

## EL MUESTREO EN EL CURRÍCULO DE SECUNDARIA: UN ESTUDIO COMPARADO DE LOS CURRÍCULOS EN ESPAÑA Y CHILE

Nuria Begué, Karen Ruiz, María M. Gea y Carmen Batanero  
nbegue@correo.ugr.es– karenruizreyes@gmail.com – mmgea@ugr.es – batanero@ugr.es  
Universidad de Granada, España

Núcleo temático: Enseñanza y aprendizaje de la Matemática en las diferentes modalidades y niveles educativos

Modalidad: CB

Nivel educativo: Educación secundaria y bachillerato

Palabras clave: muestreo, currículo, estudio comparado, educación secundaria

### Resumen

*En ese trabajo se analizan los contenidos curriculares establecidos para la educación secundaria tanto en España como Chile, comparándolos con algunas recomendaciones internacionales. A pesar de su aparente sencillez, el análisis semiótico de las orientaciones curriculares citadas revela la complejidad del tema, lo que podría explicar las muchas dificultades de comprensión encontradas en la investigación didáctica. En síntesis, este análisis revela la existencia de contenidos dispersos relacionados con el muestreo a lo largo de esta etapa educativa, encontrando diferencias relevantes en el análisis comparativo de los dos currículos considerados.*

### 1. Introducción

El muestreo es una de las diez ideas estocásticas fundamentales (Heitele, 1975), y constituye un puente que aúna la estadística y la probabilidad. De hecho, su estudio se incluye en cualquier curso básico de inferencia estadística, pues su conocimiento es necesario para otros temas, como la teoría de la estimación por intervalos o el contraste de hipótesis. Es importante, en consecuencia, asegurar una correcta enseñanza del tema.

En ese trabajo se analizan los contenidos curriculares establecidos para la educación secundaria obligatoria tanto en España como en Chile, comparándolos con algunas recomendaciones internacionales. Para ello realizamos un análisis semiótico, identificando los objetos matemáticos presentados en relación a este tema. Concluimos con algunas sugerencias para mejorar la enseñanza del tema en esta etapa educativa.

## 2. Elementos teóricos

El marco teórico que utilizamos para abordar el problema es el enfoque ontosemiótico (EOS) sobre el conocimiento y la instrucción matemáticos (Godino, 2002; Godino y Batanero, 1994; Godino, Batanero y Font, 2007). Siguiendo a Godino (2002), una entidad matemática se puede caracterizar desde el punto de vista institucional o personal. En nuestro caso, el análisis del objeto matemático se lleva a cabo desde la faceta institucional y en particular, su presentación en los documentos curriculares oficiales. Según estos autores podemos identificar el significado de un objeto matemático como el conjunto de las prácticas realizadas al resolver problemas relacionados con el objeto. De estas prácticas emerge el objeto e intervienen diversas entidades que a su vez son objetos matemáticos y se comportan como entidades primarias para dicho objeto. Estas entidades primarias se pueden clasificar según su naturaleza y función desempeñada, en las siguientes categorías (Godino, 2002):

- *Situaciones*: son los enunciados que constituyen la razón de ser del objeto matemático emergente del sistema de prácticas asociadas a la resolución de las mismas. Por ejemplo, en el muestreo un problema típico sería estimar una característica desconocida en una población.
- *Lenguaje*: utilizado como recurso de representación y operativo; incluye las expresiones verbales, notaciones, tablas y gráficos.
- *Procedimientos*: operaciones, algoritmos, técnicas de cálculo. Un ejemplo sería listar todas las posibles muestras de tamaño dado de una población.
- *Conceptos*: se caracterizan por estar presentados en términos de descripciones o definiciones. En este tema, entre otros tenemos los de población, muestra, estadístico y parámetro.
- *Propiedades*: son las características asociadas a los objetos mencionados, las cuales se formulan en términos de enunciados o proposiciones. Así hablamos de muestra representativa o de muestreo estratificado.
- *Argumentaciones*: son aquellos enunciados cuya finalidad es justificar la veracidad de una proposición.

### 3. Metodología

Como se ha indicado, el foco de interés o el objetivo que planteamos es identificar, categorizar, describir y comparar los contenidos matemáticos presentados en los documentos curriculares. Para lograr este objetivo se ha realizado un análisis exhaustivo de los documentos curriculares que enmarcan los contenidos asociados al muestreo tanto en Chile como en España. A partir del mismo se ha llevado a cabo una categorización de los distintos objetos matemáticos relacionados con el contenido de muestreo, siguiendo las categorías propuestas en el EOS (Godino, 2002). Este análisis se complementa con la descripción de las orientaciones metodológicas que se consideran currículo.

