

LA CONSTRUCCIÓN DEL MODELO SITUACIONAL DE UN PROBLEMA DE MATEMÁTICAS: UNA EXPERIENCIA DE CLASE EN NIVEL SECUNDARIA BASADA EN ESTRATEGIAS DE COMPRESIÓN TEXTUAL

Reynaldo Iglecias Antonio – Lidia Aurora Hernández Rebollar – Josip Slisko Ignjatov
igleciasr92@gmail.com – lhernan@fcfm.buap.mx – josipslisko47@gmail.com
Facultad de Ciencias Físico Matemáticas, BUAP. Puebla, México

Núcleo temático: Recursos para la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas

Modalidad: CB

Nivel educativo: Medio o secundario

Palabras clave: Modelo situacional, comprensión textual, resolución de problemas.

Resumen

En esta comunicación breve, presentaremos una experiencia de clase diseñada para ayudar a la comprensión de un problema verbal de trigonometría, a través de la construcción de un modelo situacional congruente. Se reporta la intervención didáctica aplicada a estudiantes de tercer grado de secundaria, de una escuela pública en el estado de Puebla (México), organizada en tres momentos: trabajo individual, en equipo y grupal. Para su diseño se usaron estrategias de Elosúa y García (1993), Polya (1965), van Dijk y Kintsch (1983). Se muestran las dificultades que presentaron los estudiantes y su progreso en la comprensión y resolución del problema seleccionado motivado por la aplicación de las estrategias de comprensión textual.

Introducción

En la comprensión de un texto, el lector es quien va construyendo el significado, aportando sus conocimientos previos y sus capacidades de razonamiento. Además, es quien debe definir sus objetivos de lectura para así aplicar determinadas estrategias de comprensión y finalmente elaborar una interpretación coherente del mismo (Echavarría, 2006; Peronard, 1997).

Durante la comprensión textual, el modelo situacional es una construcción mental necesaria (Kintsch, 1986). En investigaciones previas se ha constatado que, en la resolución de problemas verbales de matemáticas, la construcción de un modelo situacional, congruente con la situación planteada, es una tarea necesaria pero compleja para el estudiante (Juárez, Ignjatov, Hernández & Monroy, 2015). Prediger y Krägeloh (2015) han presentado una revisión amplia de investigaciones sobre dificultades estudiantiles con problemas

matemáticos y diferentes estrategias didácticas de andamiaje diseñadas para ayudarles a superarlas. En esta investigación nos centramos en la comprensión del enunciado de un problema de trigonometría extraído de un libro de texto de secundaria.

Marco conceptual

Kintsch (1986) refiere que el problema de comprensión radica en la situación descrita por el texto. De hecho, debemos saber distinguir entre dos tipos de representaciones mentales formadas durante la lectura: el texto base y el modelo de la situación (MS). La primera es construida por el lector o el oyente en el proceso de comprensión, y sus elementos son proposiciones que se organizan en una adecuada micro y macro estructura. La segunda es una imagen mental de la situación descrita en el texto. Este investigador afirma que el texto base refleja las relaciones de coherencia que existen entre las proposiciones de un texto y su organización, mientras que el MS puede ser un mapa mental del país descrito, una estructura aritmética, o simplemente, un procedimiento operativo construido a partir de la información dada en el texto.

Van Dijk y Kintsch (1983) consideran que los MS son esenciales para la comprensión y arguyen que son la base para la interpretación textual. Tijero (2009) resume los argumentos que estos autores ofrecen para asegurar que este constructo contiene todo el conocimiento que se deja implícito en el texto.

Elosúa y García (1993) afirman que la lectura es una actividad “estratégica”. Un buen lector pone en juego procedimientos o estrategias para obtener un resultado. Las estrategias cognitivas mencionadas por estos autores son; de focalización, organización, resolución de problemas y de elaboración. Éstas deben ayudar al lector a escoger otros caminos cuando se encuentre con problemas en la lectura. Pero no todas resultan adecuadas en todos los sujetos ni en todas las circunstancias.

Los problemas verbales de matemáticas presentan una doble dificultad, la comprensión textual y la modelación. Polya (1965) planteó una estrategia general para la resolución problemas matemáticos, la cual resume en cuatro pasos: comprender el problema, concebir un plan, ejecutar el plan y examinar la solución obtenida.

En este trabajo se consideró como prioridad el primer paso, “comprender el problema”, dado que nos concentramos en los problemas verbales de matemáticas. Polya (1965) menciona *“es tonto el contestar a una pregunta que no se comprende... el enunciado del problema*

debe ser comprendido” (p. 28-29). Indica que la forma de verificar si el alumno ha comprendido el problema es que él repita el enunciado sin titubeos, que separe las principales partes del problema, como la incógnita, los datos y la condición. En el caso que haya alguna figura relacionada con el problema, el alumno debe dibujar la figura y destacar en ella la incógnita y los datos. Luego, es necesario dar nombres a dichos elementos, introducir una notación adecuada, poniendo cuidado en la elección apropiada de los signos.

