CB-427

RECONFIGURACIÓN DE TRIÁNGULOS Y TRAPECIOS RECTÁNGULOS EN UNA MALLA CUADRICULADA EN ESTUDIANTES PERUANOS DE SEGUNDO GRADO DE EDUCACIÓN SECUNDARIA

Verónica Neira Fernández– Isela Patricia Borja Rueda
vneira@pucp.pe - iselaborja@yahoo.com
Pontificia Universidad Católica del Perú – Instituto de Investigación sobre Enseñanza de las Matemáticas TecVEM – IREM, Perú.

Núcleo temático: Investigación en Educación Matemática
Modalidad: CB
Nivel educativo: Medio o secundario (12 a 15 años).
Palabras clave: Reconfiguración; trapecio rectángulo; medida de área.

Resumen

La comunicación breve tiene como objetivo analizar la reconfiguración de un triángulo y un trapecio rectángulo, que está en una malla cuadriculada, para hallar su medida de área. Los sujetos participantes son estudiantes peruanos del nivel secundario (12 a 15 años) de una institución educativa pública del departamento de Lima. La investigación se realiza en base a aspectos de la Teoría de Registros de Representación Semiótica como marco teórico y de aspectos de la Ingeniería Didáctica como marco metodológico. Evidenciamos que los estudiantes realizan la operación de reconfiguración al reagrupar varias sub-figuras que se obtienen por descomposiciones de tipo heterogénea en el trapecio rectángulo, es decir, lo descomponen en sub-figuras diferentes entre ellas para formar figuras geométricas de contornos globales diferentes a la figura geométrica inicial. Los estudiantes consiguieron reconfigurar el trapecio rectángulo, realizar el conteo de los cuadrados completados en la malla cuadriculada y hallar la medida de área del trapecio rectángulo.

Introducción

Según la investigación de Borja (2015) los estudiantes peruanos del segundo grado de Educación Secundaria de una institución educativa pública, con edades comprendidas entre los 12 y 15 años de edad, para hallar la medida del área del triángulo y del trapecio rectángulo utilizan su respectiva fórmula. La cual es muchas veces memorizada y utilizada de manera mecánica por los estudiantes. Por ello, se realizó una investigación cualitativa con dichos estudiantes para determinar la medida del área del triángulo como del trapecio rectángulo a través de la operación de reconfiguración. En base a aspectos de la Teoría de Registros de Representación Semiótica de Duval (2004) y de la Ingeniería Didáctica de Artigue (1995) como metodología de la

ISBN 978-84-945722-3-4

investigación cualitativa. Sin embargo, para el artículo consideraremos el análisis a priori y a posteriori tanto de un triángulo como de un trapecio rectángulo de la actividad 1: Trabajemos con la malla cuadriculada de la investigación de Borja (2015). Definido el trapecio rectángulo como un cuadrilátero en el que uno de sus lados es perpendicular a las bases (Alva, 2015). Asimismo, Douady y Perrín-Glorian (1987), mencionan que el uso prematuro de fórmulas para determinar la medida del área ha propiciado en los estudiantes que presenten inconvenientes al respecto. Por ello, la importancia del presente artículo que nos muestra una manera diferente de determinar la medida del área como es a través del uso de la operación de reconfiguración sin recurrir a las fórmulas del área del triángulo como del trapecio.

1. Aspectos de la Teoría de Registros de Representación Semiótica

La Teoría de Registros de Representación Semiótica es propuesta en el año 1995. Duval (2004) la presenta de la siguiente manera, se debe requerir para aprender matemáticas de las representaciones porque los objetos matemáticos no son reales a diferencia de otras ciencias en que los objetos de estudio son reales como en el caso de la Biología. Estas son producidas por el sujeto y son expresadas, es decir, las representaciones son semióticas. Asimismo, el investigador señala que cuando estas representaciones semióticas cuentan con tres actividades cognitivas a saber: la formación, el tratamiento y la conversión, estas representaciones son considerados registros.