En el caso de España, el análisis planteado está enfocado en el Currículo Básico (MECD, 2015) a lo largo de la etapa de secundaria donde se incluye el Bachillerato, el cual se compara con las orientaciones chilenas (MINEDUC, 2013), así como con las recogidas en CCSSI (2010) y el proyecto GAISE (Franklin et al., 2007).

### 4. Resultado del análisis

El resultado de analizar los contenidos relacionados con el muestreo que se recogen en los documentos oficiales se presenta en las Tablas 1 y 2.

Tabla 1. Situaciones problemas, lenguaje y argumentos del muestreo en diferentes currículos

Objeto matemático	Currículo Chileno	Currículo español	NTCM	CCSSI	GAISE
<b>Situaciones-problema</b>					
Estimar algunas características de una población desconocida	x	x	x	x	
Determinar la composición de una población	x		x		
Determinar el número de muestras de un tamaño dado con y sin reemplazo	x	x			x
Relacionar la media de una población y las medias muestrales	x				
Relacionar la proporción de una población y la proporción de una muestra	x			x	
Identificar muestras aleatorias y no aleatorias	x	x	x	x	x
Elaboran modelos para el muestreo aleatorio	x	x			x
Valorar la representatividad de una muestra	x	x	x	x	x
<b>Lenguaje</b>					

Términos, expresiones, fórmulas y expresiones algebraicas	X	X	X	X	X
Gráficos	X	X	X	X	X
Tablas de frecuencia, listados de datos	X	X	X	X	X
Argumentos					
Verifican, utilizando herramientas tecnológicas, las conjeturas formuladas	X	X	X	X	X

Dichas tablas sintetizan el contenido del currículo y muestra su complejidad, debido a la variedad de objetos considerados, que además se relacionan entre sí. En ambos países se consideran prácticamente todos los objetos recogidos en el informe GAISE y en CCSSI (2010), siendo más completos que lo recomendado en las anteriores directrices.

Tabla 2. Conceptos, procedimientos y propiedades del muestreo en diferentes currículos

Objeto matemático	Currículo Chileno	Currículo español	NTCM	CCSSI	GAISE
<b>Conceptos</b>					
Conceptos combinatorios: variaciones, permutaciones y combinaciones	X	X		X	
Experimento aleatorio	X	X	X	X	X
Espacio muestral	X	X	X	X	X
Variable estadística, distribución	X	X	X	X	X
Muestra (Con y sin reemplazamiento, Aleatoria, sistemática, estratificada, no probabilística)	X	X	X	X	X
Tamaño de la muestra	X	X	X	X	X
Población (Elemento, Tamaño, finita o no)	X	X	X	X	X
Probabilidad (Clásica, Frecuencial)	X	X	X	X	X
Media Muestral	X	X	X		X
Sesgo en muestreo		X	X		X
Variabilidad		X	X	X	X
<b>Procedimiento</b>					
Realizar encuestas.	X	X	X	X	X
Obtener todas las posibles muestras de una población finita; calcular su número	X	X		X	
Estimar una proporción, media o frecuencia esperada en una muestra conocida la población	X	X	X		
Estimar una proporción, media o frecuencia esperada en una población, conocida la muestra	X	X	X		
Comparar datos de una muestra con una población	X	X	X	X	X
Decidir si un método de muestreo es adecuado o diferenciar tipos de muestreo	X	X	X	X	X

Dados una muestra y el tamaño de la población decidir la composición más probable de la población	x				
Calcular el promedio de todos los promedios de muestras de igual tamaño extraídas desde una población y analizar la relación	x	x			
Analizar las medias obtenidas de las muestras, cuando tamaño de las muestras aumenta	x				
Usar la distribución muestral para realizar inferencias informales			x	x	x
Representar gráficamente datos	x	x	x	x	x
Fases de un estudio estadístico		x	x		x
<b>Propiedades</b>					
Representatividad de una muestra	x	x	x	x	x
Variabilidad de la muestra en función del tamaño		x	x	x	x

En el currículo chileno no se insiste tanto en la idea de la variabilidad, según el tamaño muestral, en el sesgo en el muestreo. Tampoco se enfatiza en este nivel educativo las relaciones entre media o proporción de la población y en la muestra. Tanto en el currículo español como en los estándares americanos (NCTM, 2000) consideran como contenido a enseñar las fases asociadas a un estudio estadístico que guardan una correspondencia con el ciclo de investigación definido por Wild y Pfannkuch (1999).

Además, en los dos países en este tema es necesario trabajar con tres tipos de distribuciones asociadas a la inferencia estadística (Harradine, Batanero y Rossman, 2011), lo que entraña una gran dificultad pues los alumnos las confunden:

- *La distribución teórica de probabilidad que modela los valores de una variable aleatoria tomada de una población o un proceso.* Dicha distribución depende de algún valor del parámetro que es generalmente desconocido. Con frecuencia se utiliza la distribución normal, que queda especificada por dos parámetros, su media y desviación típica, o la distribución binomial, cuyo principal parámetro es la proporción de éxitos  $p$ .
- *La distribución del conjunto de datos en una muestra aleatoria simple.* Desde esta muestra, se definen distintos estadísticos tales como la media muestral y la desviación típica muestral, que pueden aplicarse en el procedimiento para determinar los valores aproximados que toman los parámetros de la distribución teórica.

