensino superior, diversas pesquisas têm sido realizadas no âmbito da Educação Matemática. (Fernandes Filho, 2001; Gomes & Lopes, 2005; Lehmann & Lehmann, 2006; Pereira *et al* 2010; Gomes, 2012). Os estudos vão desde artigos de divulgação científica, dissertações de mestrado a teses de doutorado, com as mais diferenciadas abordagens em torno do Cálculo. No entanto, é possível observar um aspecto comum entre esses trabalhos: a convergência para a necessidade de se repensar o ensino dessa disciplina, discutindo a importância de se implementar novas metodologias na abordagem de conceitos, bem como o fato de o professor estar, continuamente, refletindo as suas ações na busca de melhorias que possam conduzir a uma prática pedagógica mais efetiva quanto ao exercício de sua docência e no que tange aos anseios e expectativas dos alunos.

Nestas pesquisas, pôde-se constatar que um dos principais problemas que estudantes enfrentam na graduação ao terem contato com conceitos do Cálculo incide na aprendizagem, a qual, geralmente, não ocorre de maneira satisfatória e significativa.

Autores como Barreto (1995), Brolezzi (2007), Gomes (2012), Mendes e Giostri (2008) apontam o fracasso no ensino do Cálculo como sendo um problema intensificado pela formação ineficiente dos alunos que, geralmente, adentram o ensino superior com uma base precária em conceitos e noções matemáticas as quais não foram bem apreendidas no ensino básico e, portanto, acabam gerando dificuldades e empecilhos na compreensão de conceitos do Cálculo, que demandam o domínio dessas noções da Matemática elementar. Barreto (1995) explica que:

As causas são muitas e já bem conhecidas, principalmente a má formação adquirida durante o 1º e 2º graus, de onde recebemos um grande contingente de alunos passivos, dependentes, sem domínio de conceitos básicos, com pouca capacidade crítica, sem hábitos de estudar e conseqüentemente, bastante inseguros. (Barreto, 1995, p.4).

Similarmente a Barreto (1995), em relação à precariedade na formação matemática do aluno durante o ensino básico, Brolezzi (2007) salienta que:

Na Universidade, porém, a Matemática adquire um caráter distinto. É cobrada dos alunos uma experiência anterior que eles em geral não têm. Os professores chegam à conclusão que aquilo que os alunos sabem de pouco vale para o aprendizado da Matemática em nível superior. (Brolezzi, 2007, p. 21).

Por outro lado, outros estudos trazem a concepção dos alunos em relação à prática pedagógica exercida pelo professor de Matemática no ensino superior, como evidenciam os trabalhos de Menestrina e Goudard (2003) e Baracat e Witkowski (2010).

Assim, as dificuldades encontradas pelos alunos na aprendizagem e compreensão dos conceitos do CDI adquirem certas relações com a forma na qual o professor direciona o ensino de Cálculo na sua prática docente, surgindo, em face disso, a necessidade de o professor estar repensando e refletindo a sua atuação na condução dessa disciplina, a fim de realizar um trabalho mais satisfatório, que seja capaz de amenizar os obstáculos comumente enfrentados pelos alunos e fomentar a construção significativa do seu conhecimento.

Além dessas duas visões encontradas na literatura as quais posicionam aluno e professor em relação ao quadro de defasagem no ensino do Cálculo Diferencial e Integral, é importante mencionar a influência do sistema tradicional que prevalece no ensino da Matemática no Brasil.

De acordo com D'Ambrósio (1989), em virtude de tal abordagem tradicionalista, o aluno, na maioria das vezes, é submetido a aulas mecânicas e tecnicistas, num modelo de ensino que, infelizmente, não favorece a uma aprendizagem significativa, pois delega a construção do conhecimento a meras repetições e reproduções de métodos empregados pelo professor, que é tido como centro do processo de ensino-aprendizagem nesse tipo de abordagem, ao passo que o aluno assume uma postura passiva, sendo, minadas as suas possibilidades de uma aprendizagem sólida.

Ademais, no modelo tradicional de ensino, é possível que o professor, por já estar acostumado a exercer a mesma prática pedagógica nas suas aulas de Cálculo, caracterizada pelo uso excessivo de conceituação, manipulação repetitiva e enfadonha de exercícios, pouquíssimas aplicações contextuais dos conceitos abordados, entre outros, não assuma uma postura crítica e reflexiva diante de sua própria didática, de modo a reconhecer a importância e necessidade da utilização de metodologias alternativas que proporcionem melhorias no processo ensino-aprendizagem dessa disciplina.

Lima (1999) explica que no ensino da Matemática é imprescindível priorizar a articulação entre três componentes indissociáveis: *conceituação*, *manipulação* e *aplicação*, sendo necessária uma dosagem equilibrada de cada um deles, para que não haja omissão de um em detrimento dos demais; como houve nas décadas de 60 e 70 durante o movimento da Matemática Moderna, em que a *conceituação* sobrepôs-se aos outros dois componentes, corroborando para a defasagem no ensino da Matemática por inviabilizar as *manipulações* e não contemplar as *aplicações* necessárias a uma aprendizagem sólida. Mais precisamente, esse autor enfatiza que:

Da dosagem adequada de cada um desses três componentes depende o equilíbrio do processo da aprendizagem, o interesse dos alunos e a capacidade que terão para empregar, futuramente, não apenas as técnicas aprendidas nas aulas, mas, sobretudo o discernimento, a clareza das ideias, o hábito de pensar e agir ordenadamente, virtudes que são desenvolvidas quando o ensino respeita o balanceamento dos três componentes básicos. Eles devem ser pensados como um tripé de sustentação: os três são suficientes para assegurar a harmonia do curso e cada um deles é necessário para o seu bom êxito. (Lima, 1999, p.1).

Em contrapartida, no ensino de CDI a ênfase maior tem sido dada à conceituação. O professor prioriza os conceitos, que, muitas vezes, tornam-se enfadonhos e inconcebíveis ao aluno em virtude de seu teor abstrato. A *manipulação* geralmente ocorre com a resolução de exercícios, em que a teoria é amplamente empregada nesse processo, mas sem eficácia, uma vez que os alunos não têm uma apropriação adequada dos conceitos necessários para tal, enquanto que, as aplicações costumam ser omitidas e, quando acontecem, não são tratadas de modo a proporcionar uma interação consistente entre a teoria conceitual e prática. Portanto, os alunos sentem dificuldades para aprender os conceitos, para manipulá-los, mas, sobretudo, para aplicá-los em um contexto mais específico.

Sendo assim, a fim de que um curso de CDI tenha êxito em seu desenvolvimento, o professor deve pensá-lo a com vistas à interação entre esses fatores, uma vez que eles se complementam naturalmente, por correlacionar a teoria com a prática, o que é essencial no ensino de qualquer disciplina. Sem dúvida, as metodologias a serem adotadas desempenham papel precípuo nesse processo, tendo de ser escolhidas criteriosamente, de modo que não haja a escolha de uma metodologia inadequada para o conteúdo abordado, o que não vai fazer efeito nem tampouco impulsionar a mudança desejada.

Diante do quadro de defasagem que se observa nos cursos de Cálculo Diferencial e Integral surge a necessidade de se buscar por metodologias e propostas de ensino inovadoras (Camargo, 2010; Miranda, 2010; Tofoli et al, 2011). Tais metodologias devem atuar no sentido de atribuir um significado consistente à construção do conhecimento matemático e consubstanciar-se como um mecanismo facilitador dos conceitos matemáticos, de tal maneira que possam favorecer ao professor, no exercício de sua prática docente, e, outrossim, promover a compreensão clara dos alunos, suscitando o senso crítico para a gama de situações em que esses conceitos se fazem presentes e podem ser aplicados, mostrando-lhes, portanto, uma utilidade prática dos mesmos.

É, portanto, nesse viés que defendemos neste texto o uso de ferramentas computacionais e *softwares* matemáticos no ensino da Matemática. Na próxima seção, discutiremos melhor essa ideia, direcionando o emprego de tais ferramentas para o ensino do Cálculo Diferencial e Integral e, em especial, para a abordagem do conceito de derivada, na qual se configura a ênfase dessa proposta.

### **O emprego de ferramentas computacionais às aulas de Cálculo Diferencial e Integral**

Vivemos numa sociedade permeada por constantes mudanças decorrentes do avanço da tecnologia, cuja influência é notadamente exercida no sistema educacional, uma vez que coloca em discussão o desafio de implementar os recursos tecnológicos ao processo de ensino-aprendizagem, lançando novas formas de conduzir esse processo, com implicações na relação entre aluno e professor, nos atos de ensinar e aprender, na organização curricular, difusão do conhecimento, entre outros aspectos.

Segundo Oliveira et al (2001), “o ato de ensinar e aprender ganha novo suporte com o uso de diferentes *softwares* educacionais, com a pesquisa na *internet* e outras formas de ensino que usam computador como ferramenta”.

Os variados recursos tecnológicos que vêm sendo aplicados no ensino da Matemática atuam em dois sentidos: estimular os alunos na busca de uma aprendizagem mais significativa, possibilitada pela utilização desses recursos, criando-se, assim, um ambiente colaborativo e investigativo favorável à construção do seu conhecimento, bem como oferecer, ao professor, diferenciadas formas de conduzir a sua prática pedagógica, a fim de tornar suas aulas mais dinâmicas e interativas. Dentre outros autores que corroboram com o uso da tecnologia no ensino da Matemática, Ferreira e Silva (2009), explicam que:

A utilização da tecnologia, especialmente a do computador, pode ser encarada como uma colaboradora na sala de aula, pois permite tratar de problemas diversos que envolvem diferentes níveis de complexidade algébrica e grande quantidade de dados. Ela é facilitadora, já que, ao possibilitar uma ampla visualização de imagens, contribui tanto para a melhor aprendizagem de conceitos e de algoritmos quanto para aplicações da Matemática. Além disso, a utilização do computador pode colaborar para suprir as exigências do mercado de trabalho, que requer cada

vez mais do profissional uma atualização profissional permanente, uma formação generalista, crítica e reflexiva. (Ferreira & Silva, 2009, p.1).

Muitas pesquisas da Educação Matemática discutem a importância e o papel que as ferramentas computacionais, a exemplo dos *softwares* matemáticos exercem no ensino do Cálculo, uma vez que conceitos como o de derivada podem ser clarificados e melhor compreendidos pelo aluno por meio da utilização dessas ferramentas.

Com base nessas pesquisas observa-se que uma das principais vantagens advindas da utilização das ferramentas computacionais no ensino do Cálculo Diferencial e Integral está no caráter visual e dinâmico que elas possuem na abordagem dos conceitos geométricos dos conteúdos dessa disciplina, como o traçado de gráficos e análise qualitativa da derivada, por exemplo. Nesse sentido, segundo Ferreira & Silva (2009):

A tecnologia é essencial no processo da visualização e essa por sua vez ocupa um papel fundamental na compreensão de conteúdos matemáticos. [...]A visualização gráfica mediada pela tecnologia, possibilitada por diversos *softwares*, é uma dessas alternativas na sala de aula nos dias de hoje, como um desses caminhos na medida em que este recurso pode contribuir para que o aluno tenha uma visão mais ampliada sobre como usar determinada ferramenta e como direcioná-la para aplicações reais.” (Ferreira & Silva, 2009, p.1).

Assim, ancorados nos estudos realizados, bem como na experiência que temos com a utilização de ferramentas computacionais em nossa prática docente, percebemos que, na busca por métodos e objetos favoráveis ao processo ensino-aprendizagem do Cálculo Diferencial e Integral, um caminho alternativo (mas não único) consiste na utilização de *softwares* matemáticos.

Com o emprego destas ferramentas computacionais às aulas do Cálculo, é possível fomentar um espaço de investigação colaborativa entre aluno e professor, tornando-se, destarte, mais dinâmica e elucidativa a abordagem dos conceitos abstratos dessa disciplina.

### **O Winplot no ensino do Cálculo**

O *Winplot* é um *software* matemático que foi desenvolvido pelo professor Richard Parris, da *Philips Exeter Academy*, em 1985. (Uma versão pode ser encontrada *on-line* no sítio: <<http://math.exeter.edu/rparris/winplot.html>>). Com comandos e uma interface gráfica relativamente simples, além de várias opções de ajuda, este aplicativo permite a criação de gráficos em duas e três dimensões, desde que sejam dadas as suas equações matemáticas.

Para gráficos em duas dimensões, é possível calcular os zeros de equações, realizar diversas operações com funções, etc. Já em três dimensões, tem-se comandos de integração, representação gráfica de funções tridimensionais, divisão de superfícies, entre outras.

Em suma, é possível manipular qualquer função matemática e explorar o seu gráfico. Especialmente, no ensino do Cálculo Diferencial e Integral, o *Winplot* pode ser utilizado, entre outros aspectos, na construção de gráficos para a análise qualitativa e dinâmica do conceito de derivada, bem como na animação da obtenção de uma reta tangente ao gráfico de uma função, entre outros aspectos. Abaixo, temos algumas motivações dinâmicas para se trabalhar com o conceito de derivada por meio do *Winplot*.

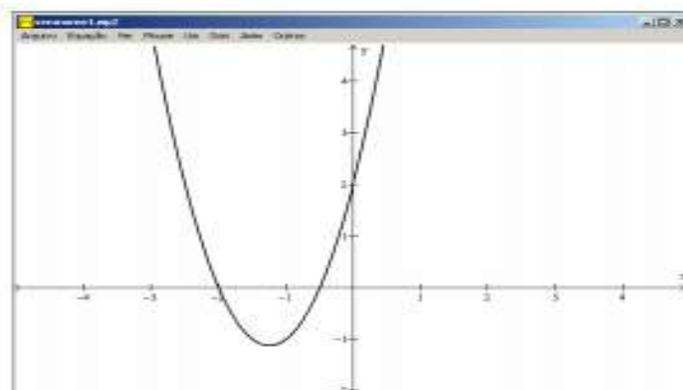


Figura 1: Gráfico de uma parábola no Winplot.

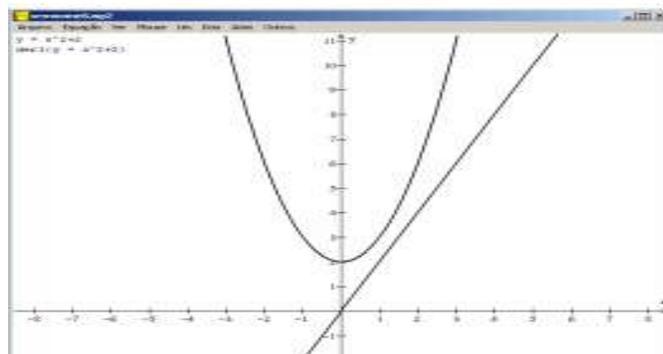


Figura 2: Gráfico de uma curva e de sua derivada por meio do Winplot.

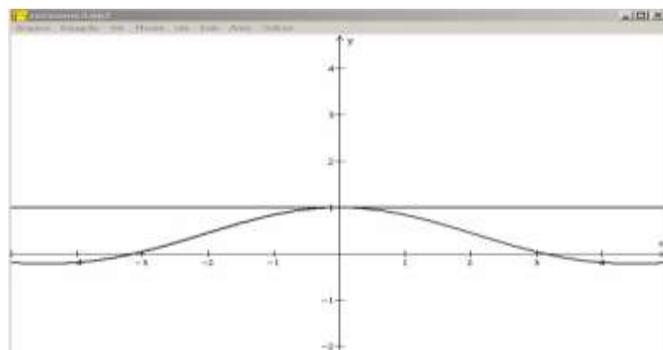


Figura 3: Reta tangente horizontal à curva do tipo senóide.

### Referências bibliográficas

Barreto, A. (1995). O ensino de cálculo I nas universidades. *Informativo da Sociedade Brasileira de Matemática – SBM* (6), 4-5.

Brolezzi, A. C. (2007). *História da Matemática e Ensino de Cálculo: Reflexões Sobre o Pensamento Reverso*. Guarapuava, PR. UNICENTRO.

Gomes, E. (2012). Ensino e aprendizagem do cálculo na engenharia: um mapeamento das publicações nos COBENGES. In: *Encontro Brasileiro De Estudantes De Pósgraduação Em Educação Matemática*, 16, Canoas: Ulbra.

Gomes, G.H.; Lopes, C.M.C.; Nieto, S.S. (2005). Cálculo zero: uma experiência pedagógica com calouros nos cursos de engenharia. In: *Congresso Brasileiro De Ensino De Engenharia*. Porto Alegre: Abenge.

Lehmann, M.S.; Lehmann R.B. (2006). Estudo da correlação entre o desempenho no vestibular e em disciplinas do 1º período dos cursos de engenharia da universidade Severino Sombra. In: *Congresso Brasileiro De Ensino De Engenharia*. Porto Alegre: Abenge.

Lima, E. (1999). Conceituação, manipulação e aplicação: os três componentes do ensino de Matemática. *Revista do Professor de Matemática*. São Paulo, n.41.

Mendes, K. B., Giostri, E.C. (2008). *O Ensino de cálculo I e a realidade dos alunos de engenharia e tecnologia*. In: *Congresso Brasileiro De Ensino De Engenharia*, 36. Porto Alegre: Abenge.

Menestrina, T. C.; Goudard. (2003). *Atualização e revisão pedagógica de cálculo e álgebra: concepções e atitudes inovadoras*. In: *Congresso Brasileiro De Educação Em Engenharia*, 23. Rio de Janeiro. Anais... Porto Alegre: Abenge.

Miranda, V. L. V. (2010). As Tecnologias da informação no estudo do cálculo na perspectiva da aprendizagem significativa. In: *Encontro Nacional De Educação Matemática*, 10. Salvador: SBEM.

Pereira, A.C.C.; Teixeira, K.C.B.; Souza, R.P. (2010). *Programa de nivelamento: uma proposta para minimizar uma defasagem conceitual em algumas disciplinas do primeiro semestre nos cursos de Engenharias*. Fortaleza: Unifor.

Reis, F. (2001). *A tensão entre rigor e intuição no ensino de cálculo e análise: a visão de professores-pesquisadores e autores de livros didáticos*. Tese (Doutorado) - Departamento de Faculdade de Educação, Unicamp, Campinas.

Rezende, W. M. (2003). *O ensino de cálculo: dificuldades de natureza epistemológica*. Tese (Doutorado), Faculdade de Educação, USP, São Paulo.

Silva, J. I. G. ; Ferreira, D. H. L. . (2009). O uso de tecnologias na disciplina de Cálculo Diferencial e Integral I. In: *XIV Encontro de Iniciação Científica, XIV Encontro de Iniciação Científica*.

Tofoli, F. L.; Olívia, F. A.; Silva, V. A.; Valter, J. S. (2011). *Utilização de exemplos práticos no contexto da eletrônica de potência para o ensino de cálculo diferencial e integral em cursos de graduação em engenharia elétrica*. Porto Alegre: Abenge.