En tanto, Duval (2001), expresa que existen dos grandes tipos de transformaciones en los registros de representación semiótica que son: el tratamiento y la conversión. El primero es una transformación que se da dentro de un mismo registro, por ejemplo, la reconfiguración en el registro figural, al cual nos referiremos en el presente artículo.

También indica que son cuatro los registros de representación semiótica que movilizan las matemáticas: el registro de lengua natural, el registro algebraico, el registro figural y el registro gráfico. Pero, en este artículo nos referiremos al registro figural, que según Duval (1994) hay cuatro maneras de aprehender este registro en geometría por el estudiante: la aprehensión perceptiva, la aprehensión discursiva, la aprehensión secuencial y la aprehensión operatoria que es cuando el estudiante realiza modificaciones en la figura como la

ISBN 978-84-945722-3-4

mereológica, que consiste en dividir o fraccionar en varias sub-figuras a la figura inicial para reagruparlas a través de la operación de reconfiguración.

Cabe señalar que la reconfiguración "es una operación que consiste en reorganizar una o varias sub-figuras diferentes de una figura dada en otra figura" (Duval, 2004, p. 165). Además, según el investigador esta operación no se presenta de manera espontánea y evidente, ya que pueden existir factores de soporte como la cuadrícula de fondo en la malla cuadriculada que permitirá a los estudiantes tener un soporte perceptivo, para realizar la operación de reconfiguración. De tal manera que, "permite iniciar, de inmediato, tratamientos como, la medida de área" (Duval, 1988, p. 64, traducción nuestra) pues se obtiene una nueva figura de contorno diferente a la figura inicial, pero que mantienen la misma medida de área.

Asimismo, para obtener estas sub-figuras se tiene que descomponer la figura inicial, cuyos tipos de descomposición de acuerdo a Duval (2005), son los siguientes: la descomposición estrictamente homogénea, descomposición homogénea y la descomposición heterogénea. En este trabajo nos referiremos a la descomposición heterogénea que se da en la figura cuando obtenemos unidades figurales de formas diferentes entre ellas (ver Figura 1).

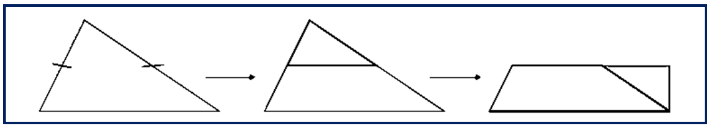


Figura 1. Descomposición heterogénea
Fuente: Duval (2005, p. 22)

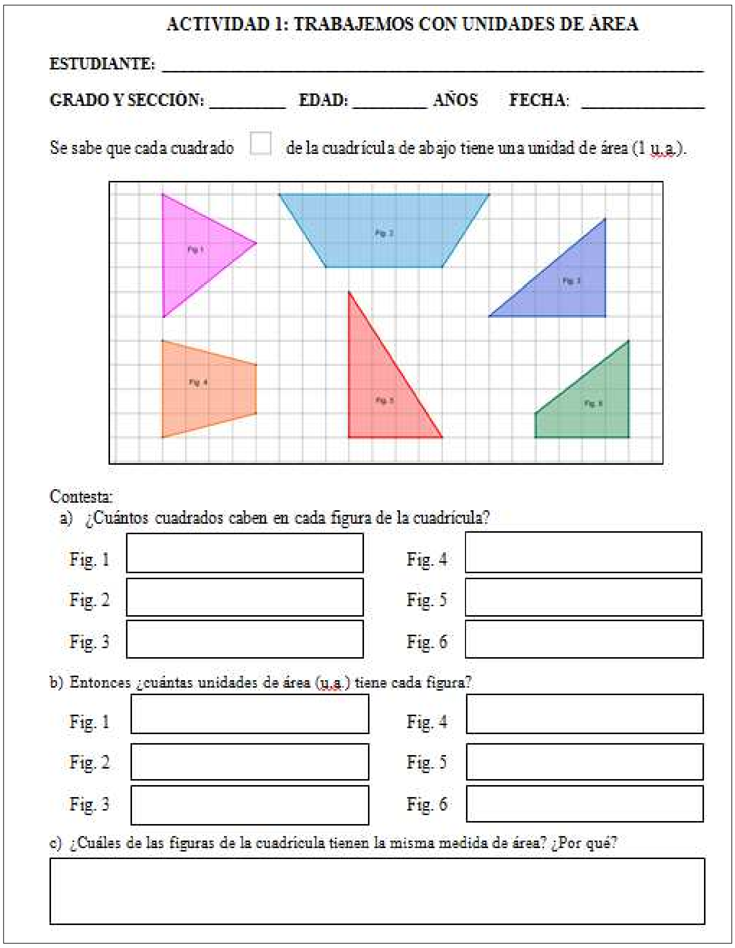
Según Duval (2004), las unidades figurales vienen a ser el cruce de los valores de la variable visual cualitativa con la variable de dimensión, que para el caso de las figuras geométricas el contorno cerrado de su superficie es una variable cualitativa y el área es una variable de dimensión dos.