- *La distribución en el muestreo de un estadístico* o distribución de probabilidad de todos los posibles valores que puede tomar el estadístico muestral en relación con las posibles muestras.

## **5. Orientaciones metodológicas**

Las Tablas anteriores no reflejan algunos aspectos del currículo que resultan reseñables. Por un lado, las directrices curriculares abogan por la introducción gradual de los contenidos asociados a la Estadística. De hecho, la enseñanza se inicia en torno al aspecto más descriptivo de la misma donde el interés recae en la distribución de un conjunto de datos dados, a partir de los cuales calcular los parámetros de posición y dispersión. En el currículo español, a partir de 3º curso de la ESO se incorpora el concepto de muestreo y con ello la tarea de valorar la representatividad de la muestra. En dicho currículo se identifica una aproximación informal hacia la inferencia estadística, donde el objetivo es que el alumno sea capaz de valorar la muestra apoyándose en el cálculo de diversos parámetros. Además, se incluyen las técnicas de selección de muestras con el objetivo de que el alumno identifique la condición de aleatoriedad para la formación de las mismas. En definitiva, se pretende que el alumno se familiarice con el quehacer estadístico a lo largo de la etapa, el cual se vuelve más formal en la etapa post-obligatoria o Bachillerato.

Por otro lado, el currículo español señala la necesidad de que el alumno no solamente calcule los diferentes parámetros, sino que sea capaz de relacionar el valor obtenido con los datos recogidos y a su vez proporcione conclusiones en relación a la característica de la población objeto de análisis. En este sentido, en el currículo básico (MECD, 2015) se remarca la necesidad de que el alumno adopte una actitud crítica hacia la información estadística, la cual está presente de manera frecuente en su vida cotidiana. De modo que el alumno sea capaz de interpretar y evaluar la información estadística que recibe en distintas situaciones, como son los medios de comunicación, concediendo también importancia al lenguaje, siendo el alumno capaz de comunicarse.

La misma tendencia se observa en las Bases Curriculares (MINEDUC, 2013), donde el eje de *Probabilidad y Estadística* pretende que los estudiantes realicen análisis, inferencias y obtengan información a partir de datos estadísticos. Se espera formar alumnos críticos que puedan utilizar la información para validar sus opiniones y decisiones, determinando por

ejemplo las interpretaciones erróneas de un gráfico y posibles manipulaciones intencionadas que se pueden hacer con los datos. Estos aspectos guardan similitud con las dos competencias que, según Gal (2002), caracterizan la cultura estadística.

Por otro lado en MINEDUC (2013) se recomienda que los estudiantes diseñen experimentos de muestreo aleatorio para inferir sobre características de poblaciones; registren datos desagregados cada vez que tenga sentido; utilicen medidas de tendencia central, de posición y de dispersión para resolver problemas. El foco de este eje radica en la interpretación y visualización de datos estadísticos, en las medidas que permitan comparar características de poblaciones y en la realización de simulación y el estudio de experimentos aleatorios sencillos, para construir desde ellos la teoría y modelos probabilísticos.

Uno de los objetivos generales del estándar de análisis de datos y probabilidad del NCTM (2000), es desarrollar y evaluar inferencias y predicciones basadas en datos, por lo que los alumnos deberían llegar a comprender los elementos básicos del análisis estadístico: seleccionar una muestra adecuada, recoger datos de esta muestra, describir la muestra y hacer inferencias razonables que relacionen la muestra y la población.

Al final de los niveles medios y en la enseñanza secundaria, los alumnos deberían utilizar las ideas de selección de muestras e inferencia estadística, y empezar a comprender que hay maneras de cuantificar el grado de certeza de los resultados estadísticos. Además, en la etapa 9-12 los estudiantes deberían usar simulaciones para aprender sobre distribuciones muestrales y hacer inferencias informales. En particular, deberían saber que las técnicas estadísticas básicas se utilizan para controlar la calidad en el mundo laboral. Al terminar la escuela secundaria deberían estar capacitados para juzgar la validez de los argumentos basados en datos, como los que aparecen en la prensa.

