

APLICACIÓN DE LA METODOLOGÍA DE EDUCACIÓN MATEMÁTICA ATENDIENDO A LA DIVERSIDAD EN ESTUDIANTES PARA MAESTROS EN EDUCACIÓN PRIMARIA

Matías Arce – Laura Conejo – M^a Asunción García-Olivares – Cristina Pecharromán –
Tomás Ortega

arcesan@am.uva.es – lcconejo@am.uva.es – asungordv@hotmail.com –
cristina.pecharroman@uva.es – tomas.ortega@uva.es

Didáctica de la Matemática. Universidad de Valladolid (España)

Núcleo temático: IV. Formación del profesorado en Matemáticas

Modalidad: CB (Comunicación Breve)

Nivel educativo: Formación y actualización docente

Palabras clave: Educación atendiendo a la diversidad, metodología, geometría, formación de maestros.

Resumo

Se describen aquí algunos resultados derivados de la aplicación de la Metodología de Educación Matemática Atendiendo a la Diversidad (García-Olivares, 2008) a un grupo de alumnos universitarios del Grado de Educación Primaria (maestros en formación inicial). Esta metodología se fundamenta en: la creación de grupos de trabajo colaborativos (de 4 a 5 alumnos), el respeto a los ritmos de aprendizaje de los grupos, la propuesta de actividades en orden creciente de dificultad apropiadas a cada grupo y la existencia de un test de autocontrol tras cada actividad. La metodología se implantó en la docencia sobre el contenido de ángulos. El análisis y contraste de los diferentes datos recogidos (observación de las sesiones, resolución de las actividades, prueba de evaluación, valoración de la metodología por los alumnos) y los resultados obtenidos permiten concluir la existencia de un número muy elevado de interacciones en cada grupo y entre los grupos y el docente, y una alta valoración de la metodología por los alumnos. No obstante, la prueba de evaluación evidencia un aprendizaje poco satisfactorio en un número importante de alumnos, lo que motiva una reflexión sobre algunas posibles limitaciones de la metodología en este contexto de implementación.

Introducción

En las últimas leyes orgánicas de educación españolas (LOGSE 1/1990, de 3 de octubre; LOE 2/2006, de 3 de mayo; LOMCE 8/2013, de 9 de diciembre) se concede una importancia especial al concepto de educación atendiendo a la diversidad. Desde entonces, se han producido numerosas publicaciones sobre este concepto (por ejemplo, Aldámiz y otros, 2000; Pérez, 2003), pero es complicado encontrar propuestas específicas para aulas de

matemáticas (un ejemplo: De Prada, 2003). La teoría de inteligencias múltiples de Gardner (2001) ha sido la base de algunas experiencias y estudios para generar actividades proyectadas a un alumnado diverso (como los de Maker, Rogers, Nielson, & Bauerle, 1996; Goodnough, 2001; Wu, 2004), pero sin que se ofrezcan pautas claras sobre cómo llevarlas a la práctica. Mientras tanto, en García-Olivares (2008) se tienen referencias sobre la diversidad en las aulas, el poco aprovechamiento del tiempo lectivo en las aulas de Matemáticas, y las diferencias en el aprendizaje y en el estudio de las matemáticas, destacando el escaso interés que despierta en muchos alumnos y su escaso trabajo personal, tanto en el aula como en las tareas propuestas para resolver fuera de ella.

Consideramos que educar en la diversidad es asumir que los alumnos presentan múltiples características diferentes (niveles, inteligencias, actitudes, creencias, esfuerzo, motivación,...), pero deben educarse juntos, a la vez. Bajo esa premisa, García-Olivares (2008) diseña y describe una metodología específica de educación matemática atendiendo a la diversidad (la MEMAD), y contrasta su éxito al aplicarla con alumnos de Enseñanza Secundaria Obligatoria. En la presente investigación se describen los resultados obtenidos al aplicar la MEMAD en un contexto diferente, un grupo de alumnos universitarios de 2º Curso del Grado de Educación Primaria (futuros maestros), dentro de un Proyecto de Innovación Docente de la Universidad de Valladolid.