Metodología

La intervención constó de tres momentos: trabajo individual, en equipos y grupal. Durante los tres momentos se estuvo haciendo énfasis en las estrategias de comprensión textual y resolución de problemas matemáticos, las cuales son las sugeridas por Polya (1965), Elosúa y García (1993):

- De focalización: Leer el problema; Identificar los datos, la incógnita, palabras importantes, etc.
- De resolución de problemas: Identificar los conceptos que se presentan, de no conocer alguno buscar y/o preguntar su definición.
- De organización: Releer el problema, en este caso relacionar los conceptos que no se tenían claros al momento de la primera lectura; Identificar el objetivo del problema; Reformular el problema en caso de ser necesario; Identificar los datos y la incógnita
- De elaboración: Realizar una tercera lectura, verificando claramente cuál es el objetivo del problema; Relacionar el problema con alguno ya visto anteriormente.

Debido a que la comprensión de textos requiere de la construcción de un MS (van Dijk & Kintsch, 1983), se decidió pedir a los estudiantes que, después de leer el problema verbal de matemáticas, realizaran un dibujo. Dicho dibujo fue considerado como una representación del MS del problema. De esa forma, fue posible estudiar el efecto de las estrategias en la comprensión, a través de los dibujos, o MS. Para esta etapa las orientaciones propuestas por Polya (1965) resultaron de mucha utilidad. A continuación, se presentan algunas:

- Hacer un dibujo del problema.
- Ubicar los datos y la incógnita en el dibujo.
- Verificar si el dibujo (MS) construido representa fielmente al problema.
- Extraer lo más esencial del problema, representándolo en un dibujo abstracto.

- Resolver el problema usando algún procedimiento matemático.

Participantes

Participaron 22 estudiantes de una escuela secundaria de la ciudad de Puebla (México) que cursaban el tercer grado en el mes de mayo de 2015. El tema que se trabajó con ellos fue el de trigonometría, el cual ya habían visto con su profesor 2 semanas antes, por lo que se esperaba que tuvieran los conocimientos previos necesarios.

Actividad problemática

En esta investigación se planteó el siguiente problema: Debido a un incendio en una fábrica se tuvo que desalojar a las personas que estaban cerca dentro de un radio de 500 m del siniestro. Una familia tiene una casa a 400 m al este y a 350 m al sur de la fábrica. Se desea saber si será desalojada de su vivienda (Valiente. S. & Valiente, S. I, 2009, p. 178)

Trabajo individual

En esta etapa se dieron las primeras orientaciones para que los estudiantes comprendieran el texto. Se les invitó a leer detenidamente el problema y a que identificaran las palabras o conceptos que desconocieran, con la intención de que construyeran mentalmente el texto base y luego pudieran relacionarlas sin ninguna dificultad para construir el MS. Así mismo, se les pidió que reconocieran todos los datos que se les presentaba en el problema. Después, se les sugirió que identificaran cuál era la problemática que se les presentaba. Al momento de preguntarles si ya habían comprendido la situación del problema la mayoría respondió que sí. Sin embargo, cuando se les solicitó que hicieran una representación de la situación se observó que ninguno hizo un dibujo congruente con la misma. El hecho de que ningún estudiante lograra la construcción de un MS congruente con el problema dejó ver que faltó comprensión. En esta parte de la intervención ninguno de los estudiantes logró la construcción del MS y, por tanto, tampoco resolvieron el problema. Los dibujos que hicieron los estudiantes de manera individual se analizaron posteriormente por los autores de esta investigación, obteniendo las siguientes cuatro categorías:

Los que intercambiaron la ubicación de los puntos cardinales Este y Oeste (ver Figura 1).

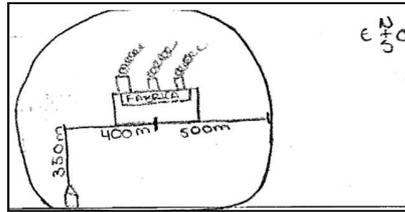


Figura 1. MS del Estudiante 4.

No midieron las coordenadas a partir del origen (Figuras 2 y 3).

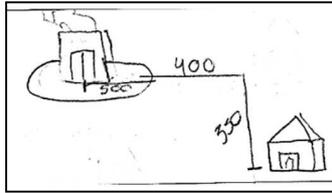


Figura 2. MS del Estudiante 2.

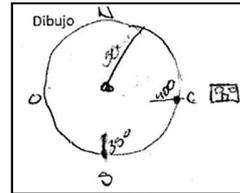


Figura 3. MS del Estudiante 11.

