

EXPLORACIÓN DE RELACIONES GEOMÉTRICAS CON GEOGEBRA

Raquel Débora Katovsky, Ana María Zamagni

Instituto Superior del Profesorado “Dr. Joaquín V. González”. Argentina
deborageometria@gmail.com, zamagni@hotmail.com

Resumen

La propuesta, encuadrada bajo la modalidad de taller, invita a explorar el potencial del programa GeoGebra como recurso didáctico en la enseñanza de la Geometría, destacando que el carácter dinámico del mismo lo convierte en una herramienta-asistente en la construcción del conocimiento. Desarrollaremos las actividades en tres etapas:

- verificación de propiedades geométricas
- exploración de propiedades geométricas
- aplicación a construcciones geométricas

El hilo conductor para recorrer este camino lo proporciona la siguiente pregunta: ¿Qué relación hay entre la propiedad del ángulo exterior a un triángulo y la obra “Composición en rojo, amarillo, azul y negro” de Piet Mondrian?

Introducción y fundamentación

El principal propósito de este taller es compartir con colegas y futuros docentes parte del trabajo que venimos realizando motivadas por diversas inquietudes que fueron (y siguen) surgiendo desde hace un tiempo.

Por un lado nos interesa revisar nuestras prácticas de enseñanza de la Geometría (métrica) reflexionando y ahondando en criterios que permitan seleccionar e identificar aquellos contenidos que debemos abordar en cada nivel educativo, asumiendo que estas decisiones no son definitivas y que pueden repensarse según las características del contexto. A la vez que nos ocupa investigar y explorar el cómo abordar esos contenidos.

Desde una posición crítica y positiva sobre los cambios del rol docente, resulta natural la búsqueda de nuevas teorías y herramientas que nos ayuden a descubrir cómo facilitar y mediar la construcción de esos conocimientos geométricos por parte de los estudiantes.

En este sentido, mencionamos algunos aportes de especialistas que sirvieron de entorno teórico para la planificación de este taller marcando un camino a seguir:

- i) En el libro “La enseñanza de la Geometría”, las autoras se refieren a las tareas en la enseñanza de la Geometría, citando a C. Samper, L. Camargo y C. Leguizamón, C. (2003). Escriben:

“Básicamente se pueden categorizar en tres tipos las tareas que se realizan en las clases al estudiar las figuras geométricas...: conceptualización, investigación y demostración, con las que se espera que los alumnos desarrollen su razonamiento geométrico” (García Peña, López Escudero, 2008, p. 32)

Acordamos con esta categorización (y el posterior análisis en detalle que se presenta en el libro) e identificamos analogías entre la misma y la metodología de trabajo que desarrollamos en la clase de Geometría. En consecuencia, elegimos trasladar algunas de esas tareas a este taller.

ii) El “envejecimiento de las situaciones de enseñanza” al que alude Guy Brousseau en su libro “Iniciación al estudio de las teorías de las situaciones didácticas”, provoca, casi inmediatamente, una mirada hacia el interior del trabajo docente de cada uno de nosotros.

Sostiene que: “Las modificaciones de programas son objeto de proyecciones de los deseos de los profesores para la renovación de las situaciones didácticas, en respuesta al envejecimiento de sus clases” (Brousseau, G., 2007, p. 82)

En el mismo libro, el autor introduce una primera clasificación de las situaciones didácticas, a saber: Situación de acción – Situación de formulación – Situación de validación, que ejemplifica presentando un juego que se desarrolla en diferentes etapas asociadas a estas situaciones.

Sin profundizar en la discusión entre las teorías presentadas, es interesante resaltar una cierta equivalencia (aunque no igualdad) entre las categorías de las tareas en la enseñanza de la Geometría y estas tres clases de situaciones:

Tareas de	Situación de
conceptualización	acción
investigación	formulación
demostración	validación

Ahora bien, ¿cómo trasladar estas ideas y concepciones a la clase de Geometría en general y a esta propuesta en particular?