Descripción breve de la metodología: MEMAD

La MEMAD se fundamenta en cuatro principios que se consideran complementarios:

1. Se crearán grupos de trabajo colaborativo atendiendo a diversos factores, como el tipo de inteligencia, las relaciones sociales y el rendimiento académico.
2. Se respetarán los ritmos de aprendizaje de los grupos, de manera que cada grupo estará realizando la actividad que sea apropiada para él.
3. Se creará un cuadernillo de trabajo con tareas en orden creciente de dificultad, de manera que haya actividades apropiadas para todos los grupos.
4. Test de autocontrol: Cada tarea cuenta con escalas de 1 a 5 (de muy poco a muchísimo), en la que los alumnos reflejarán su participación y su aprendizaje.

Cada grupo trabajará en las actividades apropiadas para él, es decir, los más aventajados no tienen por qué hacer las primeras, y puede haber grupos que no lleguen a las últimas. Cuando un grupo haya terminado una tarea pasará a la siguiente, procurándose que las tareas posteriores no necesiten resultados de las anteriores. Las explicaciones generales del docente serán muy breves (se limitarán a presentaciones), y actuará como monitor a demanda orientando a los grupos cuando éstos requieran su ayuda. Teniendo presentes estos principios y consideraciones, la aplicación de la metodología seguirá las cuatro fases descritas por Baddeley (2003), que favorecen el desarrollo de la memoria:

Presentación: Será muy breve, unos 5 minutos, y estará impresa en el cuadernillo de trabajo. Junto con las actividades y estará en poder de los grupos antes de la docencia.

Práctica: Los alumnos realizan las actividades en grupo, consultando al profesor cuando tienen alguna duda. Éste actúa como mediador, interviniendo únicamente cuando se haya llegado a una situación de bloqueo.

Adaptación: En las actividades propuestas deben existir relaciones con contenidos ya trabajados, para desarrollar conexiones entre ellos (aunque en muchos casos se evidencie un pobre conocimiento de estos contenidos, que entorpece las conexiones).

Consolidación: Fase de revisión global de los contenidos trabajados en las fases anteriores. En esta fase se recomienda que los alumnos resuelvan un problema redactado en el que se narre una historia que contenga todos los datos necesarios y una serie de tareas derivadas, de tal forma que cumpla los requisitos de la MEMAD.

Contexto y desarrollo de la implementación. Datos recogidos.

Se implementó la metodología en un grupo de alumnos del Grado en Educación Primaria (maestros en formación inicial) de la Universidad de Valladolid. El número de alumnos del grupo era 86. En total se hicieron 18 grupos de trabajo, catorce con cinco estudiantes y cuatro con cuatro, que se numeraron como G1 hasta G18. Uno de los grupos, el G18, no realizó todas las actividades y, por tanto, no se tuvieron en cuenta sus aportaciones en el análisis.

Se diseñó un cuadernillo que respondía a las tres primeras fases antes indicadas, para el tópico de ángulos en el plano y relaciones angulares, dentro de una asignatura de fundamentos y didáctica de la geometría. El cuadernillo se componía de 16 actividades: algunas

definiciones, enunciados de teoremas y actividades para el establecimiento guiado de los mismos, y tareas de aplicación. Todos los grupos intentaron cumplimentar todas las actividades. En el Anexo I se presentan algunos fragmentos del cuadernillo.

Pasados unos días de la entrega del cuadernillo se realizaron tareas de consolidación y una prueba de rendimiento sobre los contenidos tratados (Anexos II y III). En ella se añadió una encuesta para que individualmente autoevaluaran su aprendizaje y su participación tanto en el desarrollo de esta metodología como en el resto de la docencia, en la que se había practicado una metodología magistral participativa. Así, contamos con los siguientes datos para analizar la implementación de la MEMAD: los cuadernillos de tareas completados en cada grupo (junto con las valoraciones grupales del test de autocontrol), la observación de las clases, la prueba individual posterior sobre el tópico y la encuesta valorando la implementación de la MEMAD.

Análisis de resultados

La docencia que se llevó a cabo fue excesivamente lenta, prácticamente se dedicó el doble de horas lectivas que las dedicadas otros años para estos contenidos. Esta lentitud estuvo motivada por el número tan elevado de interacciones que se produjeron entre el profesor y los grupos de trabajo, si bien es cierto que el trabajo entre los miembros del grupo fue continuo y que interaccionaban continuamente. La impresión derivada de la observación es que el trabajo fue más activo que con otros tipos de docencia.