Estudiantes que dieron una ubicación de la casa, pero no se sabe si midieron correctamente los metros como se indica en el problema (Figura 4).

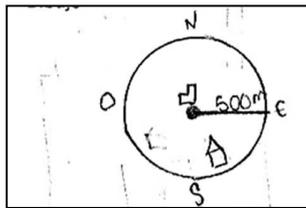


Figura 4. MS del Estudiante 18.

Los que dibujan algunos de los elementos que se mencionan en el texto (la casa, la fábrica, la circunferencia, etc.) pero no la relación hay entre ellos como lo indica el problema. Tales MS reflejan que estos estudiantes construyeron la micro, pero no la macro estructura del texto base (Figuras 6 y 7).

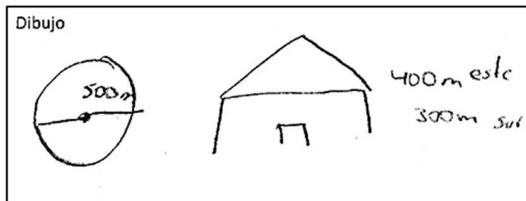


Figura 6. MS del Estudiante 7.

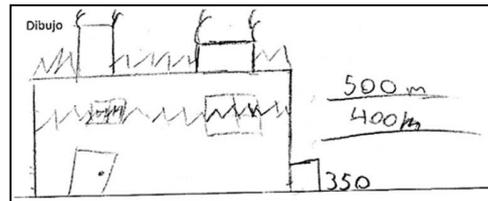


Figura 7. MS del Estudiante 15.

Resolución del problema

Ningún estudiante resolvió correctamente el problema en esta etapa de trabajo individual, sus respuestas se clasificaron en tres categorías:

- Manipularon los datos con operaciones básicas.
- Argumentaron que la casa tenía que ser desalojada sin ningún procedimiento matemático.
- Escribieron algún dato sin operar o no escribieron nada.

Trabajo en equipo

En el segundo momento de la intervención se pidió a los estudiantes que compartieran sus reflexiones sobre este problema con sus compañeros, formando 4 equipos de 4 estudiantes y 2 de 3 estudiantes.

En esta actividad se pidió a los equipos que volvieran a leer el texto, pero ahora más detalladamente. Nuevamente se les solicitó que identificaran todo aquello que no conocieran o que les causara algún impedimento para comprender el problema. Uno de los equipos planteó la duda sobre la ubicación correcta de los puntos cardinales, la cual se aclaró. Lo anterior ayudó a este equipo a tener una estructura más clara del texto. Después de esto, el equipo pudo hacer una representación adecuada, lo cual indicó que estos estudiantes ya habían entendido el problema. Estos estudiantes pudieron pasar de la micro, a la macro estructura del texto, para finalmente lograr un MS adecuado. Otro equipo tuvo el error de medir los 400 m hacia el oeste, los integrantes aun no tenían clara la ubicación de los puntos cardinales, por lo que ellos no pudieron hacer una representación correcta. A la mayoría de los equipos les faltó pasar de la micro a la macro estructura en el texto base, para luego poder construir un MS adecuado.

Solo 2 de los 6 equipos lograron resolver correctamente el problema aplicando el teorema de Pitágoras. El resto de los equipos procedió de la siguiente manera: dos equipos sumaron los datos (400 m y 350 m) y compararon esta suma con el área que cubría el siniestro. Uno comparó los datos con el radio del siniestro y dijo, “la casa está cerca del incendio porque el radio mide 500 m y si puede llegar a la casa”. El otro equipo intentó aplicar el teorema de Pitágoras. A pesar de que ellos escribieron: “no quedó dentro del área de peligro”, es decir, la casa no tiene que ser desalojada, su procedimiento fue incorrecto debido a un mal despeje.

Trabajo grupal

En el tercer y último momento de la intervención, dos estudiantes decidieron compartir con todo el grupo el procedimiento acordado con su equipo. El primero procedió a leer el enunciado del problema, a pesar de que ya todos lo habían leído varias veces, él no omitió ninguna de las palabras o frases. Se le preguntó una vez más al grupo si tenían dudas respecto

a las palabras o frases del texto. Los integrantes de los equipos que ya habían respondido correctamente dijeron que no, los demás equipos prefirieron quedarse callados, a pesar de que se les decía que expresaran todas las dudas que tuvieran. Luego se les preguntó si habían logrado comprender la situación, los integrantes de los equipos que pudieron resolverlo dijeron que si, pero los estudiantes que no habían podido hacer su representación correcta, decidieron hablar y preguntaron por qué seguían estando mal en su dibujo de la situación y en su respuesta. Uno de los errores que ellos seguían cometiendo era la ubicación de los puntos cardinales, habían invertido Este y Oeste, por lo que se les corrigió.