Para responder a esta pregunta fue necesario ampliar nuestras referencias y a partir de esa nueva búsqueda concluimos estas dos principales características de la propuesta:

- Elegir la modalidad de un taller
- Utilizar el programa GeoGebra

Hoy en día existen nuevos recursos (muchos introducidos a través de las TIC) que ofrecen a los docentes y a los estudiantes, por ejemplo, la posibilidad de contar con la asistencia de un programa como GeoGebra para transitar la búsqueda del conocimiento que se pretende

enseñar/aprender. A su vez, fomentar el uso de las TIC en la formación de los estudiantes del Profesorado enriquecerá su futuro desempeño como docentes.

No resulta tan sencillo (como uno quisiera) sumar e incorporar estas herramientas en el trabajo cotidiano del aula, en el diseño de actividades, en las planificaciones. Lo ideal es seleccionar y combinar lo mejor de lo “viejo” y lo mejor de lo “nuevo”, intentando fortalecer el protagonismo de los estudiantes al momento de construir los conocimientos geométricos y favoreciendo el sentimiento de ser parte de la clase desde un rol activo. Para ello es fundamental darles la oportunidad de explorar, conjeturar, hacer, sorprenderse, equivocarse y volver a intentar, interactuar, disfrutar, compartir, cuestionar (y otras más). Y para lograrlo es que creemos necesario ir convirtiendo el aula en un aula taller, optimizando las condiciones para dar lugar a los aprendizajes autónomos, espontáneos e inesperados.

Respecto del programa GeoGebra, nos sorprende el potencial que tiene y el sinfín de aplicaciones que parecen emanar del uso directo y/o combinado de sus herramientas. Compartimos las apreciaciones presentadas por las autoras en el libro “GeoGebra, en la producción del conocimiento matemático”, quienes afirman que la elección de este programa libre y gratuito se debe, en parte, por “su manejo simple y dinámico...” y agregan que si bien en general los docentes son reticentes a incorporar los recursos TIC “... el programa (GeoGebra) ha sido aceptado y difundido rápidamente, por su facilidad de uso y la variedad de herramientas ...” (Abar, Cotic, 2014, p.7).

Es el concepto de Geometría dinámica, asociado directamente al programa, el que prevalece entre todas las características de este programa. Las ventajas de hacer y deshacer, mover libremente los elementos que conforman una construcción para descubrir qué ocurre con las relaciones y propiedades representadas en otros casos similares se suman a las posibilidades de crear herramientas propias, programar para realizar simulaciones, producir materiales interactivos.

Esperamos, entonces, poder mostrar a través del desarrollo de las actividades propuestas para este taller algo de lo que fuimos aprendiendo y descubriendo; y despertar en los participantes (docentes y futuros docentes) el deseo de incorporar nuevas alternativas de trabajo.

Desarrollo del taller

El hilo conductor de las actividades lo proporciona la pregunta ¿Qué relación hay entre la propiedad del ángulo exterior a un triángulo y la obra “Composición en rojo, amarillo, azul y negro” de Piet Mondrian?

Las respuestas a este interrogante pueden ser muchas y bien distintas si tenemos en cuenta que a simple vista no se observa una conexión explícita entre el concepto geométrico y la obra de arte, mencionados. Entonces, resulta evidente que se debe recorrer un camino (insistimos en que no es único) para lograr la relación pedida.

Uso de los recursos tecnológicos en el aula de matemática

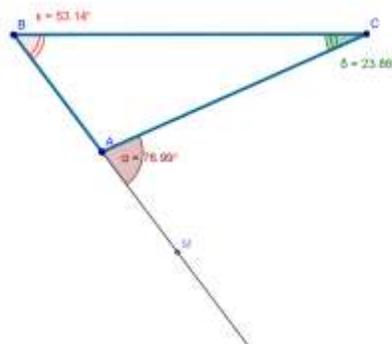
Proponemos para desarrollar las actividades una organización en tres etapas articuladas desde un enfoque geométrico. No se debe confundir este orden del trabajo con una propuesta rígida ni estática. Por el contrario, reconociendo que los participantes del taller no tienen, necesariamente, los mismos conocimientos geométricos y/o conocimientos sobre el uso de GeoGebra, las consignas de cada momento serán flexibles de modo de garantizar la inclusión de todos los presentes.