Se valoró el desempeño de cada grupo en las tareas del cuadernillo, utilizando una valoración 0-10. Se muestran las medias del desempeño para cada actividad en la Figura 1. En general, la valoración de algunas tareas fue bastante menor de lo esperado para una metodología como esta porque podían haber preguntado al profesor.

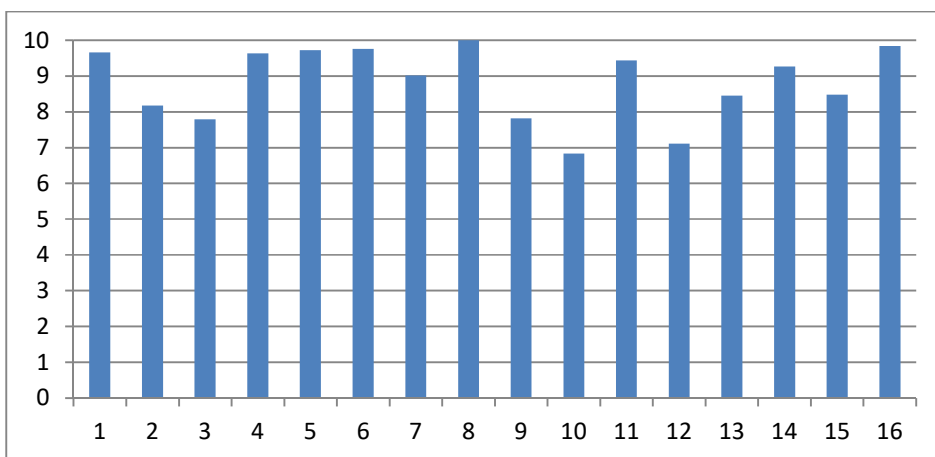


Figura 1. Puntuaciones obtenidas en cada una de las actividades.

En la Figura 2 se representan las puntuaciones medias alcanzadas por cada grupo de trabajo en las actividades del cuadernillo. En ella se puede observar que la mitad de las medias son iguales o superiores a 9 (en la escala 0-10), pero otras tantas están en torno a los ocho puntos, y una de ellas no llega a los siete puntos, lo que supone una oscilación superior al 22% desde la superior y al 29% desde la puntuación inferior, lo que significa que entre los grupos existieron diferencias notables.

Mayores diferencias se observan entre las puntuaciones que han obtenido en el cuadernillo de trabajo y las que alcanzaron en una prueba individual de rendimiento posterior sobre los mismos contenidos.

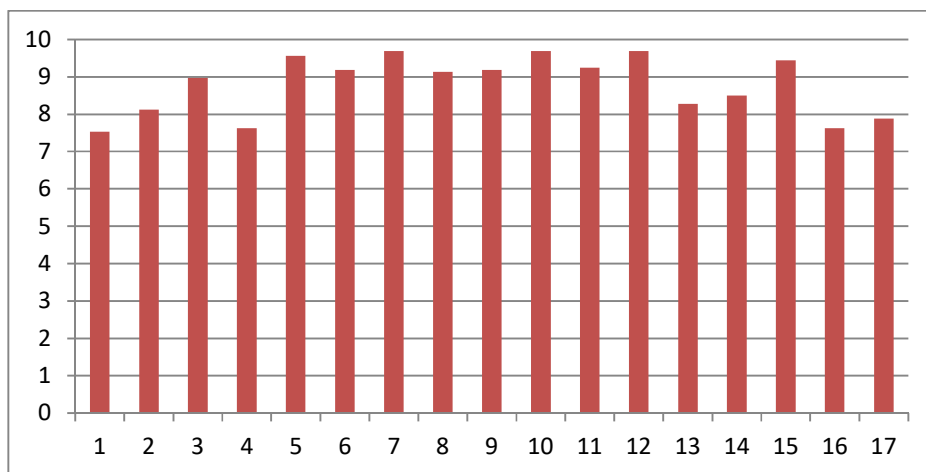


Figura 2. Puntuaciones alcanzadas por los grupos en el cuadernillo.

