# A COMPREENSÃO DE REGRAS MATEMÁTICAS NA FORMAÇÃO DOCENTE: UMA PESQUISA SOB O PONTO DE VISTA DA LINGUAGEM

Marisa Rosâni Abreu da Silveira - Paulo Vilhena da Silva
marisabreu@ufpa.br - paulovilhena1@gmail.com
Universidade Federal do Pará, Brasil

Tema: Formación Inicial.
Modalidade: CB
Nivel educativo: Terciario - Universitario
Palavras-chave: Formação e Prática Docente; Regras Matemáticas; Linguagem.

**Resumo**

*Neste trabalho nos propomos discutir como os futuros professores de matemática interpretam regras matemáticas que ensinarão no ensino básico. Para isso, realizamos uma pesquisa com estudantes de um Curso de Licenciatura em Matemática em fase final de formação. Na ocasião, solicitamos aos licenciandos que descrevessem como ensinariam algumas operações matemáticas, justificando sua validade. Constatamos que esses licenciandos não têm clareza das operações matemáticas que terão que ensinar e que alguns de seus erros são os mesmos dos alunos da educação básica.*

## Introdução

Assim, este texto procura refletir a respeito da formação dos professores de matemática. Para tanto, analisaremos uma pesquisa que realizamos com uma turma de licenciandos em Matemática da Universidade Federal do Pará (UFPA), Brasil. A pesquisa objetivou verificar se as regras matemáticas que ensinariam aos seus futuros alunos lhes eram claras ou não.

Sustentamos que, se os professores de matemática não têm domínio dos conteúdos que ensinarão, seus alunos provavelmente "herdarão" as mesmas dificuldades com relação à habilidade matemática. Para nossa exposição, basear-nos-emos, entre outros autores, na filosofia do chamado "segundo Wittgenstein"[1] e na (re)educadora[2] francesa Stella Baruk.

## A visão utilitária e a contextualização de conceitos matemáticos na prática docente

A tentativa de contextualização de determinados conceitos pelos professores de matemática força a ideia segundo a qual a matemática está sempre presente no mundo concreto, que serve à experiência. Essa concepção traz mais prejuízo do que benefício, tanto para professores como para estudantes. O prejuízo se dá porque o uso de uma

---

[1] É comum falar em primeiro e segundo Wittgenstein. Pode-se dizer que o que é chamado de primeiro Wittgenstein refere-se à sua filosofia no *Tractatus Logico-Philosophicus*, e o que é chamado de segundo Wittgenstein refere-se a seus escritos após 1933, tendo como obra principal as *Investigações Filosóficas*.

[2] A autora é referida como (re)educadora pois, ao trabalhar em um instituto médico-educacional, oferecia apoio aos estudantes com dificuldades escolares em matemática.

regra matemática aplicada em sala de aula pode se modificar no cotidiano, e vice-versa. Nós, professores de matemática, muitas vezes não nos damos conta de que os conceitos matemáticos são inventados sem a necessidade de aplicação.

Os educadores matemáticos muitas vezes têm o seu ensino pautado na concepção da utilidade prática ou concreta da matemática, daí que, para eles, a importância da matemática reside no fato de esta ser útil na prática, em problemas reais concretos. A pesquisa feita por Albarracín, Dujet-Sayyed e Pangaud (2008), ressalta que a visão utilitarista do ensino se reflete na dificuldade em matemática de estudantes latino-americanos de engenharia que estudam na França. Nesse sentido, podemos perceber que o sentido de que a matemática é importante apenas nas situações nas quais é útil concretamente, causa prejuízos à aprendizagem desses estudantes, na perspectiva dos pesquisadores.

Silveira (2000) analisou o discurso de vinte e sete alunos do primeiro ano do Curso Técnico de Eletrotécnica quando falavam da dificuldade da matemática a partir da consideração de sentidos evidenciados em suas formulações discursivas. Estes alunos relacionaram a "utilidade" da matemática com o que ouviam no discurso do senso comum e no discurso acadêmico: relacionando a utilidade da matemática ao aproveitamento dos conteúdos, à aprovação para a série seguinte, à aprovação no vestibular e, em decorrência, para utilização na profissão escolhida. As enunciações dos alunos veiculavam sentidos de que a matemática é importante porque é útil e, portanto, deve ter uma aplicação direta e imediata na vida cotidiana.

Knijnik (1996, p. 80), educadora matemática, ao comentar a visão "utilitarista" da matemática, afirma que as "pesquisas já realizadas mostraram uma descontinuidade na significação das práticas cotidianas e escolares" e, por isso, esta noção utilitarista "não pode mais ser defendida".