En CCSSI (2010) y en el proyecto GAISE (Franklin et al., 2007) se presenta la Estadística como una herramienta para describir variabilidad de los datos y para tomar decisiones informadas. La aleatorización tiene dos usos importantes: a) la recogida de datos a partir de una muestra aleatoria de una población hace que sea posible sacar conclusiones válidas sobre toda la población; b) la asignación al azar de diferentes tratamientos a individuos permite comparar la eficacia de dichos tratamientos. La forma en que se recogen los datos es importante para extraer conclusiones de los mismos, por lo que hay que tenerla en cuenta en la revisión crítica de la estadística en los medios de comunicación. Además en todos los

currículos se recomienda el uso de las herramientas tecnológicas para favorecer la interpretación de los valores obtenidos, en lugar de estar más interesados en realizar los cálculos algorítmicos.

## **6. Discusión y conclusiones**

El muestreo es la base de la inferencia estadística, por tanto resulta imperante que los alumnos logren una comprensión adecuada del mismo. Esta comprensión es requerida, no solamente en inferencia, sino en un ámbito diario, debido a que un ciudadano está expuesto a recibir información basada en estudios estadísticos que le exige adoptar una actitud razonada y crítica hacia la información que en ellos se presenta. Estas reflexiones justifican la necesidad de considerar el muestreo como un contenido a enseñar, por lo que no es sorprendente que los contenidos curriculares analizados contemples dicho contenido matemático.

El análisis comparativo del currículo chileno y español pone en relieve la necesidad de que el alumno se enfrente a situaciones en las que se requiera dicho concepto. No obstante, el currículo chileno es más rico en este aspecto, porque considera un número mayor de tareas que den lugar a la necesidad del mismo. Destacamos por otro lado que el currículo chileno no contempla conceptos como el sesgo y la variabilidad muestral. En este sentido, Batanero, Godino, Green, Holmes y Vallecillos (1994) indican que la aprehensión del muestreo implica el equilibrio adecuado entre dos ideas que aparentemente parecen opuestas: la representatividad muestral y la variabilidad muestral. Por tanto, su inclusión como contenido a enseñar sería necesaria para que el alumno tenga una adecuada comprensión del muestreo.

**Agradecimientos:** Proyecto EDU2016-74848-P (FEDER, AEI), Beca CONICYT PFCHA 72160521 y Grupo FQM126 (Junta de Andalucía).

## **Referencias bibliográficas**

- Batanero, C., Godino, J. D., Green, D. R., Holmes, P. y Vallecillos, A. (1994). Errores y dificultades en la comprensión de los conceptos estadísticos elementales. *International Journal of Mathematics Education in Science and Technology*, 25(4), 527-547.
- Common Core State Standards Initiative, CCSSI (2010). Common Core State Standards for Mathematics. Washington, DC: National Governors Association Center for Best Practices and the Council of Chief State School Officers. Online: [www.corestandards.org/assets/CCSSI\\_Math%20Standards.pdf](http://www.corestandards.org/assets/CCSSI_Math%20Standards.pdf).
- Franklin, C., Kader, G., Mewborn, D., Moreno, J., Peck, R., Perry, M. y Scheaffer, R. (2007). Guidelines for assessment and instruction in statistics education (GAISE) report: A Pre-

- K-12 curriculum framework. Alexandria, VA: American Statistical Association. Online: [www.amstat.org/Education/gaise/](http://www.amstat.org/Education/gaise/).
- Gal, I. (2002). Adult's statistical literacy. Meanings, components, responsibilities. *International Statistical Review*, 70(1), 1-25.
- Godino, J. D. (2002). Un enfoque ontológico y semiótico de la cognición matemática. *Recherches en Didactique des Mathématiques* 22(2 y 3), 237-284.
- Godino, J. D. y Batanero, C. (1994). Significado institucional y personal de los objetos matemáticos. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 14(3), 325-355.
- Godino, J. D. Batanero, C. y Font, V. (2007). The onto-semiotic approach to research in mathematics education. *ZDM. The International Journal on Mathematics Education*, 39(1-2), 127-135.
- Harradine, A., Batanero, C. y Rossman, A. (2011). Students and teachers' knowledge of sampling and inference. En C. Batanero, G. Burrill y C. Reading (Eds.), *Teaching statistics in school-mathematics-challenges for teaching and teacher education: A Joint ICMI/IASE study* (pp. 235- 246). New York: Springer.
- Heitele, D. (1975). An epistemological view on fundamental stochastic ideas. *Educational Studies in Mathematics* 6, 187-205.
- MECD (2015). *Real Decreto 1105/2014, de 26 de diciembre, por el que se establece el currículo básico de la Educación Secundaria Obligatoria y del Bachillerato*. Madrid: Ministerio de Educación y Cultura.
- MINEDUC (2013). *Matemática educación media. Bases curriculares*. Santiago: Autor.
- National Council of Teachers of Mathematics, NCTM (2000). *Principles and standards for school mathematics*. Reston, VA: Author.
- Wild, C. y Pfannkuch, M. (1999). Statistical thinking in empirical enquiry. *International Statistical Review*, 67(3), 221-248.