2. Metodología empleada en la investigación

Borja (2015), utiliza aspectos de la metodología de la Ingeniería Didáctica para realizar una secuencia de tres actividades que son: Trabajemos con la malla cuadriculada, Trabajemos con el Geogebra y Hallemos la medida del área, esta última como actividad de cierre. Las actividades son desarrolladas de manera individual por diez estudiantes del segundo grado

VIII CONGRESO IBEROAMERICANO DE EDUCACIÓN MATEMÁTICA. LIBRO DE ACTAS.
ISBN 978-84-945722-3-4

de Educación Secundaria de la Institución Educativa Básica Regular "Andahuasi" acompañados por la investigadora. En el análisis a priori se menciona lo que se esperaba en el desarrollo de las actividades por parte de los estudiantes y en el análisis a posteriori, lo que realmente realizaron los estudiantes en dichas actividades. En tanto, el contraste del análisis a priori con el análisis a posteriori brinda la validación interna de la investigación. En este artículo, se presenta el análisis a posteriori de la estudiante Viviana en relación a la medida del área del triángulo y del trapecio rectángulo que son figuras geométricas de la actividad 1: Trabajemos con la malla cuadriculada. También, las dos primeras respuestas de dicha actividad (Figura 2) porque responden al objetivo de este artículo. Para lo cual, los estudiantes emplean los siguientes recursos: Ficha de la actividad 1, lápiz 2B y borrador.



ACTIVIDAD 1: TRABAJEMOS CON UNIDADES DE ÁREA

ESTUDIANTE: ____________________

GRADO Y SECCIÓN: ________ EDAD: ________ AÑOS FECHA: ____________

Se sabe que cada cuadrado ☐ de la cuadrícula de abajo tiene una unidad de área (1 u.a.).

Contesta:

a) ¿Cuántos cuadrados caben en cada figura de la cuadrícula?

Fig. 1		Fig. 4	
Fig. 2		Fig. 5	
Fig. 3		Fig. 6	

b) Entonces ¿cuántas unidades de área (u.a.) tiene cada figura?

Fig. 1		Fig. 4	
Fig. 2		Fig. 5	
Fig. 3		Fig. 6	

c) ¿Cuáles de las figuras de la cuadrícula tienen la misma medida de área? ¿Por qué?

Figura 2. Actividad 1: Trabajemos con la malla cuadriculada
Fuente: Borja (2015, p. 49)

ISBN 978-84-945722-3-4

3. Desarrollo de la investigación

Para este artículo, de la investigación de Borja (2015) consideramos los análisis del triángulo y del trapecio rectángulo identificados con **Fig. 3** y **Fig**. **6** respectivamente como los ítems a) y b) de la Actividad 1: Trabajemos con la malla cuadriculada. Luego, con respecto al análisis a priori del triángulo rectángulo Borja (2015), indica que esperamos que los estudiantes realicen trazos en el interior del triángulo rectángulo **Fig. 3**, para descomponerlo en dos sub-figuras heterogéneas: un triángulo y un trapecio ambos rectángulos. Para trasladar el triángulo rectángulo, como indica la flecha, hacia el lado que no es paralelo ni perpendicular del trapecio rectángulo donde los cuadrados de la malla cuadriculada, considerados como unidad de área, serán completados y formarán un rectángulo de diez cuadrados de unidad de área, es decir, lograrán reconfigurar la configuración inicial en un rectángulo, según se observa en la reconfiguración final (ver figura 3).