En la Figura 3 se muestran conjuntamente las puntuaciones medias alcanzadas por cada grupo en el cuadernillo (columnas de la izquierda) y la media de los alumnos de ese grupo en la prueba de rendimiento (columnas de la derecha). En la Figura se observa que las medias en la prueba fueron inferiores a las valoraciones grupales del cuadernillo en todos los casos, con únicamente tres grupos donde la media en la prueba fue superior a 7 (G9, G10 y G13). En tres grupos, dicha media fue inferior a 4 (G2, G4 y G6).

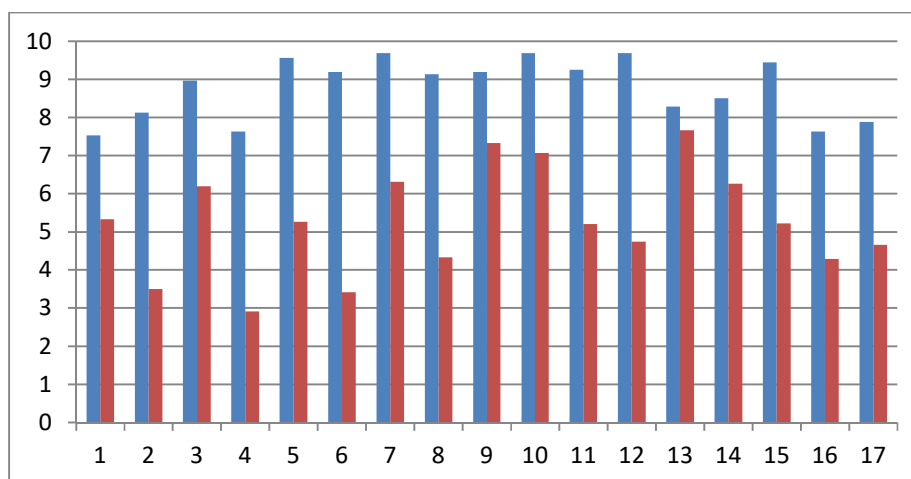


Figura 3. Puntuaciones alcanzadas en el cuadernillo y en la prueba de rendimiento.

Como resumen, la puntuación media de los grupos en el cuadernillo fue de 8'81 puntos en la escala 0-10, mientras que en la prueba de rendimiento fue de 5'34. Es decir, hubo una diferencia del 39% entre las puntuaciones en la fase de práctica y adaptación y las puntuaciones en la prueba posterior sobre el tópico.

La Figura 4 muestra el resumen de resultados en el test de autocontrol en cada una de las actividades del cuadernillo, en el que los alumnos declararon su participación (barras de color azul) y aprendizaje desarrollado (barras de color rojo). Las medias fueron altas en ambos casos, algo más para destacar su participación (4'17 en la escala 1-5, frente al 4'03 para el aprendizaje desarrollado). En algunas actividades destacó una de las puntuaciones declaradas frente a la otra: en las actividades 7, 11, 12 y 13 destacó la participación, y en las actividades 14, 15 y 16 (las de la parte final del cuadernillo) destacó la puntuación sobre el aprendizaje desarrollado. De estas actividades tres (7, 12 y 14) son de tipo teórico, y muy similares. Otras

dos (11 y 13) son de reconocimiento gráfico (similares entre sí) y las dos restantes son de cálculo de medidas aplicando teoremas de relaciones angulares.

