

Desarrollo del pensamiento Aleatorio con estudiantes de grado decimo usando Geogebra

Leonel L. Palomá P. – Nestor Duvan Salazar.  
llpalomap@gmail.com- nestorduvan@hotmail.com  
Universidad de Caldas, Universidad Nacional de Colombia  
*Institución Educativa San Pio X, Manizales*  
Colombia

Núcleo temático: Recursos para la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas.

Modalidad: CB.

Nivel educativo: Bachillerato.

Palabras clave: Aleatorio, Espacio, suceso, probabilidad.

### **Resumen**

*El ministerio de Educación Nacional, Colombia, consiente de la importancia que tiene el desarrollo de pensamiento aleatorio en los diferentes grados de educación Básica primaria, básica secundaria y bachillerato, lo ha incluido en el currículo de Matemáticas de los mencionados niveles, definiendo sus estándares y sus competencias, de tal manera que permitan al profesor desarrollar y afianzar sus acciones pedagógicas relacionadas con el pensamiento aleatorio y su contexto en la vida real. Siguiendo estos lineamientos, hemos construido unidades didácticas en Geogebra, para estudiantes de grado decimo de la Institución Educativa San Pio X, Manizales, Colombia, que facilitan el desarrollo del pensamiento aleatorio en un entorno cotidiano. La metodología está basada en el manejo de vistas de Geogebra con las siguientes características: Vista grafica: Con contenido teórico, texto y formulas dinámicas, casillas de entrada e instrucciones para manipular construcciones dinámicas que permita desarrollar conceptos propios del pensamiento aleatorio con base en la solución de problemas cotidianos. Vista gráfica 2: Simulaciones de fenómenos aleatorios como: Lanzamiento de Monedas, juego de dados, juego de cartas y baloto. La solución guiada del cada uno de los ejercicios es complementada con el uso de las funciones propias de Geogebra.*

### **Introducción.**

Presentamos a nuestros lectores una forma de activar y fortalecer el pensamiento aleatorio con estudiantes de grado decimo de la Institución Educativa San Pio X, Manizales, Colombia.

Nuestro trabajo consiste en enseñar la diferencia entre lo determinístico y lo aleatorio e introducir el concepto de experimento aleatorio a través de la teoría de juegos.

Iniciamos el estudio con los principios básicos de conteo, el de la suma y el producto y diagramas de árbol, luego presentamos ejemplos que involucran combinaciones con manejo de los números combinatorios en la calculadora y algebra de permutaciones.

Seguidamente estudiamos el concepto de espacio muestral, el de suceso y presentamos la definición de la función de probabilidad con base en la frecuencia con que ocurren eventos previamente identificados.

### **Metodología.**

Para el desarrollo de cada uno de los temas se han implementado una secuencia de unidades didácticas interactivas en Geogebra usando las vistas gráficas, donde resaltamos varios momentos

Momento teórico. Se muestran los conceptos teóricos del tema a desarrollar, los cuales deben ser leídos por los estudiantes, con cada uno de los ejemplos ilustrativos, presentados en Geogebra a manera de simulación.

Momento Práctico. Con base en la teoría descrita en el momento anterior, se pide al estudiante que manipule cada una de las simulaciones y conteste una serie de preguntas guiadas, con el fin de reforzar los conceptos teóricos vistos.

Momento evaluativo. Muy similar al momento práctico, solo que esta actividad debe ser desarrollada por el estudiante de forma individual con el objeto de asignar una calificación. Cada una de las construcciones en Geogebra está acompañada por una hoja de trabajo, que debe ser diligenciada por el estudiante, donde opina, concluye y contesta sobre las diferentes inquietudes y preguntas contenidas en cada uno de los módulos dinámico de Geogebra.

### **Desarrollo**

A continuación seleccionamos tres ejemplos que muestran nuestra metodología. Cada ejemplo lo ilustramos con las imágenes de las construcciones en Geogebra, que en un futuro estarán en la página de materiales de Geogebra.

En cada uno de los casos los objetivos son: Identificar si es importante el orden, Identificar el espacio muestral, calcular la probabilidad de algunos eventos específicos.

Las monedas del duende.

Mientras se lanzan dos monedas iguales, debes hacer una pregunta al duende, de acuerdo con el resultados del lanzamiento sabrás la respuesta. Si salen dos caras la respuesta es incorrecta, y sale dos cruces la respuesta es correcta y si en una moneda sale cara y en la otra cruz, vuelves a lanzar. Figura 1.

¿Cuántas veces debes repetir el lanzamiento? ¿Existe espacio muestral? Liste los posibles resultados del lanzamiento. ¿Cuántas preguntas correctas puedes dar?



Figura 1.

Juego de baloto.

Se simula el juego del baloto. Preguntas: Cardinalidad del espacio muestral, probabilidad de los siguientes eventos: Acierta tres números, acierta cuatro números, acierta los seis números. Figura 2.

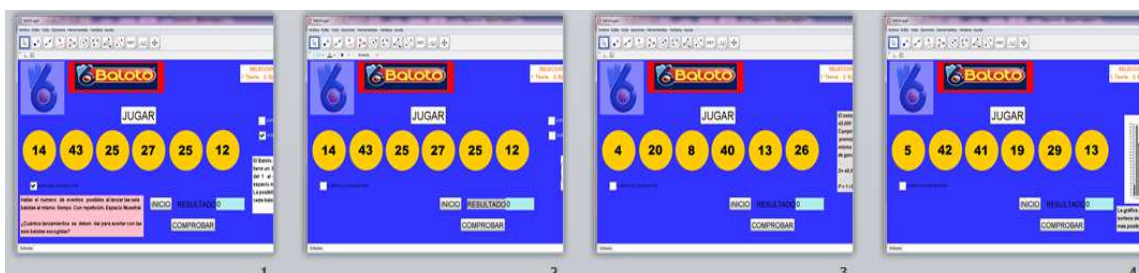


Figura 2.

