

## APRENDIZAGEM DA ESTATÍSTICA E O USO DE AMBIENTES COMPUTACIONAIS: UMA ANÁLISE DIDÁTICA DE PROGRAMAS PARA CONSTRUÇÃO DE GRÁFICOS ESTATÍSTICOS

Cileda de Queiroz e Silva Coutinho - Fabiano dos Santos Souza  
cileda@pucsp.br - fabiano\_souza@id.uff.br

Pontifícia Universidade Católica de São Paulo - Universidade Federal Fluminense -  
Brasil

Tema: V.4 - Materiais e Recursos Didáticos para o Ensino e a Aprendizagem da  
Modalidad: Comunicação breve - CB

Nível educativo: Formación y actualización docente

Matemática.

Palabras clave: Educação Estatística; Letramento Estatístico; Transnumeração; Registro  
de Representação Semiótica

### Resumo

*A análise exploratória de dados (Batanero; Estepa; Godino, 1991) é uma filosofia bastante eficaz na abordagem dos conteúdos estatísticos, quando objetiva-se o desenvolvimento do letramento estatístico dos alunos desde a Escola Básica até o Ensino Superior. Este artigo objetiva discutir o desenvolvimento do letramento estatístico dos alunos desde a Escola Básica até o Ensino Superior. Elementos apontados como fundamentais para o desenvolvimento desse letramento, tais como a transnumeração (Wild e Pfannkuch, 1999; Pfunchuk, 2008) e a utilização de múltiplos registros de representação semiótica (Duval, 2003) são estudados e articulados em textos, tais como Coutinho, Silva e Almouloud (2011). Neste cenário emerge a necessidade do uso de ambientes computacionais, de forma a potencializar a construção dos conceitos da estatística descritiva. Pretendemos assim discutir alguns critérios identificando contribuições, fragilidades, ou limitações para o uso de programas tais como Geogebra e R, que permitam a construção de gráficos estatísticos quando o objetivo é a aprendizagem e o desenvolvimento do letramento estatístico. Tais critérios serão discutidos à luz da contribuição para a construção e mobilização desses conhecimentos conduzindo o aluno no desenvolvimento e evolução do letramento estatístico (Gal, 2002).*

### 1. Considerações Iniciais

A utilização da Estatística nos dias atuais tem-se tornado um elemento muito importante para a sociedade. Hoje, no Brasil e no mundo, é um componente curricular na Escola Básica, e muito já se estudou e se estuda sobre sua importância na formação pessoal e profissional do sujeito. Ela se faz presente em quase todas as áreas do conhecimento, nos meios de comunicação, onde as informações são apresentadas por meio de tabelas e gráficos, e mesmo por meio de medidas tais como média, moda e mediana, entre outras, informações estas muitas vezes não entendidas pelos cidadãos. No entanto, o exercício profissional e o exercício pleno da cidadania exigem a tomada de decisão e a

compreensão dos conceitos estatísticos envolvidos. Assim, é necessário que o indivíduo seja estatisticamente letrado.

Entende-se por Letramento Estatístico não apenas a alfabetização, mas o uso correto dos conceitos e procedimentos estatísticos pelo sujeito. Segundo Ben-Zvi e Garfield (2004) o Letramento Estatístico inclui habilidades básicas e importantes que podem ser usadas para compreender informações estatísticas ou resultados de pesquisa. Estas habilidades incluem estar apto a organizar dados, construir e exibir tabelas, e trabalhar com diferentes representações dos dados. Inclui também uma compreensão de conceitos, vocabulário e símbolos, além de incluir uma compreensão de probabilidade como uma medida da incerteza. Neste contexto, a apreensão da variabilidade e da incerteza está no cerne da construção do conhecimento estatístico e, assim, do letramento estatístico.

Este texto se propõe a discutir o uso de programas computacionais, tais como Geogebra e R, como ferramenta para o desenvolvimento do letramento estatístico por meio da articulação entre os diversos registros de representação semiótica de um conjunto de dados.

## **2. Os gráficos estatísticos e o uso de ferramentas computacionais**

Iniciamos nossas reflexões e discussões sobre o desenvolvimento do letramento estatístico em alunos da Escola Básica, escolhemos abordar a representação de dados por meio de gráficos estatísticos, associando-os como fonte de informações sobre o que se está analisando, nos termos da filosofia da Análise Exploratória de Dados (Batanero, Estepa & Godino, 1991). Tal escolha se fundamenta na observação da proposta presente nos diversos livros didáticos disponíveis para o desenvolvimento dos conteúdos matemáticos nesse nível de escolaridade. Observa-se neles forte tendência à utilização de representações gráficas como ponto de partida para o ensino e a aprendizagem dos conteúdos da estatística descritiva.