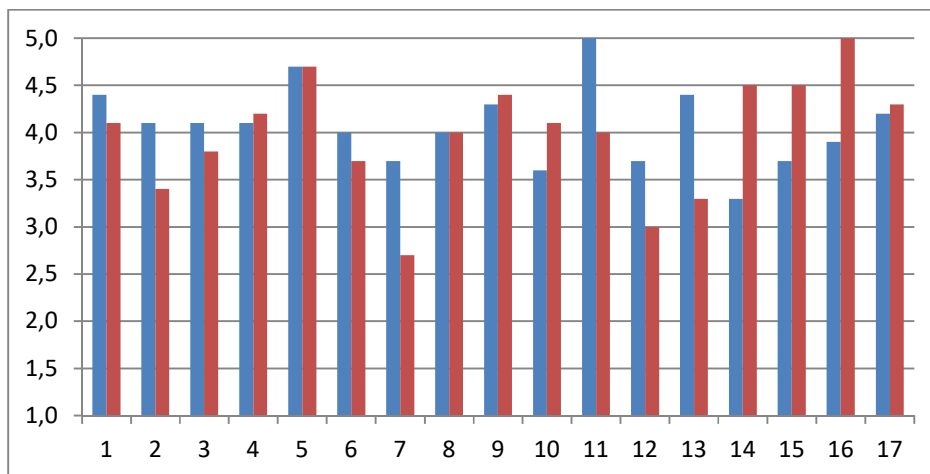


Figura 4. Valoraciones de los alumnos sobre su participación y aprendizaje.

Estas puntuaciones indican que desde la perspectiva de los alumnos la metodología puesta en práctica puede ser ventajosa, aunque esto contrasta con el desigual rendimiento en la prueba individual posterior, como hemos comentado previamente. En las Figuras 5 y 6 se muestran los resultados al comparar la participación y el aprendizaje declarado para ambas metodologías (MEMAD, barras azules; y la metodología magistral participativa, barras rojas) en la encuesta valorativa final. Se muestran las medias de los alumnos de cada grupo. La media de la participación declarada por los alumnos fue superior para la metodología MEMAD (4'1 frente a 3'3), lo que supone una diferencia apreciable en favor de esta metodología. Además, como se observa en la Figura 5, dicha media fue mayor o igual en todos los grupos (existió igualdad en G8, G15 y G17). Del mismo modo, el aprendizaje declarado por los alumnos fue superior en el caso de la metodología MEMAD, aunque con una diferencia menor a la participación (3'9 frente a 3'4). En este caso, y como se observa en la Figura 6, en muchos de los grupos la media del aprendizaje declarado fue superior para la MEMAD, aunque hubo cuatro grupos con igualdad en la valoración (G7, G8, G15 y G16) y uno, G13, donde la metodología magistral participativa fue mejor valorada en términos de aprendizaje.