En la primera etapa se propondrá que verifiquen la propiedad del ángulo exterior de un triángulo utilizando el programa GeoGebra. Esta propuesta puede realizarse en forma numérica (trabajando con las medidas de los ángulos) o bien en forma gráfica (trabajando con las relaciones entre las figuras sin considerar sus medidas). El énfasis estará puesto en la selección de las herramientas del programa necesarias para lograr una u otra forma de verificación. También analizaremos distintos grados de dificultad en el uso del programa para realizar las construcciones y comunicar los resultados que se obtienen.

A modo de ejemplo mostramos dos posibles producciones que implicarían un conocimiento básico o más avanzado en el uso del programa:

ETAPA 1) ÁNGULO EXTERIOR A UN TRIÁNGULO

Nivel I



Verificación numérica de las siguientes propiedades del ángulo exterior a un triángulo

1) Se desprende de la definición que el ángulo exterior y el ángulo interior adyacente son suplementarios.

En este caso $\widehat{CAM} + \widehat{CAB} = 76.99^\circ + 103.01^\circ = 180^\circ$

2) El ángulo exterior es igual a la suma de los dos ángulos interiores no adyacentes a él.

En este caso $\widehat{CAM} = \widehat{ABC} + \widehat{BCA} = 76.99^\circ + 23.86^\circ + 53.14^\circ$

3) El ángulo exterior es mayor que cada uno de los ángulos interiores no adyacentes a él.

En este caso $\widehat{CAM} > \widehat{ABC}$ y $\widehat{CAM} > \widehat{BCA}$: $76.99^\circ > 23.86^\circ$ y $76.99^\circ > 53.14^\circ$

ETAPA 1) ÁNGULO EXTERIOR A UN TRIÁNGULO

Nivel II

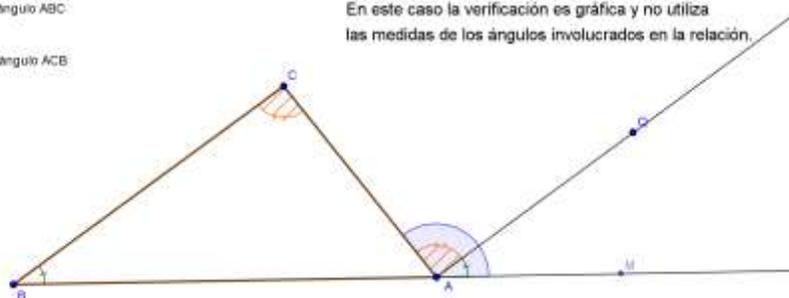
Transporta el ángulo ABC

Transporta el ángulo ACB

Verificación de la propiedad:

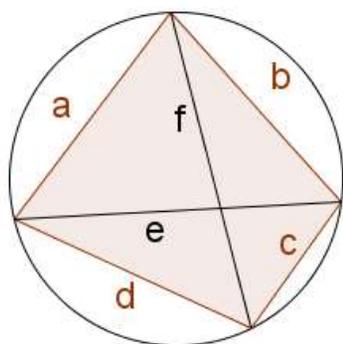
El ángulo exterior a un triángulo, es congruente con la suma de los dos ángulos interiores no adyacentes a él.

En este caso la verificación es gráfica y no utiliza las medidas de los ángulos involucrados en la relación.



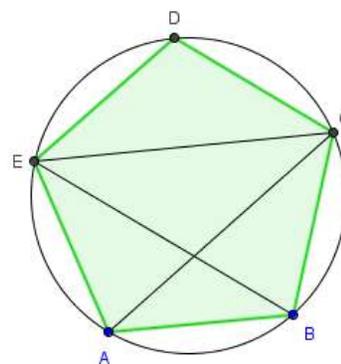
Como cierre de esta primera etapa, se trabajará en conjunto con todos los participantes cómo se relaciona la propiedad verificada con la condición para que un cuadrilátero resulte inscriptible en una circunferencia (es decir que sea un cuadrilátero cíclico).