Concordamos com Pfannkuch (2008, p.5), quando esta afirma que um desafio para os pesquisadores é “comunicar seus achados de forma a impactar o desenvolvimento da prática dos professores e a aprendizagem dos alunos”. Neste contexto, a discussão sobre

o uso de programas computacionais e planilhas eletrônicas para a construção de gráficos estatísticos se faz relevante e urgente para a incorporação de seu uso na prática docente. Retomamos, para isso, os pressupostos para o desenvolvimento do pensamento e letramento estatísticos propostos por Wild & Pfankuch (1999) com a designação por “transnumeração”, e retomados por Coutinho, Silva & Almouloud (2011), que entendem essa articulação entre registros como:

(...) o trabalho realizado ao se passar dos dados brutos para um registro tabular de distribuição de frequência e, deste, para registros gráficos tais como histograma e boxplot, na busca de significados no conjunto de dados analisado para a resolução do problema proposto. Assim, a articulação entre os diversos registros de representação semiótica é fundamental para a compreensão da estatística, tanto quanto a transnumeração, no sentido cunhado por Wild e Pfankuch (1999) e retomado por Pfankuch (2008). (Coutinho, Silva & Almouloud, 2011, p.501)

Nesse sentido, a utilização simultânea de mais de um registro de representação semiótica, tais como tabela, gráfico de pontos, diagrama de setores, gráfico de caixa (ou boxplot), gráfico de colunas, histograma, e ainda as medidas de tendência central e de dispersão, devidamente articuladas, é uma pressuposto que assumimos para a construção do letramento estatístico. Assumimos também a premissa de que a utilização de ambiente computacional permite ao professor fazer a gestão das atividades de aprendizagem de forma a que a construção dos gráficos ou o cálculo das medidas não se tornem o foco dessas atividades, mas sim a discussão conceitual sobre a distribuição de dados em jogo.

### **3. Utilização do Geogebra e do R**

Discutiremos nesse item a utilização de algumas ferramentas, tais como Geogebra e R, para abordagem dos gráficos estatísticos – construção e análise, em situação de sala de aula. Ou seja, a utilização destes programas para ensino e aprendizagem, visando o desenvolvimento do letramento estatístico dos alunos. Nossa análise da usabilidade de tais ferramentas se fundamentará na possibilidade de compatibilização dos diversos registros de representação semiótica (Duval, 2003) para apreensão da variabilidade presente no conjunto de dados por meio do uso simultâneo de dois ou mais registros, em um processo de transnumeração (Wild e Pfankuch 1999; Pfankuch, 2008).

Neste texto limitaremos nossas análises ao uso simultâneo do gráfico de pontos e do gráfico de caixa (boxplot). Para tal discussão, consideremos o seguinte conjunto de

dados fictícios, que associam o número de irmãos com a nota em uma prova de Matemática.

Tabela 1. Número de irmãos e nota de prova de 20 alunos de uma escola X.

<b>n. irmãos</b>	1	0	0	2	1	3	4	3			
<b>Nota na prova</b>	9	8	9	7	10	6	7	7			
	5	3	2	3	4	1	2	2	3	2	5
	5	6	8	7	6	9	8	7	5	10	6

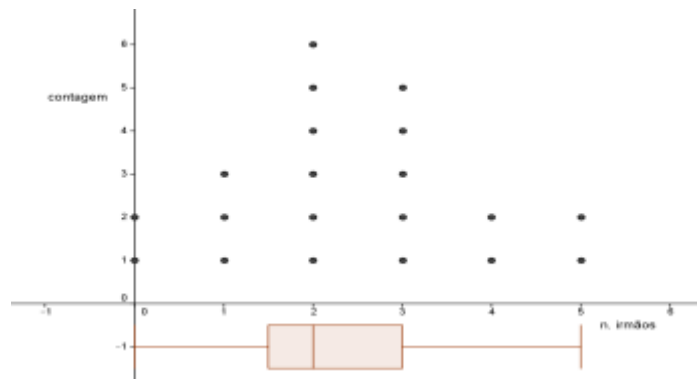
O primeiro ponto a ser analisado como critério de usabilidade é a facilidade de inserir dados no programa. Tal facilidade pode induzir um elemento distrator, ou seja, se o aluno julgar difícil a inserção dos dados, a aprendizagem do uso do programa assumirá uma dimensão prioritária em relação à aprendizagem do conteúdo estatístico visado. No caso, trata-se da apreensão da variabilidade pela visualização dos dados em mais de um registro de representação, tal como sugerido pela filosofia da Análise Exploratória de Dados (Batanero, Estepa & Godino, 1991).