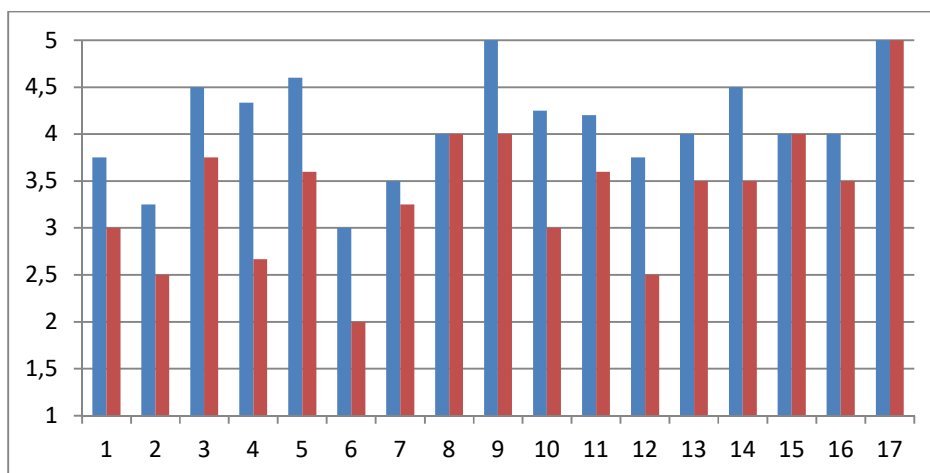


Figura 5. Participación declarada de los alumnos en ambas metodologías

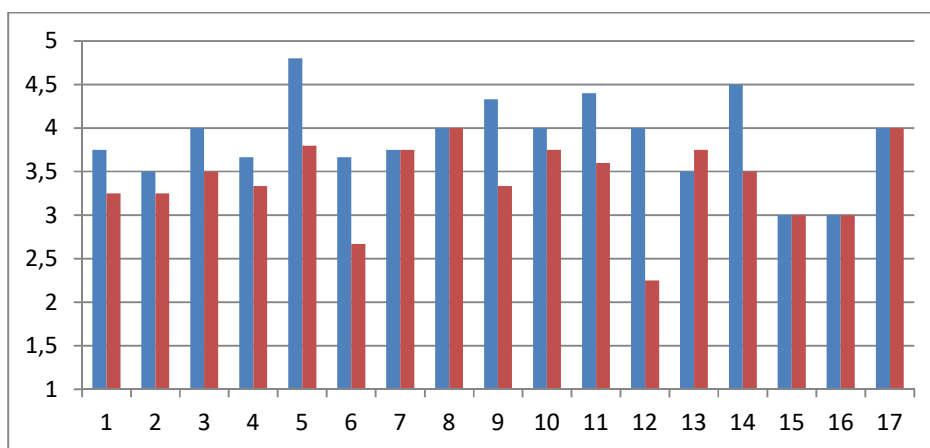


Figura 6. Aprendizaje declarado por los alumnos para ambas metodologías

Discusión de resultados

Desde la perspectiva de los alumnos se podría asegurar que aprecian esta metodología, creyendo que su participación en la docencia es mayor que con otras metodologías, también creen que se producen mayores aprendizajes, creencias que están de acuerdo con los resultados encontrados por García-Olivares y Ortega (2014). Además, el número de interacciones entre y con los alumnos fue muy alto durante la implementación de la MEMAD, casi se puede afirmar que es continuo. Sin embargo, en la experimentación descrita, el tiempo dedicado a la implementación fue excesivo, en relación a otras metodologías. Este hecho sólo es achacable al número tan excesivo de alumnos que

componen el grupo. Al tener un grupo aula de 86 alumnos, y un total de 18 grupos de trabajo, la cantidad de alumnos y grupos provoca una continua demanda de monitorización al docente, y una espera en algunos grupos hasta esperar su turno, lo que repercute en una atención precaria, en una enorme ralentización de la docencia y, consecuentemente, un desequilibrio en el desarrollo curricular. Así, el elevado número de estudiantes supone un aspecto limitante muy importante para esta metodología, en comparación con su aplicación en Secundaria (García-Olivares, 2008), lo que también nos hace pensar en la introducción de otros posibles cauces de monitorización que puedan ayudar a subsanar esta circunstancia.

Agradecimientos

Este trabajo forma parte de un Proyecto de Innovación Docente titulado “Metodología de Educación Matemática Atendiendo a la Diversidad. Aplicación a la docencia de Ángulos”, aprobado y apoyado económicamente por la Universidad de Valladolid.

Referencias bibliográficas

- Aldámiz, M. M. y otros (2000). *¿Cómo hacerlo? Propuestas para educar en la diversidad*. Barcelona: Graó.
- Baddeley, A. (2003). *Memoria Humana: Teoría y Práctica*. Madrid: McGraw-Hill /Interamericana de España.
- De Prada, M. D. (2003). Marco metodológico para la atención a la diversidad: una experiencia en el aula de Matemáticas. *Revista de Educación*, 330, 419-447.
- García-Olivares M. A. (2008). *Educación matemática atendiendo a la diversidad. Análisis de una metodología específica*. Tesis doctoral no publicada. Universidad de Valladolid.
- García-Olivares, M. A. y Ortega, T. (2014). *Diversidad en las aulas de ESO: test de autocontrol*. En C. Fernández y J. L. González (Eds.), *Aprendizaje y razonamiento matemático* (pp. 187-213). Málaga, Universidad de Málaga.
- Gardner, H. (2001). *La inteligencia reformulada: las inteligencias múltiples en el siglo XXI*. Barcelona: Paidós.
- Goodnough, K. (2001). Enhancing Professional Knowledge: A Case Study of an Elementary Teacher. *Canadian Journal of Education*, 26(2), 218-236.
- Ley Orgánica 1/1990, de 3 de octubre, de Ordenación General del Sistema Educativo. *Boletín Oficial del Estado*, 4 de octubre de 1990, nº238, pp. 28927-28942.
- Ley Orgánica 2/2006, de 3 de mayo, de Educación. *Boletín Oficial del Estado*, 4 de mayo de 2006, nº106, pp. 17158-17207.
- Ley Orgánica 8/2013, de 9 de diciembre, para la mejora de la calidad educativa. *Boletín Oficial del Estado*, 10 de diciembre de 2013, nº295.