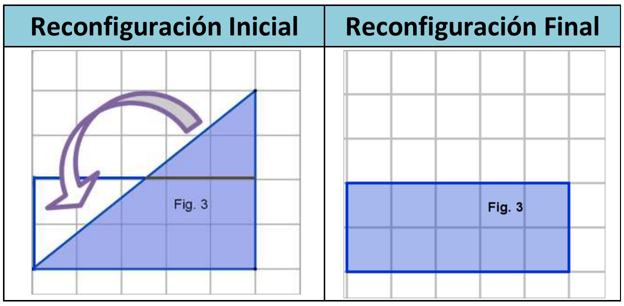


Figura 3. Posible reconfiguración del triángulo rectángulo
Fuente: Borja (2015, p. 51)

En tanto, en el análisis a priori para el trapecio rectángulo esperamos que los estudiantes realicen dos trazos en dicha figura geométrica para obtener un triángulo pequeño, luego lo trasladen según indica la flecha pequeña anaranjada y formen un rectángulo pequeño. Después, por aprehensión perceptiva identifiquen que en la parte superior del rectángulo pequeño hay un triángulo rectángulo que se puede trasladar para formar un rectángulo con ocho cuadrados de unidad de área, según indica la flecha verde. Por último, trasladarán el rectángulo pequeño hacia el lado derecho del rectángulo de ocho cuadrados de unidad de área, para tener un solo rectángulo de diez cuadrados de unidad de área, según indica la flecha roja que se observa en la reconfiguración inicial (ver figura 4).

VIII CONGRESO IBEROAMERICANO DE EDUCACIÓN MATEMÁTICA. LIBRO DE ACTAS.
ISBN 978-84-945722-3-4

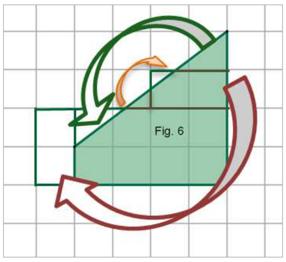
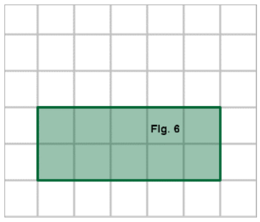
Reconfiguración Inicial	Reconfiguración Final
	

Figura 4. Posible reconfiguración del trapecio isósceles
Fuente: Borja (2015, p. 52)

De esta manera, esperamos que los estudiantes realicen la modificación mereológica en cada una de las figuras geométricas **Fig. 3** y **Fig 6**, para reagrupar las sub-figuras, obtenidas, es decir, realicen la operación de reconfiguración y obtengan un rectángulo que permita a través de la estrategia del conteo determinar la medida de área de las figuras geométricas. También, que contesten en la ficha de la actividad 1 el ítem a) ¿Cuántos cuadrados caben en cada figura de la cuadrícula? como el ítem b) Entonces ¿cuántas unidades de área (u.a.) tiene cada figura? y en relación a las dos figuras geométricas las respuestas esperadas es 10 cuadrados y 10 u.a., respectivamente.