Luego, el segundo estudiante pasó a la pizarra a realizar un dibujo del problema, y, como ya había entendido la problemática que se presentó, pudo hacer una representación correcta (en su dibujo supuso que la casa estaba fuera del radio del siniestro). Después, en la resolución del problema, se les preguntó si ya habían entendido cual era el objetivo. Un estudiante de otro equipo dijo que si, por lo que compartió su idea con sus compañeros, resolviendo el problema usando el teorema de Pitágoras. Él argumentó que, con los datos que se daban, se trazaba un triángulo rectángulo y el lado que se desconocía era la hipotenusa. Aplicó adecuadamente el Teorema de Pitágoras para encontrar el valor de la hipotenusa. Una vez que encontró el dato faltante lo comparó con la longitud del radio del siniestro y dijo: la casa no tiene que ser desalojada.

Conclusiones

En el trabajo individual se observó que todos los estudiantes intentaron resolver el problema sin comprenderlo. Lo anterior se dedujo porque sus dibujos no eran congruentes con la situación del problema. Incluso, hubo estudiantes que construyeron la micro, pero no la macro estructura del texto base, lo cual refleja un nivel muy bajo en el proceso de comprensión textual. Además, ninguno pudo dar una respuesta correcta. Algunos solo usaron operaciones básicas (sumas o productos), lo cual es un ejemplo de contrato didáctico, como lo comenta D'Amore (2014), los estudiantes *“con tal de producir cálculos escriben operaciones sin sentido, desligadas de los requerimientos del problema, pero que tienen como operadores los datos numéricos presentes en el texto”* (p. 116). En esta primera parte de la intervención observamos que no se tuvo éxito en la comprensión del problema, los estudiantes tendieron a resolver sin comprender.

En el trabajo por equipos, dos de ellos comprendieron adecuadamente el problema, construyeron una representación congruente con la situación y obtuvieron el resultado correcto. Finalmente, cuando se trabajó en forma grupal, dos de los estudiantes compartieron cómo ellos habían entendido el problema y su resolución.

Esta breve intervención didáctica nos ha permitido observar el proceso de comprensión de un problema verbal de matemáticas a través de los dibujos de los estudiantes. Desde las dificultades a las que se enfrentaron de manera individual, hasta el éxito alcanzado en el trabajo grupal. El trabajo colaborativo y las estrategias implementadas para la comprensión del problema (de focalización, de resolución de problemas, de organización, etc.) permitieron que los estudiantes se involucraran y logaran la comprensión y la resolución del problema. Por todo lo anterior creemos que este tipo de intervenciones, dedicadas a la comprensión textual son necesarias, ya que de otra forma el estudiante tiende a intentar resolver operando los datos. Hacer un dibujo no es sólo una estrategia para la resolución de problemas sino también una estrategia didáctica que permite al profesor analizar las dificultades de los estudiantes.

Consideramos también que es importante trabajar en el aula los MS y las representaciones matemáticas, y discutir sus diferencias, pues en muchos libros de texto de matemáticas estos dos modos de representación del problema aparecen mezclados.

Referencias bibliográficas

- D'Amore, B. (2014). *Didáctica de la Matemática*. Bogotá, DC. Colombia: Magisterio.
- Echevarría, M. Á. (2006). ¿Enseñar a leer en la Universidad? Una intervención para mejorar la comprensión de textos complejos al comienzo de la educación superior. *Revista de Psicodidáctica*. 11 (2), 169-188.
- Elosúa, M. R. y García, E. (1993). *Estrategias para enseñar y aprender a pensar*. Madrid: Narcea.
- Juárez, J. A., Ignjatov, J. S., Hernández, L. A. y Monroy, M. (2015). Differences in the situation model construction for a textbook problem: The broken tree or the broken bamboo? *In CERME 9-Ninth Congress of the European Society for Research in Mathematics Education*, 897-903.
- Kintsch, W. (1986). Learning from text. *Cognition and instruction*, 3(2), 87-108.

- Peronard, M. (1997). *Comprensión de textos escritos: de la teoría a la sala de clases*. Andrés Bello.
- Prediger, S. y Krägeloh, N. (2015). Low achieving eighth graders learn to crack word problems: a design research project for aligning a strategic scaffolding tool to students' mental processes. *ZDM Mathematics Education*, 47(6), 947-962.
- Polya, G. (1965). *Cómo plantear y resolver problemas*. México: Trillas
- Tijero, T. (2009). Representaciones mentales: discusión crítica del modelo de situación de Kintsch. *Onomázein: Revista de lingüística, filología y traducción de la Pontificia Universidad Católica de Chile*, (19), 111-138. España: Grao.
- Valiente, S. y Valiente, S. I. (2009). *Matemáticas. Estudio y enseñanza*. México: Editorial Noriega.
- van Dijk, T. A. y Kintsch, W. (1983). *Strategies of discourse comprehension*. New York: Academic Press.