## As regras na filosofia de Wittgenstein e o ensino de matemática

Segundo Wittgenstein (1999, §188), estamos inclinados a pensar que uma regra contém em si mesma todas suas possibilidades de aplicação, como se um signo carregasse seu uso de forma intrínseca, independente da aplicação feita por seus usuários. Entretanto, Wittgenstein afirma: "Todo signo *por si só* parece morto", isto é, não carrega em si o seu sentido. Daí, o filósofo conclui: "O *que* lhe dá vida? No uso ele *vive* (1999, §432).

Se é assim, então como sei o que fazer? Como a regra pode implicar sua aplicação? Wittgenstein faz questionamentos semelhantes: "O que tem a ver a expressão da regra

[...] com minhas ações? Que espécie de ligação existe aí?" (1999, §198) e, então, responde: "Ora, talvez esta: fui treinado para reagir de uma determinada maneira a este signo e agora reajo assim. [...] alguém somente se orienta por um indicador de direção na medida em que haja um uso constante, um hábito" (1999, §198).

Portanto, o critério para como a regra é significada depende da prática comum de sua aplicação, da forma como fomos ensinados a usá-la. Decorre disso sabermos o que fazer quando aplicamos uma regra. O suposto "abismo" que separa a regra de sua aplicação, segundo Wittgenstein, é transposto pela prática, pelo treino: "Como, então, o professor interpreta a regra para o aluno? [...] Como, senão por meio de palavras e de treinamento?"[3] (1998, VII, §47).

Assim, visto que as regras não contém em si mesmas suas aplicações, isto é, como uma regra não nos diz quando aplicá-la, estas não são de forma alguma óbvias ao aprendiz, dependem, na verdade, de serem ensinadas ou aprendidas[4]. Assim, indagamos: se os futuros professores não compreendem o sentido das regras matemáticas que ensinarão, não é razoável esperar que tenham dificuldades em dar sentido a estas regras ao ensinar seus alunos?

**A pesquisa com professores de matemática em formação**

A pesquisa, relatada neste texto, se propôs analisar os problemas percebidos na compreensão das regras matemáticas por estudantes de uma turma do Curso de Licenciatura em Matemática da Universidade Federal do Pará em 2011. Na ocasião, entregamos uma lista de questões (Anexo), solicitando aos licenciandos que a resolvessem e explicassem como ensinariam tais questões na educação básica. Explicitamos que a atividade não consistia apenas em resolver as questões, mas sim em justificar o "sentido da existência de tais regras", isto é, demonstrar sua validade.

Neste trabalho, faremos a análise das questões 1(um) e 2(dois). As questões escolhidas envolvem regras matemáticas nas quais, em geral, os estudantes do ensino básico têm dificuldades de compreensão. Nossa investigação está pautada no fato de que a aprendizagem dos alunos na disciplina de matemática, na Educação Básica, é deficitária[5], portanto a intenção de analisar os problemas encontrados na compreensão

[3] Todas os trechos de língua estrangeira terão tradução para o português de nossa autoria.

[4] Conforme aponta Macmillan (1995), Wittgenstein salienta que, em certas situações, aprendemos muitas coisas mesmo que não haja a intenção do ensino. Por exemplo, quando uma criança sente dores, ela vai expressar essa dor de alguma forma, chorando por exemplo. Seus país, então, vão dizer (ou indagar) que seu filho está com dores e, assim, a criança aprende este uso da palavra dor.

[5] De acordo com dados do Programa Internacional de Avaliação de Alunos (PISA): www.inep.gov.br/in-

das regras matemáticas pelos futuros professores de matemática da Educação Básica se justifica pelo fato de que é por meio destas interpretações que os seus futuros alunos aprenderão.

## Os resultados da pesquisa em consonância com a literatura que trata da formação docente

### A conexão entre o cálculo matemático e a magia

Para ser criativo, para dar sentido àquilo que ensina, para mostrar as possíveis contextualizações dos conteúdos matemáticos (postura bastante solicitada atualmente para as aulas de matemática), o professor precisa ter um bom domínio daquilo que ensina, caso contrário, como dar sentido a algo que não se compreende? Como mostrar as possíveis relações do conteúdo com outros conceitos se nem mesmo domino o que quero ensinar?

De acordo com Shulman,

> Para pensar o conhecimento do conteúdo corretamente, é necessário ir além do conhecimento dos fatos ou conceitos de um campo. É necessário compreender as estruturas da matéria [...]. Os professores não devem ser capazes apenas de definir para os estudantes as verdades aceitas em um domínio. Eles também devem ser capazes de explicar por que uma proposição particular é considerada válida, porque vale a pena conhecê-la, e como ela se relaciona com outras proposições, tanto no interior da disciplina quanto em outros domínios, tanto na teoria quanto na prática. [...] O professor precisa não apenas compreender *que* algo é assim, o professor deve compreender, além disso, *por que* é assim (Shulman, 1986, p. 09).

Druck (p. 02, 2003) discute essa temática. De acordo com a autora:

> O professor só pode ajudar o aluno no processo de aprendizagem se puder oferecer pontos de vista distintos sobre um mesmo assunto, suas relações com outros conteúdos já tratados e suas possíveis aplicações. Isso só é possível se o professor tiver um bom domínio do conteúdo a ser ensinado.

Como apontam os resultados de nossa pesquisa, os próprios estudantes do Curso de Licenciatura em Matemática não têm clareza sobre as regras matemáticas ensinadas na Educação Básica. Esses estudantes também aprenderam mecanicamente no ensino básico e, no decorrer no curso de licenciatura, poucos tiveram a oportunidade de esclarecer os significados de tais regras. Sendo assim, pode-se pressupor que não refletem sobre tais significados no decorrer de sua formação docente.

A literatura vem mostrando que os professores de matemática não dominam os conteúdos que precisam ensinar. Por exemplo, Hock e Dreyfus (2004 apud Cury 2007, p. 56), em sua pesquisa, afirmam que "[...] aplicaram a professores de Ensino Médio as

---

ternacional/pisa/, e o Sistema de Avaliação da Educação Básica (SAEB): www.inep.gov.br/basica/saeb/default.asp.

mesmas questões propostas aos estudantes, constatando que apenas 50% tinham o 'sentido da estrutura', resolvendo rapidamente a questão". Tirosh (1998), também mostra a falta de domínio do conteúdo matemático por parte de professores da disciplina. Em sua pesquisa, a autora constatou que "[...] a maioria dos professores não possuem um conhecimento coerente e sistemático das operações indefinidas[6]" (Tirosh, 1998, p. 77). Além disso, a pesquisadora constatou que, ao lidar com as concepções inapropriadas dos estudantes, poucos professores sentem necessidade de entender o raciocínio dos alunos, preocupando-se apenas em corrigi-los. Segundo Tirosh (1998), para alguns professores cujo domínio do conteúdo matemático foi analisado,

> [...] era impossível e desnecessário compreender a razão pela qual muitos dos elementos matemáticos eram de uma determinada maneira. Esses elementos eram fixos e deveriam ser memorizados. Não havia nenhum sentido em construir definições, regras ou procedimentos matemáticos; eles eram lembrados ou não eram (Tirosh, 1998, p. 101).

Em nossa pesquisa com os alunos da licenciatura em matemática da Universidade Federal do Pará, percebemos algo semelhante ao analisarmos as respostas dos alunos às questões propostas. Com relação à primeira questão "Por que $a^{-1} = \frac{1}{a}$ sendo $a \neq 0, a \in \mathbb{R}$?", algumas respostas foram:

| |
|---|
| Trata-se de uma definição.<br>É uma questão de simbologia.<br>É apenas uma questão de notação. |

Outros sujeitos da pesquisa tentaram enunciar algo que acreditam ser uma propriedade, para explicar por que $a^{-1} = \frac{1}{a}$. José[7], por exemplo, diz

| |
|---|
| Devemos inverter a base, que se for um número inteiro, sempre tem o número 1 como denominador, e conservar o expoente. |

Enquanto que Maria tenta justificar a operação afirmando que:

| |
|---|
| $a^{-1}$ é o inverso de ". |

Vemos que nenhuma das tentativas explica por que $a^{-1} = \frac{1}{a}$. A regra matemática que é ensinada de forma mecânica não terá sentido algum para o aluno e a aprendizagem não se efetuará.

---

[6] As operações indefinidas discutidas em Tirosh (1998) são as seguintes: $(-1)^{\frac{1}{3}}$, $0 \div 0$; $4 \div 0$; $(-8)^{\frac{1}{3}}$, $0^0$ e $(-1)^{\frac{2}{3}}$.

[7] Os nomes utilizados para identificar os sujeitos da pesquisa são fictícios.

Mais do que não aprender a calcular, para alguns alunos, devido ao ensino sem clareza que recebem, há uma conexão entre a matemática e a magia, conforme nos relata Baruk (1996). Como as regras são ensinadas de forma mecânica, sem explicações, e como, muitas vezes, nem mesmo o professor sabe justificá-las (conforme mostra nossa pesquisa), as regras matemáticas parecem algo sem explicação, algo mágico.

Vered, um dos professores pesquisados em Tirosh (1998), ao ser perguntado sobre como explicaria a um aluno a respeito da operação indefinida "dividir por zero", diz apenas que "É proibido dividir por zero":

> Direi a ele que não é permitido dividir por 0 [...]. Em matemática, temos regras e operamos de acordo com elas. Com frequência, essas regras não parecem razoáveis. Quando estudamos matemática, temos que aceitar essas regras e operar de acordo. *Não há razões e não há nenhum sentido em buscar explicações. Deve-se somente aceitá-las* (Tirosh, 1998, p.93) (grifos nossos).

Para esse professor, a matemática constitui um conjunto de regras inexplicáveis, cabendo apenas aceitá-las, memorizá-las e usá-las.

Em nossa pesquisa com os licenciandos em matemática, notamos algo semelhante em suas respostas às questões propostas. À segunda questão – "Por que toda base real, diferente de zero, com expoente zero é um?" –, Carlos responde:

| Eu diria que é algo que aceitamos como um axioma. |
|---|

Enquanto que, para José, trata-se de uma "propriedade da potenciação".

Embora as respostas possam parecer inofensivas, para o aluno que recebe esse ensino "misterioso e sem explicações", a matemática é vista como um tipo de "magia", no sentido dado por Baruk (1996). De acordo com a autora, para o aluno existe uma conexão entre os cálculos e a magia. Já que muitas vezes os alunos não compreendem satisfatoriamente as regras matemáticas, eles as interpretam com um significado de magia. Como tudo é vago e sem sentido, os resultados das contas parecem algo mágico e misterioso. Assim, ainda segundo Baruk (1996), o aluno acredita que pode criar "novas regras matemáticas" para facilitar seus cálculos, fato também verificado em Silveira (2005). Baruk (1996) dá-nos um exemplo de “lógica da magia” usada pelos alunos nas aulas de matemática com a intenção de resolução das operações:

$$\frac{7}{4}+\frac{5}{3}=\frac{(7+3)+\ (4+5)}{(4+3)}=\frac{18}{7}$$

O correto, nesse cálculo, seria usar a multiplicação, mas como o aluno não compreende a regra, não faz sentido algum para ele multiplicar se a operação entre as frações é uma adição.

Cabe notar, ainda, que esses professores que não dominam os conteúdos matemáticos, segundo Druck (2003), não atuarão apenas no ensino básico, mas também poderão atuar nas licenciaturas de Matemática, formando, assim, nas palavras da autora, um “perverso círculo vicioso”.

> Nas faculdades, há muita vaga [...], o que transforma as licenciaturas em cursos atraentes para os que desejam um diploma qualquer. Produz-se, assim, um grande contingente de docentes mal formados ou desmotivados. Esse grupo atua também no ensino superior, sobretudo nas licenciaturas, criando um perverso círculo vicioso (Druck, 2003, p. 01).

Por outro lado, o artigo de Rosseti (1998), também publicado no jornal *Folha de São Paulo*, mostra que não apenas os alunos têm dificuldades em matemática, mas que seus erros são os mesmos dos professores:

> Professores de 1ª a 4ª séries, de escolas públicas de São Paulo, acertaram menos questões de multiplicação e divisão do que alunos de 5ª série de escola particular, em uma pesquisa piloto realizada a partir de duas teses de mestrado”. [...] Sandra Magina, professora do mestrado em matemática da PUC, diz: “O que ficou claro é que onde os professores erram, os alunos também erram” (Rossetti, 1998, p. 02) (grifo nosso).

Fato talvez explicado pelo "circulo vicioso" apontado por Druck (2003). Em nossa pesquisa, a maioria das questões foi respondida pelos licenciandos com as regras mecânicas e sem sentido que aprenderam. Possivelmente, é desta maneira que ensinarão seus alunos. E o círculo vicioso está formado.

Os licenciandos descrevem os procedimentos utilizados no algoritmo, mas não são capazes de mostrar o sentido de sua utilização, isto é, justificar a validade do algoritmo. Alguns acertaram, mas não sob o ponto de vista didático. Outros têm problemas ao expressar em língua natural os conceitos matemáticos e simplesmente não responderam a algumas questões. Os futuros professores erram as questões, deixam em branco (não respondem) ou admitem não saber.