Conteo de placas de

Se simula la generación de placas para automóvil compuestas por tres letras y tres números, Figura 3, se indaga sobre la importancia del orden de las letras y los números, si se permiten repeticiones, si no, placas terminadas en número par, número impar.



Figura 3.

### Conclusiones.

La metodología se realizó con 30 estudiantes de décimo grado de la institución *Institución Educativa San Pio X, Manizales*, con los siguientes resultados.

22 estudiantes lograron identificar cada proceso aleatorio y las relaciones entre combinación y/o permutación.

De los 30 estudiantes, 13 de ellos mostraron mayor facilidad para entender las características de un experimento aleatorio, mostraron la curiosidad de abarcar más en la temática.

Dos estudiantes continúan desconociendo el concepto de aleatoriedad, 8 de los 30 estudiantes siguen con dificultad para el entendimiento del espacio muestral y su relación con probabilidad.

De los 30 estudiantes, 22 hallaron fácilmente el espacio muestral de un experimento aleatorio. Mostraron habilidad con el software y desarrollo de las actividades.

9 estudiantes resuelven ejercicios sencillos con cálculos de probabilidades, pero no dan alternativas ni estrategias diferentes de resolución o de tendencia.

Comparado esto con actividades realizadas anteriormente, con otro grupo de estudiantes sin implementar la metodología aquí presentada, se detectó un significativo rendimiento académico y mejor disposición para estudiar la teoría de probabilidades.

## Referencias bibliográficas

Batanero, Carmen.( 2001) *Didáctica de la Estadística*. Grupo de Investigación en Educación Estadística. Departamento de Didáctica de la Matemática. Universidad de Granada. pp 20-23.

Batanero, Carmen.(s.f.) *Significados de la probabilidad en secundaria*. Investigaciones sobre enseñanza y aprendizaje de las matemáticas, un reporte iberoamericano. Universidad de granada, España.

Hohenwarter, Markus. *Documento de Ayuda Geogebra (2009)*. [www.geogebra.org](http://www.geogebra.org). Ayuda en Geogebra 3.2.. pp 54.

Funes. *Encuentro Colombiano de Matemática Educativa*. (s.f.). *El Azar y la Probabilidad desde el Juego*.<http://funes.uniandes.edu.co/773/1/elazar.pdf>

Funes. *Encuentro Colombiano de Matemática Educativa*. (2009). *Diseño de una secuencia de actividades para la enseñanza de la probabilidad simple en estudiantes de sexto grado*. <http://funes.uniandes.edu.co/706/1/disenio.pdf>

MEN (Ministerio de Educación Nacional).(2003). *Estándares Básicos de Competencias en Matemáticas*. Bogotá.

MEN (Ministerio de Educación Nacional) (s.f.). *Matemática. Estándares para la excelencia en la educación., B. D.*

Serrano, L., Batanero, C., Ortiz, J. J. y Cañizares, M. J.( 2001). *Concepciones de los alumnos de secundaria sobre modelos probabilísticos en las secuencias de resultados aleatorios*. Suma, 36, pp. 23-32.

Hohenwarter, M. (s.f.). Geogebra. <https://es.wikipedia.org/wiki/GeoGebra>

INEI. (Instituto Nacional de Estadística e Informática). (s.f.). *Los Retos de la Cultura Estadística. Resumen*. <https://www.inei.gob.pe/media/archivos/culturaestadistica1.pdf>

Luis, B. C. (2007). *Unidad Didáctica Combinatoria. Permutaciones con Repetición*. [http://recursostic.educacion.es/descartes/web/materiales\\_didacticos/Combinatoria/permutacionescon.htm](http://recursostic.educacion.es/descartes/web/materiales_didacticos/Combinatoria/permutacionescon.htm)

Álvarez García, José Luis.(s.f.).*Simulaciones y problemas probabilísticos con Geogebra*. [http://thales.cica.es/sites/thales.cica.es/geogebra/files/II\\_Jornadas\\_GeoGebra/material/taller\\_es/probabilidad/taller\\_probabilidad.pdf](http://thales.cica.es/sites/thales.cica.es/geogebra/files/II_Jornadas_GeoGebra/material/taller_es/probabilidad/taller_probabilidad.pdf).

Barrios Calmaestra, Luis. *Combinatoria. Combinaciones con repetición.*  
[http://recursostic.educacion.es/descartes/web/materiales\\_didacticos/Combinatoria\\_2/definicioncr.htm](http://recursostic.educacion.es/descartes/web/materiales_didacticos/Combinatoria_2/definicioncr.htm).

Barrios Calmaestra, Luis. (s.f.). *Combinatoria. Permutaciones con repetición.*  
[http://recursostic.educacion.es/descartes/web/materiales\\_didacticos/Combinatoria\\_2/ejemplospcr.htm](http://recursostic.educacion.es/descartes/web/materiales_didacticos/Combinatoria_2/ejemplospcr.htm).