Es así que, en el análisis a posteriori la estudiante Viviana a diferencia de lo previsto en el a priori, en la modificación mereológica del triángulo rectángulo obtiene tres sub-figuras que son las siguientes: un triángulo, un trapecio rectángulo y un hexágono cóncavo. Pensamos, que ella realizó estas descomposiciones porque su aprehensión perceptiva se apoyó en la cuadrícula de la malla cuadriculada a diferencia de lo previsto en el a priori y lo transformó en un rectángulo que le permitió completar los cuadrados que faltaban en el triángulo rectángulo y así hallar la medida del área de dicha figura. (Ver figura 5)

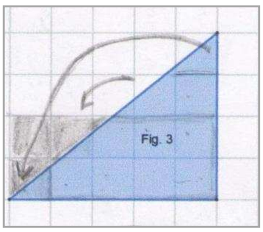


Figura 5. Descomposición heterogénea del triángulo rectángulo
Fuente: Adaptado de Borja (2015, p. 57)

VIII CONGRESO IBEROAMERICANO DE EDUCACIÓN MATEMÁTICA. LIBRO DE ACTAS.
ISBN 978-84-945722-3-4

Luego, en el análisis a posteriori con respecto al trapecio rectángulo **Fig. 6** la estudiante Viviana a diferencia de lo previsto en el a priori, en la modificación mereológica obtiene las siguientes sub-figuras: un triángulo, un pentágono y un hexágono según los trazos hechos a lápiz por la estudiante en dicha figura geométrica. Para realizar la modificación posicional al trasladar dos de estas sub-figuras que son el triángulo y el pentágono hacia el exterior de la figura inicial, según indica las flechas que trazó. Y formar un hexágono cóncavo, al reagrupar estas sub-figuras, es decir, realiza la operación de reconfiguración según se aprecia con los trazos hechos a lápiz por la estudiante, obteniéndose una figura geométrica que no se esperaba. Pensamos que, ella obtuvo esta figura al tener como prioridad completar los cuadrados que faltaban en el trapecio rectángulo para obtener la medida del área y además su aprehensión perceptiva de ver las sub-figuras al trasladarse encajen al completar los cuadrados (ver Figura 6).

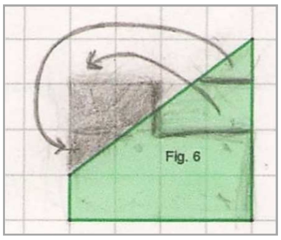


Figura 6. Descomposición heterogénea del trapecio rectángulo
Fuente: Adaptado de Borja (2015, p. 57)

Borja (2015), indica que la estudiante Viviana responde a los ítems a) y b) de la actividad 1: Trabajemos con la malla cuadriculada, al realizar la estrategia del conteo, según lo previsto en el a priori (ver Tabla 1).

Tabla 1. Respuestas de Viviana con respecto a las figuras **Fig. 3** y **Fig. 6** de la actividad 1

a) ¿Cuántos cuadrados caben en cada figura de la cuadrícula?			
Fig. 3	10	**Fig. 6**	10
b) Entonces ¿cuántas unidades de área (u.a.) tiene cada figura?			
Fig. 3	10 u.a	**Fig. 6**	10 u.a

Fuente: Adaptado de Borja (2015, p. 58)

De esta manera, la estudiante Viviana contesta en la ficha de la actividad 1: Trabajemos con la malla cuadriculada con respecto al triángulo y al trapecio rectángulo, identificado con **Fig. 3** y **Fig. 6**, respectivamente.

Conclusiones

Podemos mencionar que los estudiantes, del segundo grado de Educación Secundaria de la Institución Educativa "Andahuasi" de gestión pública, al realizar la modificación

