ANÁLISIS DE LA ARTICULACIÓN DE SITUACIONES PROBLEMICAS DE PROYECTOS PRODUCTIVOS AGROINDUSTRIALES Y LA FUNCIÓN LINEAL

Ofelia Angulo Vallejo – Ligia Amparo Torres Rengifo
ofeliava@gmail.com – liamtore@yahoo.es
Universidad del Valle, Colombia

Tema: I.1 - Pensamiento Algebraico
Modalidad: Comunicación Breve CB
Nivel educativo: Medio (11 a 17 años)
Palabras clave: Análisis Didáctico, Unidad Didáctica, Función Lineal, Situaciones Problémicas

Resumen

En esta comunicación se presenta un reporte sobre el proyecto de trabajo de grado de la Maestría en Educación con Énfasis en Educación Matemática de la Universidad del Valle. Este trabajo parte de reconocer una problemática en la escuela sobre la falta de consideración del contexto sociocultural e institucional en el cual se desarrolla la actividad matemática particularmente en el campo algebraico. Para enfrentar tal problemática se desarrolla una Unidad Didáctica que articula situaciones problémicas de proyectos productivos agroindustriales en el contexto de la Institución Educativa Policarpa Salavarrieta del municipio de Yumbo[1] *y la función lineal, fundamentada en una propuesta de Análisis Didáctico enfocado principalmente en un contexto curricular, un análisis de contenido (Modelación, Análisis Fenomenológico, Estructura Conceptual y Sistemas de Representación) y un análisis de instrucción. Esta Unidad Didáctica está conformada por 5 situaciones problémicas que parten de la variación y el cambio hasta la conceptualización de la función lineal. La implementación y análisis de los resultados de esta propuesta muestran que los estudiantes se apropian de conceptos relacionados con la función lineal de manera significativa y valida algunas dificultades reportadas por la investigación en didáctica del álgebra relacionadas con el paso de lo contextual a la generalización.*

Problemática

La reconocida problemática presentada en la escuela sobre la falta de consideración del contexto sociocultural e institucional en el cual se desarrolla la actividad matemática particularmente en el campo algebraico, se debe a la forma como tradicionalmente se imparte la educación en el aula, en donde según Freudenthal (1983) se presenta una situación que él denominó "*Inversión Antididáctica*", la cual consiste en comenzar por los conceptos y no por la actividad matemática, enfoque contrario a su propuesta de Fenomenología didáctica que toma los fenómenos del mundo real que precisan ser organizados y los interpreta a través de conceptos matemáticos que son los medios de

[1] Municipio ubicado en el Departamento del Valle del Cauca - Colombia

organización a partir de los cuales se enseña al estudiante a manipular el concepto involucrado.

Freudenthal, referenciado por Puig (1997), establece que el principal objetivo de la acción educativa es la construcción de objetos mentales y en segundo lugar la adquisición de conceptos y que la actividad matemática está determinada por la imagen mental que el alumno elabora sobre la naturaleza de las matemáticas, por tanto cuando se inicia el proceso por los conceptos y no por las aplicaciones que son las que dan sentido al aprendizaje, sólo ocurre la transmisión de unas matemáticas descontextualizadas, que no articula las situaciones de la vida real con los contenidos escolares y no resulta ser significativa, ni útil ni favorece el aprendizaje.

En un área específica como el álgebra, Kieran (1992) muestra en los resultados de sus investigaciones, que las dificultades presentadas por los estudiantes para el aprendizaje de esta asignatura están asociadas al aprendizaje, la enseñanza y el contenido y en estos tres aspectos se logra identificar la honda brecha ontológica entre las concepciones operacional y estructural, que desde la perspectiva del aprendizaje, principalmente se manifiesta en las reacciones de la mayoría de los estudiantes cuando comienza el estudio de las expresiones algebraicas y no logran comprender la estructura algebraica, puesto que no han alcanzado a desarrollar el álgebra en su parte estructural; de ahí sus intentos fallidos para convertir expresiones y/o situaciones problémicas en ecuaciones, simplificar expresiones, operar sobre una ecuación como un objeto, entender que el signo igual es un símbolo de simetría más que el anunciante de un resultado, considerar las letras como variables o como “cantidades dadas”, traducir problemas de palabras a ecuaciones, ver la estructura escondida de las ecuaciones y usar el algebra como herramienta para probar relaciones numéricas.