Nos programas aqui discutidos, R e Geogebra, a inserção dos dados é feita pela simples digitação na tabela do programa (no R, a tabela é elemento do pacote RComander (Rcmdr). No entanto, como a construção de alguns gráficos, particularmente o gráfico de pontos e o boxplot, depende do trabalho sobre um conjunto ordenado de valores, o Geogebra comporta uma dificuldade maior, já que a ordenação e posterior aplicação na tabela não é tão simples como no R. Uma opção ao professor é a escolha de um banco de dados não muito extenso, que o aluno já possa digitá-lo com valores crescentes.

Coutinho, Almouloud & Silva (2012) apontam não apenas para o uso simultâneo de mais de um gráfico, como assinalam que a construção desses gráficos em um mesmo sistema de eixos fornece ao aluno condições de análises mais coerentes, já que a visualização das figuras faz apelo a uma mesma escala de eixos. Nesse item, o uso do Excel, planilha eletrônica bastante utilizada nas escolas brasileiras, apresenta uma desvantagem por não permitir tal construção. O aluno precisará construir os gráficos separadamente para, depois, em manipulações de tentativa e erro, buscar uma

uniformização das escalas. O Geogebra permite tal construção, como ilustramos na figura 1.

Figura 1. Gráfico de pontos e Box Plot construídos no Geogebra



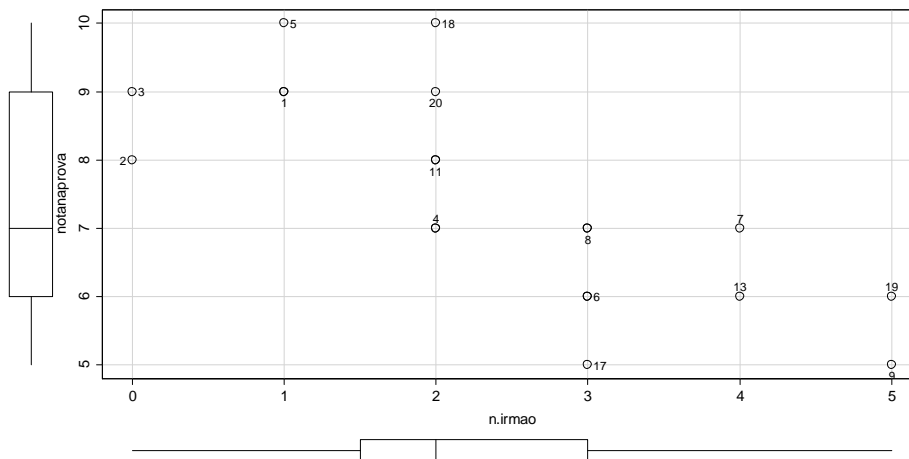
A utilização desses gráficos no mesmo sistema de eixos facilita a apreensão da variação, assim como a análise da forma da distribuição ao modificarmos os valores dos dados: o professor pode modificar tais valores substituindo alguns deles por valores discrepantes, por exemplo. A mudança na tabela do Geogebra gera, automaticamente, uma mudança nos dois gráficos construídos graças ao aspecto dinâmico do programa, valorizando a abordagem dos gráficos estatísticos como início da construção do letramento estatístico. Referimo-nos aqui à construção de habilidades relativas à leitura de dados representados graficamente, relacionando as informações contidas nos gráficos escolhidos – gráfico de pontos e boxplot assim como à descrição desses mesmos dados relacionando-os ao contexto no qual foram coletados.

Como exemplo de análise, o aluno pode perceber os valores em torno dos quais a maior parte dos pontos se concentra (análise pelo boxplot), ao mesmo tempo que analisa a simetria da distribuição (gráfico de pontos). Para isso, como o Geogebra faz as construções sem a necessidade de cálculos prévios pelo aluno, a aprendizagem poderá visar efetivamente a noção de distribuição de dados e de variação, sem que o aluno precise realizar cálculos complexos, o que favorece o desenvolvimento do letramento estatístico.

Quanto à construção desses dois gráficos com o programa R, particularmente utilizando-se o pacote Rcmdr, construímos um gráfico de dispersão, tendo cada variável a associação de um boxplot marginal. Verifica-se assim o aumento da complexidade do

registro de representação semiótica, o que ocorre sem um correspondente aumento na complexidade da construção. A análise da figura (apreensão a partir da visualização), no entanto, exige do professor maior atenção, já que envolve a apreensão da variabilidade para cada variável e para a distribuição conjunta. É necessário que o aluno mobilize habilidades mais complexas do que aquelas mobilizadas para a análise de gráficos como apresentado na Figura 1, mas tal construção em ambiente computacional é favorecida. O professor pode, dessa forma, oferecer ao aluno uma situação de aprendizagem com complexidade crescente: uma análise unidimensional seguida por uma análise bidimensional.