ISBN 978-84-945722-3-4

mereológica en el triángulo y el trapecio rectángulo identificados como **Fig. 3** y **Fig. 6** obtuvieron cantidades de sub-figuras diferentes a lo previsto en el análisis a priori. Es así que, Viviana obtuvo más sub-figuras, para el triángulo rectángulo (tres), mientras que para el trapecio rectángulo menos sub-figuras (tres). Pensamos que para la estudiante no fue tan determinante la cuadrícula de la malla para obtener las sub-figuras ya que su aprehensión perceptiva les permitió ver figuras geométricas que al ser trasladadas completan los cuadrados de las figuras geométricas que están incompletas y transforman la figura inicial en un rectángulo, es decir, realizan la operación de reconfiguración al reagrupar estas sub-figuras y obtiene la medida de área de las figuras iniciales a través del conteo de los cuadrados de las nuevas figuras obtenidas. Además, estas sub-figuras son obtenidas por descomposición heterogénea porque son de forma diferentes entre sí. Por otro lado, al contestar la estudiante a la pregunta a) ¿Cuántos cuadrados caben en cada figura de la cuadrícula? menciona que es 10, de acuerdo a como se esperaba. De la misma manera para la pregunta b) Entonces, ¿cuántas unidades de área (u.a.) tiene cada figura?, la estudiante responde también como se esperaba 10 u.a. Por ello, podemos expresar que reconoce que cada cuadrado de la malla cuadriculada es una unidad de área.

Borja (2015) menciona que no solo se puede hallar la medida del área del triángulo como del trapecio isósceles en este caso con uso de fórmulas, "sino también con realizar tratamientos en la figura como la operación de reconfiguración" (p. 76).

Agradecimientos

Debemos manifestar nuestro agradecimiento en el desarrollo de esta investigación a las siguientes instituciones: Ministerio de Educación del Perú, quien por medio del Programa Nacional de Becas y Crédito Educativo (PRONABEC), brindó la Beca Presidente de la República denominada "Beca Docente de Posgrado para estudios de Maestría en Ciencias de la Educación en el Perú 2014" previo concurso, a la Maestría en Enseñanza de las Matemáticas de la PUCP por brindar los conocimientos necesarios para realización de esta investigación cualitativa y la Institución Educativa Básica Regular "Andahuasi" que permitió la aplicación de las actividades con los estudiantes del segundo grado de Educación Secundaria y al proyecto internacional desarrollado entre la Pontificia Universidad Católica del Perú y la Pontificia Universidad Católica de São Paulo de Brasil, denominado: "*Processos*

ISBN 978-84-945722-3-4

de Ensino e Aprendizagem de Matemática em Ambientes Tecnológicos PEA-MAT/DIMAT" proceso 2013/23228-7 y PI0272 (PUCP) por sus valiosos aportes.

Referencias bibliográficas

Alva, F. (2015). *Geometría. Teoría y práctica*. Lima: Editorial San Marcos.

Artigue, M. (1995). *Ingeniería didáctica en educación Matemática. Un esquema para la investigación y la innovación en la enseñanza y aprendizaje del cálculo.* Bogotá, Colombia. Editorial Iberoamérica

Borja, I. P. (2015). *Reconfiguración del trapecio para determinar la medida del área de dicho objeto matemático con estudiantes del segundo grado de educación secundaria.* (Tesis de Maestría).

Douady, R. & Perrin-Glorian, M. (1987). Um processus d'apprentissage du concept d'aire de surface plane. *Cahier de didactique des mathématiques-IREM,* (37). Université Paris VII.

Duval, R. (1988). Approche cognitive des problèmes de géométrie en termes de congruence. *Annales de Didactique et de Sciences Cognitives 1,* 57-74.

Duval, R. (1994). Les différents fonctionnements d'une figure dans une démarche géométrique. *Repères-IREM* (17), 121-138. Duval, R. (2001). *Los problemas fundamentales en el aprendizaje de las matemáticas y las formas superiores del desarrollo cognitivo*. (M. Vega, Trans). Santiago de Cali, Colombia: Universidad del Valle, Instituto de Educación y Pedagogía, Grupo de Educación Matemática. (Trabajo original publicado en 1999).

Duval, R. (2004). *Semiosis y pensamiento humano*. (Traducción: M. Vega del original publicado en 1999). Merlín: Santiago de Cali, Colombia.

Duval, R. (2005). Les conditions cognitives de l'apprentissage de la géométrie: développement de la visualisation, différenciation des raisonnements et coordination de leurs fonctionnements. *Annales de Didactique Et Sciences Cognitives.* 10, 5-53.

ISBN 978-84-945722-3-4