En una segunda etapa, partiendo de un cuadrilátero inscripto en una circunferencia se realizarán actividades que no induzcan al objetivo de las mismas. Será una propuesta de exploración en la que se priorizará el uso del programa para representar e investigar conceptos geométricos tales como homotecia, semejanza de triángulos, construcción de un triángulo conociendo sus tres lados, propiedades de los paralelogramos. Acompañando esta tarea, estaremos las docentes a cargo del taller junto a los participantes para orientarlos en el uso de las herramientas, algunas no elementales, de GeoGebra. Estará previsto un momento para socializar y compartir las conclusiones de la investigación; a partir de éstas se llegará a formular el teorema de Ptolomeo, cuyo enunciado es: “*Si un cuadrilátero está inscrito en una circunferencia, la suma de los productos de los dos pares de lados opuestos es igual al producto de sus diagonales.*” (Coxeter, H, 1993, p. 42)



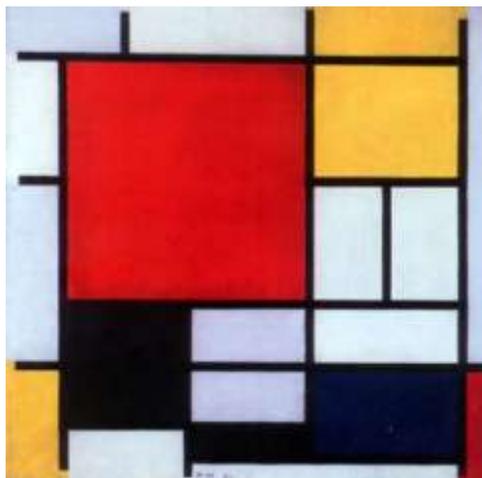
$$a \cdot c + b \cdot d = e \cdot f$$

Como cierre de esta segunda etapa se pedirá a los participantes que indaguen la conexión entre el teorema de Ptolomeo y la relación existente entre el lado y la diagonal de un pentágono regular.



La tercera y última etapa de esta propuesta, retoma y continúa lo trabajado en las etapas anteriores. Se le suma la pregunta ¿se encuentra la proporción áurea en el arte?

Sobre la base de una respuesta positiva, la consigna consistirá en dibujar con GeoGebra parte de la siguiente obra de Piet Mondrain.



http://www.theartstory.org/artist-mondrian-piet-artworks.htm#pnt_4

De esta manera mostramos una posible forma de conectar la propiedad del ángulo exterior de un triángulo con la obra de Piet Mondrain.

Conclusiones

En este trabajo se pensó en desarrollar actividades distintas a las tradicionales, en las que con la ayuda de GeoGebra como asistente se puedan investigar relaciones de las figuras geométricas, verificar propiedades y realizar conjeturas.

Esperamos que algunas de las ideas sirvan para diseñar nuevas actividades para mejorar la calidad del trabajo en el aula.

Referencias bibliográficas

- Abar, C., Cotic, N. (2014) *GeoGebra en la producción del conocimiento matemático*. Buenos Aires: Editorial Dunken.
- Alsina Catalá C., Burgués Flamarich C., Fortuny Aymemmi, J. (1987) *Invitación a la Didáctica de la Geometría*. Madrid: Editorial Síntesis S.A.
- Brousseau, G. (2007) *Iniciación al estudio de la teoría de las situaciones didácticas*. Buenos Aires: Libros del Zorzal.
- Coxeter, H.S.M. (1993). *Retorno a la Geometría*. Madrid: DLS-EULER.
- Escudero, O. L., García Peña, S. (2008) *La enseñanza de la Geometría*. Colección: materiales para apoyar la práctica educativa. México: INEE.
- García Arenas, J., Bertran I Infante, C. (1998) *Geometría y Experiencias*. 6ta. Edición México: Addison Wesley Longman.
- Guasco, M., Crespo Crespo, C. (1996) *Geometría - su enseñanza*. Red Federal de Formación Docente Continua. Ministerio de Cultura y Educación de la Nación.

Puig Adam, P. (1980). *Curso de Geometría Métrica*. Madrid: Gómez Puig, Ediciones.

Podestá, P. (compiladora) (2011) *Geometría*. Buenos Aires: Ministerio de Educación de la Nación.