- Maker, C. J., Rogers, J. A., Nielson, A. B., & Bauerle, P. R. (1996). Multiple intelligences, problem solving, and diversity in the general classroom. *Journal for the Education of the Gifted*, 19(4), 437-460.
- Pérez, L. F. (2003): El aula inteligente y la atención a la diversidad. En F. Segovia (Ed.), *El aula inteligente. Nuevas perspectivas* (pp. 75-100). Madrid: Espasa.
- Wu, W. (2004). Multiple intelligences, educational reform, and a successful career. *Teachers College Record*, 106(1), 181-192.

ANEXOS DE LA PROPUESTA: APLICACIÓN DE LA METODOLOGÍA DE EDUCACIÓN MATEMÁTICA ATENDIENDO A LA DIVERSIDAD EN ESTUDIANTES PARA MAESTROS EN EDUCACIÓN PRIMARIA

Matías Arce – Laura Conejo – M^a Asunción García-Olivares – Cristina Pecharromán – Tomás Ortega
arcesan@am.uva.es – lcconejo@am.uva.es – asungordv@hotmail.com – cristina.pecharroman@uva.es – tomas.ortega@uva.es
 Didáctica de la Matemática. Universidad de Valladolid (España)

Núcleo temático: IV. Formación del profesorado en Matemáticas
 Modalidad: CB (Comunicación Breve)
 Nivel educativo: Formación y actualización docente
 Palabras clave: Educación atendiendo a la diversidad, metodología, geometría, formación de maestros.

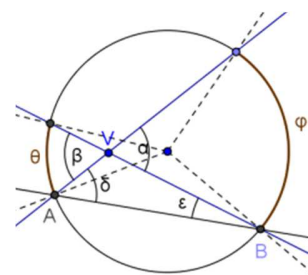
Anexo I

Se reproducen a continuación algunas actividades del cuadernillo de trabajo (actividades 11 a 16, correspondientes a actividades guiadas sobre el establecimiento de los teoremas del ángulo interior y exterior), junto con el test de autocontrol.

TEOREMA DEL ÁNGULO INTERIOR

La amplitud del ángulo interior es la semisuma de los dos centrales correspondiente

Un ángulo interior, α , tiene un ángulo opuesto por el vértice, β , ($\alpha=\beta$) que también es interior. Los lados de estos dos ángulos determinan dos centrales de arcos, ϕ y θ .



11. Señala en la figura adjunta los dos centrales determinados por los dos ángulos interiores

He aprendido: 1 2 3 4 5 He colaborado: 1 2 3 4 5

12. ¿Cómo son los ángulos α o β respecto del triángulo VAB? ¿A qué es igual α ?

$\alpha = \beta =$

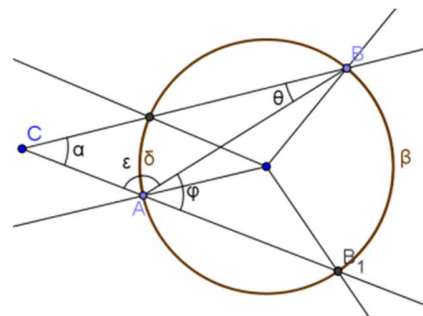
He aprendido: 1 2 3 4 5 He colaborado: 1 2 3 4 5

El ángulo α es exterior del triángulo VAB y, por tanto, por el teorema del ángulo exterior $\alpha = \delta + \varepsilon$. Además, por el teorema del ángulo inscrito, $\delta = \varphi/2$ y $\varepsilon = \theta/2$. Por tanto, $\alpha = \delta + \varepsilon = \varphi/2 + \theta/2 = (\varphi + \theta)/2$.

TEOREMA DEL ÁNGULO EXTERIOR

La amplitud del ángulo exterior es la semidiferencia de los dos centrales correspondientes.

Los lados del ángulo exterior contienen a cuerdas de la circunferencia o son tangentes a ella. Por tanto, determinan dos arcos de circunferencia y, por tanto dos ángulos centrales.