## Considerações finais

Nossa hipótese, segundo a qual os professores de matemática se formam sem saber o sentido das regras e operações matemáticas que explicarão aos seus alunos, se confirmou. Percebemos que os licenciandos, não sabem, por exemplo, como justificar a validade do algoritmo da divisão de frações.

Essa pesquisa não tem o propósito de intimidar os licenciandos, e sim apontar problemas em sua formação que ainda permanecem e preocupam. Muitos professores das disciplinas específicas pouco valorizam as disciplinas pedagógicas e não trabalham essas dificuldades dos alunos, assim como muitos professores das disciplinas pedagógicas também não trabalham tais dificuldades. Enfim, os licenciandos continuam com uma formação insuficiente. Acreditamos que dar aula de matemática continua sendo um desafio em muitas escolas brasileiras, tendo em vista os resultados dos indicadores da eficácia da educação básica.

**Referências**

Albarracin, E. S.; Dujet-Sayyed, C.; Pangaud, C. (2008) *Les Facteurs Socioculturels dans le Représentations Mathématiques:* édude de cas sur une population d'élèves ingénieurs français et latino-américains (Séminaire d'ESCHIL, 3 avril 2008). 12 páginas. Disponível em: http://www.m2real.org/IMG/pdf_ESA-_Representations_mathematiques-3_avril-2.pdf. Acesso em: 02 out. 2011.

Baruk, S. (1996) *Insucesso e Matemáticas*. Tradução de Manoel Alberto. Lisboa: Relógio D'Água Editores.

Cury, H. N. (2007) *Análise de erros:* o que podemos aprender com as respostas dos alunos. Belo Horizonte: Autêntica.

Druck, S. (2003) O Drama do Ensino da Matemática. *Folha de São Paulo (Sinapse)* - 25 de março de 2003. 03 páginas. Disponível em: http://www1.folha.uol.com.br/folha-/sinapse/ult1063u343.shtml. Acesso em: 03 jul 2011.

Knijnik, G. (1996) *Exclusão e resistência:* educação matemática e legitimidade cultural. Porto Alegre : Artes Médicas.

Rossetti, F. (1998) Professor de matemática não aprendeu a ensinar. *Folha de São Paulo*, São Paulo, 24 ago.

Shulman, L. S. (1986) Those Who Understand: Knowledge Growth in Teaching. *Educational Researcher***,** vol. 15, n. 2, fev. pp. 04-14.

Silveira, M. R. A. (2000) *A interpretação da Matemática na escola, no dizer dos alunos:* ressonâncias do sentido de "dificuldade". Porto Alegre: UFRGS. Dissertação (Mestrado em Educação).

Silveira, M. R. A. (2005) *Produção de sentidos e construção de conceitos na relação ensino/aprendizagem da matemática.* Porto Alegre: UFRGS. Tese (Doutorado em Educação).

Tirosh, D. Como os professores compreendem as expressões matemáticas indefinidas. In: Teberosky, Ana; Tolchinsky, Liliana. (1998) *Substratum***.** Porto Alegre: Editora Artmed, pp. 77-111.

Wittgenstein, L. (1998) *Remarks on the foundations of mathematics (RFM)***.** Org. G. H. Von Wright, R. Rhees e G. E. M. Ascombe. Edição revisada. Oxford: Blackwell.

Wittgenstein, Ludwig. (1999) *Investigações filosóficas (IF).* Tradução de José Carlos Bruni. São Paulo: Nova cultural. (Coleção Os Pensadores)

ANEXO: LISTA DE QUESTÕES ENTREGUE AOS SUJEITOS DA PESQUISA

1) Por que $a^{-1} = \frac{1}{a}$, sendo $a \neq 0$, $a \in \Re$ ?
2) Por que toda base real, diferente de zero, com expoente zero é um?
3) Como você explica a operação:
   a) $4 / 0{,}5 = 8$
   b) 6 x 0,5 = 3
4) Resolva a divisão $\frac{2244}{22}$
5) Demonstre geometricamente o quadrado da soma de dois termos.
6) Mostre porque a soma dos ângulos internos de um triângulo é 180º.
7) Demonstre a fórmula da altura de um triângulo eqüilátero.
8) Demonstre a área total de um cilindro.
9) Resolva a equação $-2x + 1 = -3$, sem utilizar o método abreviado.
10) Como você explicaria o algoritmo da divisão de frações?