Todo lo anterior se manifiesta cuando los estudiantes pretenden compensar un poco su debilidad, memorizando procedimientos y reglas, pues consideran que el álgebra se limita sólo a esta actividad mecánica, no la conciben como la rama de las matemáticas que trata sobre la simbolización de relaciones numéricas generales, estructuras matemáticas y las operaciones con esas estructuras.

Al respecto, Sfard (1991) reconoce la naturaleza dual de las concepciones matemáticas y enfatiza que estas dos concepciones operacional y estructural, no son mutuamente excluyentes sino que por el contrario se complementan ya que cualquier concepto matemático debe ser definido tanto estructural (como objeto) y operacionalmente (como proceso), para lograr un mayor entendimiento del mismo. Un ejemplo de esta dualidad de la interpretación, se observa con la dualidad del significado del signo igual (=) que en algunos casos actúa como símbolo de igualdad y en otros como una instrucción para obtener un resultado.

Arce, Torres, Ramírez, Valoyes, Malagón y Arboleda (sf) plantean en el marco de la perspectiva didáctica, que desde la etapa inicial del proceso de construcción de pensamiento algebraico, es fundamental la movilización de elementos asociados a la variación, los cuales permiten pasar del mundo de la cantidad al mundo de las relaciones, a través de la identificación de relaciones funcionales; estableciendo que el pensamiento algebraico integra el concepto de variables con todas sus connotaciones, usos y conexiones, es decir acepta la existencia de lo desconocido o lo que varía, representarlo a través de símbolos y operar sobre ello. Esto conlleva a que al pasar al campo específico del concepto de función, también se contemplen dificultades asociadas a su definición, a su simbolismo, a los modelos que esquematiza, a la amplia gama de sus aplicaciones y además a sus diversas formas de representación.

Desde la perspectiva de Duval (1992) hay que tener en cuenta otra dificultad relacionada con la imposibilidad de los estudiantes para encontrar la ecuación de una recta partiendo de su representación gráfica, aún en los casos más elementales, se fundamenta esta imposibilidad en el desconocimiento de las reglas de correspondencia semiótica entre el registro de las representaciones gráficas y el de la escritura algebraica.

Esta investigación que asumen estos dos grandes problemas, la descontextualización del saber matemático y la relación entre lo procedimental y estructural en la construcción de saberes algebraicos, se desarrolla en la Institución Educativa Policarpa Salavarrieta que ofrece especialidad Agroindustrial para la media técnica en alianza con el Servicio

Nacional de Aprendizaje (SENA)[2], a través de la cual los docentes cuentan con asesoría para su cualificación, en lo que respecta a la metodología de trabajo por proyectos que se ha implementado específicamente en el programa de formación denominado: *Procesamiento de frutas y hortalizas*, mediante cuatro líneas de transformación: Procesamiento de frutas y hortalizas, Procesamiento de productos lácteos, Procesamiento de productos de panificación, Procesamiento de productos cárnicos. Sin embargo, en la Institución no es evidente la articulación entre los contenidos curriculares del área de matemáticas y el desarrollo de una cultura de emprendimiento, aspecto expresado en su misión institucional y contemplado dentro de las mallas curriculares; además dicha institución no está exenta de la problemática respecto a las dificultades en el aprendizaje de las matemáticas y el álgebra, por tanto se hace necesario desarrollar acciones que permitan potenciar el aprendizaje de las matemáticas en los estudiantes; por esta razón se adelanta a partir del segundo semestre de 2012 este proyecto que permite caracterizar la articulación de situaciones problémicas de proyectos productivos agroindustriales y la función lineal, mediante una propuesta de Análisis Didáctico y de esta forma contribuir con la integración de los estudiantes en el próximo nivel de enseñanza media, potenciar su aprendizaje, promover su capacidad emprendedora en beneficio de su comunidad, afrontar las problemáticas anotadas anteriormente y dar respuesta al interrogante de investigación planteado:

¿Cómo caracterizar la articulación de situaciones problémicas de proyectos productivos agroindustriales y la función lineal, mediante una propuesta de Unidad Didáctica, para el grado 9° de la Institución Educativa Policarpa Salavarrieta?

Marco de referencia conceptual y metodológico

Este trabajo se inscribe en el campo de la Didáctica de las Matemáticas entendida como lo expresa Rico (1997) es decir, una disciplina científica que se ocupa de indagar metódica y sistemáticamente sobre los procesos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas, así como de los planes para la preparación profesional de los educadores matemáticos; tiene como objeto delimitar y estudiar los problemas que surgen durante los procesos de organización, comunicación, transmisión, construcción y valoración del conocimiento matemático y propone actuaciones para su transformación basadas en sus

[2] Institución pública colombiana encargada de la enseñanza de programas técnicos y tecnológicos.

propios fundamentos teóricos. A su vez dentro de la propuesta del Grupo de investigación denominado PNA que se ocupa de los fenómenos de enseñanza, aprendizaje y comunicación de conceptos numéricos en el sistema educativo y en el medio social; estudia los diferentes procesos cognitivos y culturales con que los seres humanos asignan y comparten significados utilizando diferentes estructuras numéricas y de este se toma la propuesta de Análisis didáctico como marco teórico y metodológico que guiará este proyecto.

En este marco de referencia se asume que el conocimiento producido al interior de la Didáctica de las Matemáticas, denominado *conocimiento didáctico,* proporciona los elementos fundamentales que requiere un profesor para articular el diseño, desarrollo y evaluación de unidades didácticas; estos elementos son reconocidos como *organizadores del currículo de matemáticas* y según Rico (1997) son aquellos conocimientos fundamentales que requiere un profesor para articular el diseño, desarrollo y evaluación de unidades didácticas. La articulación y concreción de estos conocimientos didácticos conforman el *Análisis Didáctico* que es un proceso cíclico para diseñar, llevar a la práctica y evaluar unidades didácticas e identificar las actividades que idealmente un profesor debería realizar para organizar la enseñanza de un contenido matemático concreto. Este *Análisis Didáctico* se basa en cuatro análisis: el de contenido, el cognitivo, el de instrucción y el de actuación.

El **Análisis de contenido** es una herramienta técnica para establecer y estudiar la diversidad de significados de los contenidos de las Matemáticas Escolares; el **Análisis cognitivo** es una reflexión e indagación acerca de por qué, cómo y cuáles dificultades, obstáculos y errores se presentan con mayor frecuencia en el aprendizaje de los estudiantes al abordar el estudio de un contenido matemático particular; el **Análisis de instrucción** se refiere a una fundamentación teórica sobre las nociones básicas que orientan la enseñanza, el aprendizaje de las matemáticas y los procesos de evaluación y el **Análisis de Actuación** que le permite al profesor determinar las capacidades que los escolares han desarrollado y las dificultades que pueden haber manifestado hasta ese momento.

El *Análisis Didáctico* culmina con la elaboración de una Unidad Didáctica que es un documento donde el profesor concreta los objetivos, contenidos, tareas, recursos y materiales, instrumentos de evaluación y orientaciones metodológicas que serán objeto de trabajo en clase con los alumnos, en un período determinado de tiempo y que, a juicio del profesor, mantienen unidad según criterios principalmente conceptuales; esta Unidad Didáctica debe estar dirigida a un grupo concreto de alumnos y referirse a un contenido matemático específico y está enmarcada en un contexto sociocultural determinado. Esta propuesta se complementa con el Análisis del Contexto Curricular en el cual se propone el trabajo de aula.

El propósito de este proyecto ha sido diseñar, planificar y desarrollar una Unidad Didáctica como propuesta curricular, que para su diseño requiere seleccionar y secuenciar un conjunto de conceptos y procedimientos sobre tópicos matemáticos relacionados con la función lineal. Y además incorporar otras informaciones que aportan diferentes sentidos al conocimiento matemático y que a la vez lo enriquezcan; para efectos prácticos de su desarrollo, se dará relevancia al Análisis de Contenido, sin desconocer los aspectos de los otros análisis.

El Análisis de Contenido comprende aspectos relacionados con la estructura conceptual de la función lineal, sus sistemas de representación, la fenomenología y la modelación matemática donde se analizaran las tendencias actuales principales sobre esta temática y los principios de la Educación Matemática Realista; el Análisis Curricular aunque no aparece dentro de la estructura del Análisis Didáctico, será tenido en cuenta en tanto que el currículo constituye una herramienta básica para el trabajo del profesor de matemáticas de secundaria, válida para la planificación y desarrollo de unidades didácticas.

De otra parte el Análisis de Instrucción que comprende el diseño propiamente de la Unidad didáctica se realizará a partir del diseño de situaciones problémicas formuladas en el contexto de los proyectos productivos agroindustriales seleccionados; el Análisis Cognitivo se realizará a partir de las principales dificultades, obstáculos y errores que presentaron los estudiantes al desarrollar las diversas tareas que conforman la unidad didáctica y finalmente el Análisis de Actuación se desarrollará durante la etapa de evaluación de los resultados y se logre determinar las capacidades que los escolares han desarrollado durante el proceso.

Sobre la Unidad didáctica

La Unidad didáctica desarrollada articula situaciones problémicas de proyectos productivos agroindustriales en el contexto de la institución educativa Policarpa Salavarrieta del municipio de Yumbo y la función lineal, fundamentada en una propuesta de Análisis Didáctico enfocado principalmente en un contexto curricular, un análisis de contenido (estructura conceptual, representaciones, fenomenología y modelación matemática) y un análisis de instrucción. Esta Unidad Didáctica está conformada por 5 situaciones problémicas que parten de la variación y el cambio hasta la conceptualización de la función lineal conforme a la siguiente estructura. (Ver Anexos).

ESTRUCTURA DE LA UNIDAD DIDÁCTICA

SITUACIÒN		TAREAS
N°	**NOMBRE**	
1	Preparación de la mezcla para el pandebono y la relación uno a uno entre magnitudes	Tarea 1: Comprendiendo la situación
		Tarea 2: Relación entre magnitudes
		Tarea 3: Validando la relación entre magnitudes
2	Preparación de la mezcla para el pandebono y expresiones algebraicas	Tarea 1: Expresiones algebraicas
		Tarea 2: Representación Gráfica
		Tarea 3: Variaciones lineales con el Programa Excel
		Tarea 4: Afianzar manejo del Programa Excel con variaciones lineales
3	Comercializando pandebonos y la función lineal	Tarea 1: Relación entre representación tabular y expresiones algebraicas
		Tarea 2: Gráficas y Relaciones lineales
		Tarea 3: Lectura e interpretación de gráficas cartesianas
		Tarea 4: Relaciones de proporcionalidad inversa
4	Costos fijos y la función afín	Tarea 1: Relación gráficas y expresiones algebraicas
		Tarea 2: Gráficas y Relaciones lineales mediante Excel
		Tarea 3: Lectura e interpretación de gráficas cartesianas de Excel
		Tarea 4: Construyendo modelos funcionales
5	La función constante	Tarea 1: Comprendiendo la situación
		Tarea 2: Afianzando el modelo funcional constante
		Tarea 3: Afianzando el modelo funcional

Hasta el momento se han identificado algunas conclusiones preliminares:

- La importancia del contexto agroindustrial en la significación del concepto de función.
- Algunas dificultades reportadas por la investigación en didáctica del álgebra relacionadas con la Modelación en particular con el paso de lo contextual a lo analítico-simbólico.
- La potencia de la articulación de conceptos y procedimientos relacionados con un concepto particular en una propuesta de UD para movilizar aprendizajes.

Referencias bibliográficas

Arce, J. H., Torres, L.A., Ramírez, M. A., Valoyes, L.E., Malagón, M. R. y Arboleda, L. C. (sf). Iniciación al álgebra escolar: situaciones funcionales, de generalización y modelación. Documento de Trabajo. Colciencias - Universidad del Valle. Instituto de educación y pedagogía. Grupo de educación matemática.

Duval, R (1992). Gráficas y Ecuaciones: la articulación de dos registros. En: Cambray, R., Sánchez, E. y Zubieta, G. Antología en Educación Matemática. Centro de Investigación y de Estudios Avanzados del IPN. Sección de Matemática Educativa. Área de Educación Media Superior. México, D.F.

Freudenthal, H. (1983). Didactical Phenomenology of Mathematical Structure. Dordrecht: Reidel. Traducción de Luis Puig, publicada en Fenomenología didáctica de las estructuras matemáticas. Textos seleccionados. México: CINVESTAV, 2001.

Kieran, C. (1992). *The Learning and Teaching of School Algebra*. Traducción resumida hecha por Vilma María Mesa. (1995). Capitulo 17. Investigar y Enseñar. Universidad de los Andes. Una empresa docente. Pp. 1-24).

Puig, L. (1997). Análisis fenomenológico. En L. Rico (Coord.) La educación matemática en la enseñanza secundaria (págs. 61-94). Barcelona: Horsori / ICE. ISBN 84-85840-65-8

Rico, L. (1997). Los Organizadores del Currículo en Matemáticas. En L. Rico (Coord.) La educación matemática en la enseñanza secundaria (págs. 39-74). Barcelona: Horsori / ICE. ISBN 84-85840-65-8

Sfard, Anna. (1991). On the dual nature of mathematical conceptions: Reflections on processes and objects as different sides of the same coin. (Edgar Alberto Guacaneme Suarez, trad.). *Educational Studies in Mathematics* 22: 1-36. Kluwer Academic Publisher.

ANEXOS

IE POLICARPA SALAVARRIETA
SEDE PRINCIPAL MIRAVALLE - DAPA
SECUENCIA DIDÁCTICA
ÁREA DE MATEMÁTICAS – GRADO 9°

UNIDAD DIDÁCTICA

SITUACIÓN 1
PREPARACIÓN DE LA MEZCLA PARA EL PANDEBONO Y LA RELACIÓN UNO A UNO ENTRE MAGNITUDES

Los estudiantes del grado 9°1 de la IE Policarpa Salavarrieta han gestionado la producción de pandebono en pro de la Unidad Productiva conformada desde el año lectivo 2011. La gestión de este proceso ha consistido en realizar actividades según las etapas de: preventa, preparación del laboratorio (asepsia), alistamiento, producción y comercialización. En la etapa de producción de pandebonos se parten porciones de masa de 60 g y con ellas se forman pandebonos del mismo tamaño y forma; dicha masa se prepara conforme a la siguiente relación de materias primas:

PRODUCCIÓN DE PANDEBONO	
Materia Prima	Cantidad en gramos
Queso costeño	4.000
Almidón agrio	5.000
Areparina	1.000
Azúcar	1.000
Mantequilla	2.000
Leche en polvo	1.000
Total de materia prima	14.000

Para esta relación de materias primas, el número aproximado de pandebonos producidos es de 250 unidades.

Tarea 1: Comprendiendo la situación
Teniendo en cuenta las cantidades relacionadas en la tabla anterior, realice o responda lo siguiente:

1. Si se utilizan 8.000 gramos de queso costeño y se ajustan las cantidades necesarias de los otros ingredientes para producir pandebonos considerando la misma receta, ¿cuántos pandebonos se pueden producir? Indique cómo lo calculó.

2. Calcule la cantidad de gramos de queso costeño requerido para fabricar 50, 100, 150, 200, 350, 600 y 1.000 pandebonos. Explique cómo obtuvo los resultados solicitados.

3. Realice una tabla donde se muestren el número de pandebonos y los gramos de queso requeridos según los datos del punto 2.

4. Si se utilizan 2.000 gramos de queso costeño y se ajustan las cantidades necesarias de los otros ingredientes para producir pandebonos sin alterar la receta, ¿cuántos pandebonos se pueden producir? Indique cómo lo calculó.

5. Calcule la cantidad de gramos de Areparina requeridos para fabricar 50, 100, 150, 200, 350, 600 y 1.000 pandebonos.

Tarea 2: Relación entre magnitudes
A partir de los resultados de la actividad anterior, realice lo indicado o responda las siguientes preguntas:

1. Calcule el número de pandebonos que sin alterar la receta se pueden producir con 240 g. de queso costeño, con 560 g., con 6.000 g. y con 4.800 g, teniendo los gramos necesarios de los otros ingredientes.

2. Complete la siguiente tabla:

Gramos de queso costeño				7.200	8.000		12.800	13.600
Número de pandebonos	1	100	400			700		

3. Explique cómo obtuvo los resultados de la tabla anterior.

4. Determine las magnitudes y cantidades que intervienen en la situación y sus unidades de medición.

5. Escriba de qué depende la cantidad de queso utilizado en cada caso. Explique su respuesta.

6. Escriba cuánto queso se requiere para producir un pandebono, para 2, para 10.

7. Escriba una expresión que permita calcular la cantidad de gramos de queso necesarios para producir una **cantidad cualquiera** de pandebonos.

Tarea 3: Validando la relación entre magnitudes
A partir de los resultados del numeral 5 de la Tarea 1, realice lo indicado y responda las siguientes preguntas:

1. Complete la siguiente tabla para el caso de la cantidad de Areparina necesaria para producir pandebonos:

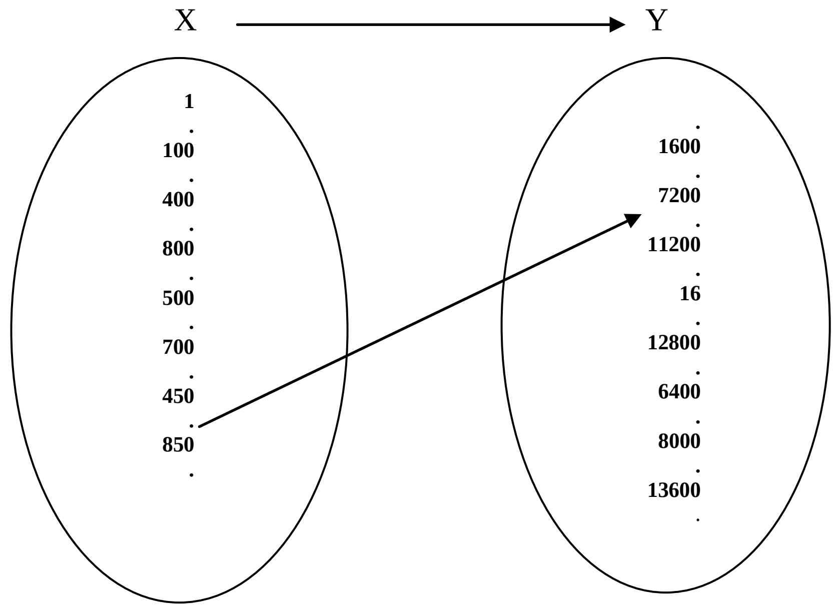
Gramos de Areparina				7.200	8.000		12.800	13.600
Número de pandebonos	1	100	400			700		

2. Escriba una expresión que permita calcular los gramos de Areparina requeridos para fabricar una **cantidad cualquiera** de pandebonos.

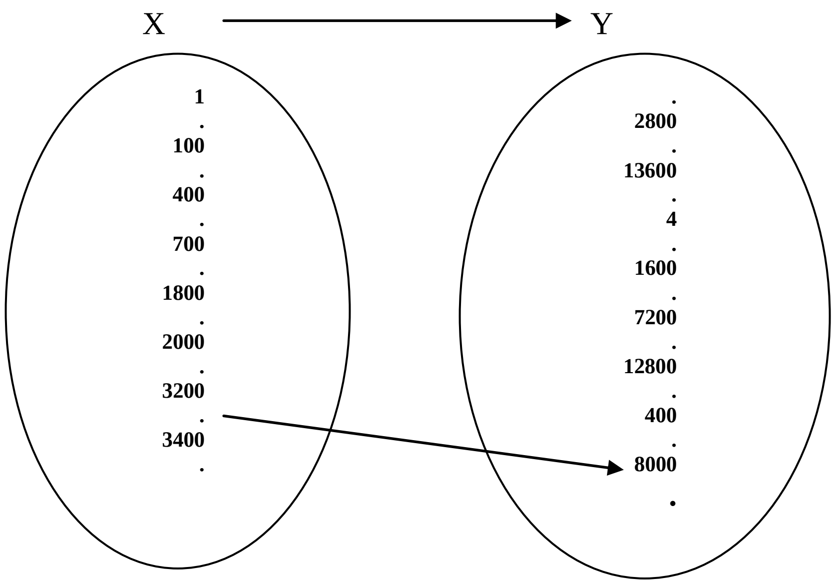
3. Explique la validez de las siguientes afirmaciones:
   "Para un número determinado de pandebonos a producir, existe una única cantidad gramos de queso necesario para esta producción"

   "Para un número determinado de pandebonos a producir, existe una única cantidad de gramos de Areparina necesaria para esta producción"

4. Complete los siguientes diagramas que relacionan:
   a. Número de pandebonos (X) y Cantidad de gramos de queso (Y)



   b. Número de pandebonos (X) y Cantidad de gramos de Areparina (Y)



5. Plantee por lo menos dos situaciones, en contextos diferentes a la producción de pandebonos, en las cuales se presenten relación entre cantidades o magnitudes.

SITUACIONES VS MODELO FUNCIONAL

SITUACIÓN	CONTENIDO MATEMÁTICO	MODELO FUNCIONAL
1	Relación de dependencia entre magnitudes Uso de tablas para representar dichas relaciones Expresiones algebraicas Patrón de comportamiento multiplicativo	Y= mX
2	Manipulación de la expresión algebraica, reconociendo sus componentes Uso de expresiones para calcular algunas de las magnitudes Representación cartesiana Razón de cambio y expresión algebraica Afianzar sobre la razón de cambio y variaciones por medio del software Excel	Y= mX
3	Relación entre otras magnitudes: Costo y Ganancia Lectura e interpretación de gráficas cartesianas Razón de cambio	Y= mX
4	Interpretación de una descripción verbal y posterior traducción a una representación tabular Calcular una magnitud (costo total de producción) a partir de la identificación de la relación correspondiente entre otras magnitudes Identificar y diferenciar cantidades que varían de aquellas que no varían Construcción de expresiones algebraicas y representaciones cartesianas Reconocimiento e interpretación del corte con el eje Y Construcción de situaciones a partir de expresiones algebraicas. Afianzar las relaciones de variación por medio del software Excel	Y = mX + b
5	Afianzar la interpretación de relación de dependencia entre magnitudes, mediante la identificación de cantidades que no varían Construcción de expresiones algebraicas y representaciones cartesianas	Y = b