Figura 2: Gráfico de dispersão no número de irmãos e nota na prova com os respectivos Boxplot marginais construídos no R por meio do pacote Rcmdr.

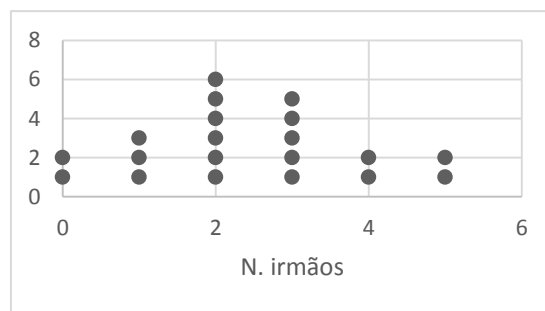


Nesse sentido, podemos efetuar a construção gráfica de pontos de cada variável. A construção desses gráficos no mesmo sistema de eixos facilita a apreensão da variação, assim como a análise da forma da distribuição ao modificarmos os valores dos dados, nessa perspectiva, o professor pode efetuar a análise dos dados junto aos alunos substituindo alguns dados por valores discrepantes (*outliers*), o que seriam identificados nos boxplots marginais. Uma das vantagens do R, é a identificação desses valores discrepantes no próprio gráfico de forma automática, o que não é possível com o uso do Geogebra.

A planilha Excel, apesar de bastante utilizada pelo público em geral, não permite a construção do boxplot, exceto por uma série de comandos que constituem uma macro, nem sempre de simples acesso. Nesse sentido, essa se constitui como uma limitação

para seu uso no tipo de abordagem aqui apresentada, embora seja possível que o próprio Excel calcule os valores necessários para a análise da distribuição dos dados em função dos quartis: valor mínimo, Q1, Q2 ou mediana, Q3 e valor máximo. Caberá aos alunos, nesse caso, a visualização dos intervalos constituídos por estes valores. Vale assinalar que os procedimentos de construção do gráfico de pontos no Excel são praticamente idênticos aos utilizados para a mesma construção no Geogebra, resultando na figura 3. No que se refere a outros gráficos estatísticos, também não é possível sua construção em um mesmo sistema de eixos.

Figura 3. Gráfico de pontos construído no Excel, com a opção “Diagrama de Dispersão”.



### 3. Considerações Finais

Iniciamos no presente texto uma discussão sobre as possibilidades no uso de alguns programas, particularmente do Geogebra e do R, quando o objetivo é o desenvolvimento do letramento estatístico tendo como ponto de partida a utilização simultânea de mais de um registro de representação semiótica.

Muito ainda se tem a refletir e aprofundar nessa discussão para sua implementação em sala de aula, para que o professor tenha nessas ferramentas elementos fundamentais para a concepção e gestão de situações de aprendizagem.

### 4. Referências Bibliográficas

- Batanero, C., Estepa, A. e Godino, J. D. (1991). *Análisis Exploratorio de Datos: sus Posibilidades en la Enseñanza Secundaria*. Suma, n. 9, p. 25-31, 1991. Recuperado de <http://www.ugr.es/~batanero>. Consultado em 05/06/2013.
- Ben-Zvi, D. e Garfield, J (eds.) (2004). *The challenge of developing statistical literacy, reasoning and thinking*, pp6-7.
- Coutinho, C. Q. S.; Silva, M. J. F.; Almouloud, S. AG. (2011). *Desenvolvimento do Pensamento Estatístico e sua Articulação com a Mobilização de Registros de Representação Semiótica*. In Bolema, Rio Claro (SP), v. 24, n. 39, p. 495-514, ago.

- Duval, R. Registros de representações semióticas e funcionamento cognitivo da compreensão da matemática. In Machado (org.), *Aprendizagem em matemática, registros de representação semiótica*. Campinas: Papirus, p.11-33. 2003.
- Gal, I. (2002). Adult's statistical literacy. Meanings, components, responsibilities. *International Statistical Review*, 70(1), 1-25. Recuperado de <http://www.stat.auckland.ac.nz/~iase/cblumberg/gal.pdf>. Consultado 10/01/2013.
- Pfannkuch, M. (2008). Training teachers to develop statistical thinking. In: the *ICMI STUDY 18 and 2008 IASE Round Table Conference. Proceedings*. Recuperado de [http://www.ugr.es/~icmi/iase\\_study/Files/Topic4/T4P2\\_Pfannkuch.pdf](http://www.ugr.es/~icmi/iase_study/Files/Topic4/T4P2_Pfannkuch.pdf). Consultado: 10/01/2013.
- Wild, C.; Pfannkuch, M. (1999). *Statistical thinking in empirical enquiry*. *International Statistical Review*, Auckland, v. 6, p. 223–265, 1999.