13. Identifica los ángulos centrales que determina el ángulo exterior α de la figura adjunta

He aprendido: 1 2 3 4 5 He colaborado: 1 2 3 4 5

14. φ en un ángulo exterior del triángulo ABC. Por tanto, $\varphi = \alpha + \theta$ y, entonces $\alpha = \varphi - \theta$. Fíjate en los ángulos φ y θ y escribe qué tipo de ángulos son respecto de la circunferencia y cuáles son sus centrales correspondientes:

φ es un ángulo y su central correspondiente es Por tanto, $\varphi =$

θ es un ángulo y su central correspondiente es Por tanto, $\theta =$

Sustituyendo en $\alpha = \varphi - \theta$, se obtiene $\alpha = \dots = \dots$

He aprendido: 1 2 3 4 5 He colaborado: 1 2 3 4 5

15. Un ángulo de 64° tiene sus lados tangentes a una circunferencia. ¿Cuánto mide el menor de los arcos en que los puntos de tangencia dividen a la circunferencia?

He aprendido: 1 2 3 4 5 He colaborado: 1 2 3 4 5

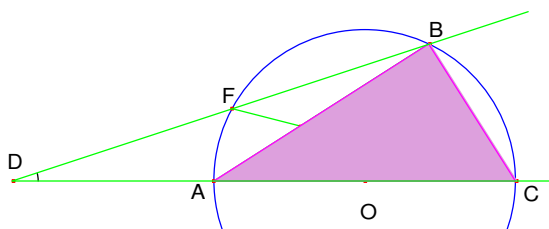
16. Se divide una circunferencia en 15 partes iguales y se numeran los puntos de división consecutivamente. Halla el ángulo que forma la recta 1-7 (recta que pasa por los puntos 1 y 7) con la 1-9. Misma pregunta con las rectas 1-4 y 7-9.

He aprendido: 1 2 3 4 5 He colaborado: 1 2 3 4 5

Anexo II

En este anexo, y a modo de ejemplo, se reproduce el enunciado de tres actividades de consolidación de entre las que se propusieron.

Ejemplo 1: En el gráfico de la derecha se conoce que AC es un diámetro y O su punto medio, que $\angle BDC = 20^\circ$ y que $\angle BEC = 50^\circ$. Halla razonadamente la medida de los tres ángulos interiores del triángulo CBA.



Ejemplo 2: Sabiendo que BH es una altura del triángulo ABC, que el centro de la circunferencia circunscrita está en el lado AC y que el ángulo $\angle BAC = 72^\circ 46'$, calcula la amplitud de cada uno de los ángulos siguientes: ABH, HBO, BOH, BOC, OCB y OBC.

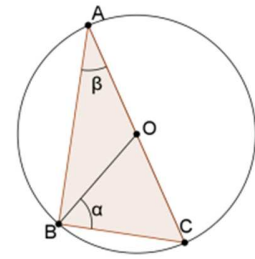
Ejemplo 3: Arco capaz es el lugar geométrico de los puntos del plano desde los cuales se ve a un segmento dado, AB, con un mismo ángulo, α . Es el arco formado por el lugar geométrico de los puntos tales que su ángulo inscrito mide α . Construir el arco capaz formado por los puntos desde los que se ve un segmento de 3 cm con 30° .

Anexo III

Se reproduce la prueba de rendimiento individual sobre los contenidos tratados (ángulos y relaciones angulares), junto con la encuesta de autoevaluación de su aprendizaje y participación con ambas metodologías:

Prueba de rendimiento

1. Haz un dibujo y enuncia el teorema del ángulo semiinscrito.
2. Demuestra el teorema del ángulo interior.
3. Considera la figura adjunta y calcula la amplitud del ángulo α sabiendo que $\beta=35^{\circ}43'$ y que AC es un diámetro.



Encuesta de autoevaluación

En los siguientes ítems, marca un valor en la escala 1 (muy poco) – 5 (muchísimo) para valorar tu aprendizaje y participación.

- | | | | | | |
|--|---|---|---|---|---|
| Ítem 1. En las clases del cuadernillo he aprendido: | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
| Ítem 2. En las clases del cuadernillo he participado: | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
| Ítem 3. En las clases sin el cuadernillo he aprendido: | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
| Ítem 4. En las clases sin el cuadernillo he participado: | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |