LA CONVERGENCIA DE LA MATEMÁTICA Y EL LENGUAJE: UNA METODOLOGÍA DE EDUCACIÓN POPULAR PARA EL DOMINIO DE AMBAS

Eduardo Molina Morán
edo_molina@yahoo.com
Fe y Alegría Ecuador

Tema I.7 - Los procesos de Comunicación en el aula de Matemática y su impacto sobre el Aprendizaje del Alumnado.
Modalidad Mini Curso
Nivel No específico
Palabras claves: lenguaje, matemática, educación popular.

Resumen

Partiendo de los principios de la educación popular integral aplicados a una experiencia en 14 centros educativos de la red Fe y Alegría Ecuador, se desarrolló una metodología que toma como base al lenguaje, y a partir de él se construye los conceptos matemáticos. La misma realiza un estudio de la lengua española y su paralelismo con el lenguaje simbólico a través de complejos proceso de codificación y decodificación. Propone una heurística aplicada al análisis sintáctico de oraciones para la resolución de problemas geométricos, aritméticos y algebraicos tanto de nivel primario y medio, profundizando en el universo de destrezas como la escucha, seguimiento de instrucciones, imaginación, representación, orientación espacial, producción de consignas y textos. Este curso está dirigido a todos aquellos que estén atraídos por la idea que el profesor de matemáticas debe considerarse también un profesor de lenguaje; el mismo plantea una pregunta abierta para ser contestada por los participantes: ¿es el lenguaje un medio para aprender matemáticas, o es la matemática un medio para mejorar el lenguaje?

Introducción

Los resultados de las pruebas SER aplicadas a nivel nacional revelaron que los centros de Fe y Alegría de la región Sierra del Ecuador tendieron a puntuar mejor en lenguaje que en matemáticas, por ello el Proyecto Estratégico de Desarrollo del Pensamiento Lógico con énfasis en Matemáticas, subordinado al Sistema de Mejora de la Calidad de la Federación Fe y Alegría, se inició en esta región. Al aplicar el postulado de educación popular sobre el análisis del contexto (Mejía y Awad, 2001), se decidió utilizar al lenguaje como fortaleza y punto de partida para la enseñanza de la matemática.

Marco teórico

Dentro del paradigma socio crítico y subordinado a los principios de la educación popular, se abordó como cuerpo teórico a la psicología dialéctica, la cual identifica al sujeto como intérprete y actuante de la realidad a través de canales perceptivos que se concientizan mediante el lenguaje (Leontiev, 1979). Este es adquirido de forma natural por el niño, al ingresar a la escuela mejora, se formaliza, se domina y genera un desarrollo dialéctico entre pensamiento y lenguaje (Vygostky, 1995). La matemática, que en tanto lenguaje interpreta la realidad pero también la trasciende (Piaget, 1975), es tanto una forma de acceso al pensamiento como expresión de éste, y utiliza como medio, significados, símbolos y sintaxis (Pimm, 1999) que posibilitan una competencia comunicativa adecuada (Searle, 1979). Por ello Mialaret (1986) sugiere que el profesor de matemáticas debe considerarse también un profesor de lenguaje.

El lenguaje, la aritmética y la geometría

El sentido numérico se basa en 3 procesos neurológicos: El efecto distancia, efecto tamaño y efecto SNARC (Alonso, 2001), develando que el cerebro interpreta los símbolos, como por ejemplo los números, fundamentándose en distancias y tamaños (Dehane, 1997), es decir, la forma es anterior a los símbolos, por lo que la geometría es un medio más natural que la aritmética para entender la realidad (Molina, 2012), argumento en la que se fundamenta el método Singapur.

Para Freire (2005) la conciencia crítica es la representación de las cosas y hechos como se dan en la realidad, y esa comprensión corresponde a una acción. Esta conciencia en el mundo de las matemáticas y específicamente de la geometría, parte de la coordinación espacial del sujeto, la cual estriba en su capacidad de tomar conciencia de sí, en tano se percibe como un objeto entre los demás (Jaulim-Mannoni, 1980). Esta concienciación, esta unión de reflexión y acción se expresa por medio de la palabra como medio para transforma la realidad (Freire, 2008).

El lenguaje oral es el punto de partida, el cual se divide en lenguaje escuchado y hablado, solo se percibe y reconoce las palabras que se han pronunciado antes (Smirnov, 1960), por ello una de las funciones del docente es entrenar la escucha.

Con estos aportes se proponen ejercicios a manera de consignas que posibilitan el entrenamiento de la atención, escucha, procesos del pensamiento, seguimiento de instrucciones, producción de consignas y coordinación espacial. Estos ejercicios se dividen en dos fases, la primera es receptiva y la segunda es emisiva (Ver anexo).

Ejercicio 1: Fase receptiva, representación a partir de consignas.

1. *Dibujar un cuadrado.*
2. *Dibujar un punto en la mitad del lado superior.*
3. *Dibujar un punto en la mitad del lado inferior.*

4. *Trazar una línea recta que una esos dos puntos.*

Ejercicio 2: Fase receptiva, representación a partir de consignas.

En un cuadrado dibujar una línea recta que una el vértice inferior izquierdo con la mitad del lado derecho.

Estos ejercicios implican una evaluación permanente a los estudiantes, y permite al profesor autoevaluarse en la construcción de sus consignas, modificarlas de ser necesario y aclarar conceptos y definiciones de los términos. Además, tanto en la etapa receptiva como la emisiva se entrena el discurso sub vocal repetitivo, el cual es apenas audible o inaudible. Este discurso ayuda a aclarar o fijar una imagen mental cuyo acceso a la misma es necesario para llegar a la solución (Pimm, 1999).

Una vez superada esta etapa receptiva se promueve en los estudiantes construir un dibujo y su respectiva consigna, posteriormente se la expone para que el resto de la clase reproduzca el gráfico siguiendo las instrucciones. En esta etapa emisiva se vuelve necesario el lenguaje escrito y la redacción de oraciones o consignas. Se entrena la escritura como medio para enseñar a pensar porque ésta: 1) exige que se piense, y 2) constituye un vehículo del pensamiento (Nickerson et al., 1995). La escritura permite inmovilizar los pensamientos para de esta manera poder criticarlos, revisarlos y elaborarlos hasta formar estructuras lógicas complejas.

A continuación se proponen dos metodologías de la enseñanza basados en la relación entre concepto y definición.

Enseñanza del concepto a la definición: El hecho que los estudiantes tienden a resolver problemas utilizando la imagen subjetiva del concepto e ignorando su definición a pesar de conocerla (Vinner y Dreyfus, 1989), se explica por la particularidad que todas las personas operan informalmente con conceptos, ya que sus imágenes están fuertemente fijadas (Vinner, 1991). Por ello, se propone una enseñanza basada en el diseño de ejercicios y problemas que permitan al alumno operar con el concepto mientras el profesor evalúa el nivel de dominio del mismo. En estos ejercicios el docente debe estimular a los educandos a hablar y describir en voz alta o de forma sublingual, las acciones que éste realice en la resolución del problema (Ver anexo), lo que Mialaret (1986) categoriza como *acción acompañada del lenguaje*. El lenguaje posibilita tomar conciencia de las acciones que se ejecutan durante la operación con el objeto, el cual debe ser lo más detallado posible, una buena descripción es ya una definición (Lebedinsky, 1977). Superada esta etapa el profesor puede presentar a los estudiantes el nombre del concepto mientras ellos dan su definición, una estrategia para el profesor al planificar este tipo de enseñanza es preguntarse: ¿Cómo enseño un concepto determinado sin pronunciar su nombre?

Ejercicio 3: Del concepto a la definición de Radio

1. *Dibujen una circunferencia.*
2. *Localicen y dibujen un punto cualquiera de la circunferencia.*
3. *Localicen y dibujen el punto que está en el centro de la circunferencia.*
4. *Unan estos dos puntos.*
5. *Describir lo realizado*

Ejercicio 4: Del concepto a la definición de Diámetro

1. *Dibujen una línea recta que una dos puntos de la circunferencia pero que pase por el centro.*
2. *Describir lo realizado*

Enseñanza de la definición al concepto: Este método es más avanzado porque necesita del estudiante un dominio del lenguaje, aunque puede ser utilizado también con el fin de mejorarlo, y la evaluación del docente debe ser permanente y prolija. Se empieza por expresar a los estudiantes el nombre del concepto y su definición. Posteriormente se exige planificar de tal manera que no se incorporen ni ejercicios ni problemas *tipo* (Rasslan y Tall, 2002) con el fin de asegurar que los estudiantes dependan únicamente de la definición, y no puedan utilizar la imagen fijada del concepto (Ver anexo). Otra recomendación para el éxito de este método es utilizarlo cuando se está seguro que los estudiantes nunca han operado ni escuchado acerca del concepto que se pretende enseñar.

Ejercicio 5: De la definición al concepto de Cuerda

1. *Cuerda: es la línea recta que une dos puntos cualquiera de la circunferencia pero que no pasa por el centro.*
2. *Realizar el dibujo utilizando la definición.*

Heurística para la resolución de problemas algebraicos

La heurística propuesta parte de una codificación de elementos estructurales del idioma español, en lenguaje y significado matemático simbólico, siendo los principales:

Sustantivos: Representan las variables o constantes, en especial los sustantivos propios.

Verbo: La acción que recae en el sustantivo del sujeto lo efectúa el verbo y que generalmente son los siguientes: "ser", "tener", "poseer" que implica una relación de pertenencia, equivalencia o correspondencia, por ejemplo:

$\underbrace{\underline{\text{Pedro}}}_{\text{sustantivo}}$ $\underbrace{\underline{\text{tiene}}}_{\text{verbo}}$ dos dólares. Pedro = $2

Adjetivos numerales: Comprende a adjetivos cardinales, ordinales, partitivos, múltiplos y distributivos (RAE, 2010). Se utilizan frecuentemente los 3 últimos:

Partitivos	Pedro recibió la **tercera** parte de la herencia.
Múltiplo	El negocio representó una **doble** ganancia.
Distributivo	**Cada** libro cuesta lo mismo.

Oración: Existen tres tipos que expresan, 1) Determinación de un adjetivo numeral a un sustantivo, por ejemplo: Pedro tiene dos quintales.

2) Relación de correspondencia entre sustantivos, por ejemplo: Alex tiene siete libros más que Pedro.

3) Complementariedad entre dos sustantivos, es decir una relación de parte-todo, por ejemplo: Andrés y Pedro tienen juntos 45 pesos.

Análisis de la oración: Es indispensable identificar los sustantivos presentes en el sujeto y predicado. El sustantivo del sujeto cumple funciones generalmente de núcleo, y representa la variable dependiente. El sustantivo del predicado toma muchas formas como objeto directo, objeto indirecto, agente, circunstancial o predicativo, y representa la variable independiente. Posteriormente se identifica la relación entre ellos, la cual generalmente se presenta con un adjetivo numeral:

$\underbrace{\underline{\text{Alex}}}_{\text{sujeto}}$ $\underbrace{\underline{\text{tiene el doble de Juan.}}}_{\text{predicado}}$

Palabra	Función gramatical	Función matemática
Alex	Sustantivo en el sujeto	Variable dependiente o constante
Juan	Sustantivo en el predicado	Variable independiente
Doble	Adjetivo numeral múltiplo que modifica al sustantivo del sujeto	Constante de proporcionalidad entre las variables
Tiene	Verbo	Relación de equivalencia

Para determinar la traducción en lenguaje simbólico se utiliza una matriz de codificación:

Sustantivo propio	Variable o Constante	Grafismo	Símbolo matemático
Juan	Variable independiente	**O** □	x
Alex	Variable dependiente	**OO**□□	2x

Cada oración representa una proposición que permite construir la ecuación, por lo que la oración de complementariedad se transforma en lenguaje simbólico, por ejemplo:

Entre Juan y Alex poseen treinta.

Palabra	Función gramatical	Función matemática	Símbolo
Juan	Sustantivo en el sujeto	Variable o constante	Depende de la matriz de codificación
Alex	Sustantivo en el sujeto	Variable o constante	Depende de la matriz de codificación
Entre	Adjetivo numeral distributivo que modifica a los sustantivos del sujeto	Relación aditiva entre las variables o constantes	+
Poseen	Verbo	Relación de equivalencia	=
Treinta	Adjetivo numeral cardinal	Constante	30

Se determina la matriz de la siguiente forma:

Representación	Oración/Proposición
Oración	Entre Alex y Juan poseen treinta.
Lenguaje-simbólica	Juan + Alex = 30
Grafismo-simbólica	**O** + **OO** = 30
Ecuación algebraica	x + 2x = 30

Sujeto tácito: Toda oración tiene la variable dependiente en el sustantivo del sujeto. Si el sustantivo de un sujeto tácito de una oración ya posee valor asignado, se torna necesario intercambiar los sustantivos del sujeto y del predicado para identificar mejor la variable dependiente y para ello se utiliza adjetivos numerales antónimos:

Andrés tiene el doble de Juan y 7 dólares menos que Enrique.

Andrés tiene 7 dólares **menos** que Enrique.		
Juan = x	Andrés = 2x	Enrique = ?
Enrique tiene 7 dólares **más** que Andrés		
Juan = x	Andrés = 2x	Enrique = 2x + 7

Conclusiones

Así como el pensamiento lógico se expresa a través del lenguaje, el progreso del lenguaje es un vehículo para desarrollar el pensamiento lógico; el punto de partida depende del contexto. Cuando se combina la lengua y la matemática como en la educación popular, se sumerge en universos en los cuales los conceptos y definiciones se entreveran, y resulta complejo identificar los componentes de los andamiajes creados. La palabra es simultáneamente entrada y salida, y su dominio enriquece a ambas.

Referencias

Alonso, D. y Fuentes, L. (2001). Mecanismos cerebrales del pensamiento matemático. *Revista de Neurología. 33*, 568-576.

Dehaene, S. (1997).*The number sense: how the mind creates mathematics*. New York: Oxford University Press.

Freire, P. (2005). *La educación como práctica de la libertad*. México. Siglo XXI Editores.

Jaulin-Mannoni, F. (1980). *La reeducación del razonamiento matemático*. Madrid.Aprendizaje Visor.

Lebedinsky, M. (1977). *Notas sobre metodología del estudio y la investigación*. Buenos Aires. Ensayo Ediciones.

Leontiev, A. (1979). *La actividad en la psicología*. La Habana. Editorial pueblo y Educación.

Mejía, M. y Awad M. (2001). *Pedagogías y metodologías en educación popular*. Quito. Ediciones Fe y Alegría.

Mialaret G. (1986). *Las matemáticas: Cómo se aprenden, como se enseñan*. Madrid. Aprendizaje Visor.

Molina, E. (2012). El dominio de conceptos matemáticos en profesoras de preescolar: una comparación Ecuador-México. Actas del III Congreso Uruguayo de Educación Matemática.

Nickerson, R., Perkins, D. y Smith, E. (1995). *Enseñar a pensar: Aspectos de la aptitud intelectual*. Editorial Paidós.

Real Academia Española. (2010). *Nueva Gramática de la Lengua Española*. Madrid. Espasa.

Piaget, J. (1975). *Introducción a la epistemología genética: el pensamiento matemático*. Buenos Aires. Paidos.

Pimm, D. (1999). *El lenguaje matemático en el aula*. Madrid. Ediciones Morata.

Rasslan, S. y Tall, D. (2002). *Definitions and Images for the Definite Integral Concept*. In A. Cockburn & E. Nardi. (Eds.). Proceedings of the 26st Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education, Norwich, UK.University of East Anglia. Vol. 4, 489–496.

Searle, J. (1979). *Expression and meaning*. Cambridge University Press. Cambridge.

Smirnov, A. (1960). *Psicología*. México D. F. Editorial Grijalbo.

Tomaschewsky, K. (1969). *Didáctica general*.México. Editorial Grijalbo

Vigotsky, L. (1995). *Pensamiento y lenguaje*. Buenos Aires. Editorial Paidos.

Vinner, S. y Dreyfus, T. (1989). Images and Definitions for the Concepts of Functions.*Journal for Research in Mathematics Education* 20 (5), 356–366.

Vinner, S. (1991). *The Role of Definitions in Teaching and Learning*. In D. Tall (Ed.)Advanced Mathematical Thinking. Dordrecht: Kluwer Acad. Publishers, 65–81.

ANEXO

Ejercicios

Fase receptiva: Representaciones partiendo de consignas

1. En un cuadrado, dibujar una línea recta que una el vértice superior derecho con el vértice inferior izquierdo.
2. Dibujar un cuadrado con su diagonal, y a continuación dibujar una circunferencia cuyo radio sea esa diagonal.
3. Dibujar un rectángulo en cuyo interior hayan dos circunferencias que rocen al rectángulo pero que también se rocen entre ellas.

Enseñanza del concepto a la definición

1. Dibujar un círculo en cuyo interior haya una línea recta que una dos puntos de la circunferencia pero que no pase por el centro (Cuerda).
2. Dibujar un círculo, y posteriormente dibujar una línea recta externa al círculo pero que lo roce en un solo punto de la circunferencia (Tangente).
3. Dibujar un círculo con su tangente, y posteriormente dibujar un segundo círculo de tal manera que posea como cuerda, la tangente del primer círculo.

Enseñanza de la definición al concepto

1. Factor de un número: Es el valor que multiplicado por otro da como resultado el número.
2. Divisor de un número: Es el valor que divide exactamente al número.