

DESARROLLO DEL PENSAMIENTO VARIACIONAL EN LA EDUCACIÓN BÁSICA PRIMARIA: GENERALIZACIÓN DE PATRONES NUMÉRICOS.

Luisa Fernanda Sánchez
luisafs15@hotmail.com
Universidad del Valle –Cali- Colombia

Tema: Pensamiento Variacional

Modalidad: Comunicación breve (CB)

Nivel: Primario (6 a 11 años)

Palabras claves: Generalización, patrones numéricos, pensamiento variacional, estructuras multiplicativas.

Resumen

La presente comunicación evidencia los elementos generales, el diseño y algunos resultados de una secuencia de actividades relacionada con la generalización de patrones, propuesta como una alternativa para desarrollar algunos aspectos del Pensamiento Variacional en la Educación Básica Primaria y potencializar así, la iniciación al álgebra escolar.

La secuencia tiene un contexto literario basado en una adaptación del cuento Hansel y Gretel y está dividida en cuatro situaciones: la primera está enfocada hacia el reconocimiento visual de patrones geométricos artísticos; la segunda tiene como objetivo la identificación de patrones numéricos a través de imágenes; finalmente en la tercera y cuarta el propósito va enfocado al trabajo con los múltiplos y divisores, esto con el fin de observar las relaciones funcionales existentes entre las dos variables, tomando la multiplicación como una operación cuaternaria.

Entre los resultados sobresale la facilidad para reconocer patrones en secuencias numéricas diferenciando claramente su núcleo, logrando llegar a un nivel de generalización elemental (ver y decir), identificando la variación y el cambio que se genera y relacionando cantidades de acuerdo a lo planteado.

Esta comunicación es una síntesis de un trabajo de grado para optar por el título de Licenciatura en Educación Básica con Énfasis en Matemáticas.

1. Problemática de estudio

Partiendo de distintas investigaciones¹, que demuestran las dificultades comunes en el inicio del razonamiento algebraico, tales como el corte didáctico entre el pensamiento numérico y el pensamiento variacional, o el hecho que en la educación básica primaria se hace más énfasis en enseñar lo numérico y lo geométrico a través de operaciones y resolución de problemas, dejando de lado el estudio de la variación y el cambio, se propuso como principal objetivo del trabajo al que hace referencia esta comunicación,

¹ Los estudios específicos a los que se hace referencia corresponden a los realizados por diferentes investigadores como Mason (1985), Kieran (1992), Radford (2006), Godino (2003), entre otros.

aportar elementos que permitan la reflexión del álgebra escolar desde la perspectiva de generalización de patrones numéricos y al mismo tiempo abordar de una manera articulada, conceptos como el de las estructuras multiplicativas, relación entre magnitudes y dependencia de variables.

Los aspectos mencionados se trabajaron mediante el diseño e implementación de una secuencia didáctica para el grado tercero de Educación Básica Primaria, que involucra actividades que permiten a los estudiantes adquirir herramientas conceptuales y procedimentales, para la búsqueda de regularidades, generalizaciones, justificaciones, reconocimiento de variaciones y formalización de relaciones estructurales; lo que a su vez posibilita desarrollar la capacidad para razonar algebraicamente desde temprana edad.

La secuencia fue diseñada con base en una adaptación del cuento Hansel y Gretel, cada una de las situaciones se desprenden de un aspecto mencionado en el cuento, con el fin de presentar una propuesta distinta, atractiva, motivadora y que les permita a los estudiantes integrar diferentes procesos matemáticos a través de un contexto literario infantil.

Por otro lado, en lo que se confiere a las estructuras multiplicativas, se utiliza la multiplicación como una operación cuaternaria, en la cual se involucran dos variables numéricas relacionadas. Esta relación hace importante el concepto de variación entre dos cantidades, donde dos o más variables están relacionadas de tal forma que el cambio en una o algunas, determina cambio(s) en la(s) restante(s) (Obando, 2006).

Es indispensable resaltar que el pensamiento algebraico se construye en estrecha relación con el numérico, traspasando ciertas ideas aritméticas que se oponen a esta construcción. Tal como lo explica Mason (1985) no se debe pensar que el álgebra inicia una vez hayan terminado la lista de contenidos “aritméticos”, pues el conocimiento algebraico está inmerso en todo el conocimiento matemático; tampoco se trata de limitar tales generalizaciones al uso específico de letras, se debe notar que el hecho de que existan letras no quiere decir que se esté desarrollando el pensamiento algebraico, ni la falta de ellas indica incapacidad de razonar algebraicamente.

Desde esta perspectiva se consideró oportuno indagar en:

¿Cómo a través de una secuencia didáctica, acerca del tratamiento de patrones y variaciones numéricas que involucra algunas situaciones problema sobre multiplicación de naturales, se aporta a la reflexión didáctica enfocada hacia la iniciación al álgebra escolar, en la educación básica primaria?

Marco de referencia conceptual

La fundamentación de la problemática y el desarrollo de la propuesta, se organiza en tres perspectivas de análisis: la perspectiva Curricular, la perspectiva Didáctica y la perspectiva Matemática, que son las que orientan el diseño de la secuencia didáctica.

Desde la perspectiva curricular y la perspectiva didáctica, respectivamente, se presenta la generalización de patrones como una alternativa planteada desde los Estándares Básicos de Competencias (MEN, 2006), Lineamientos Curriculares (MEN, 1998), y diferentes investigadores como Mason (1985), que conlleva al desarrollo del pensamiento variacional y que nos induce a implementar situaciones que relacionen diferentes procesos en la básica primaria, como un camino alternativo de tener acceso al razonamiento algebraico.

El razonamiento algebraico implica representar, generalizar y formalizar patrones y regularidades en cualquier aspecto de las matemáticas. A medida que se desarrolla este razonamiento, se va progresando en el uso del lenguaje y el simbolismo necesario para apoyar y comunicar el pensamiento algebraico, especialmente las ecuaciones, las variables y las funciones. Este tipo de razonamiento está en el corazón de las matemáticas concebida como la ciencia de los patrones y el orden, ya que es difícil encontrar un área de las matemáticas en la que formalizar y generalizar no sea central (Godino, 2003).

En referencia a lo anterior, desde la perspectiva didáctica se trabajaron las cuatro etapas planteadas por Mason para desarrollar la generalización desde el estudio de patrones, puesto que se proporciona así un acercamiento a los sistemas algebraicos y su manejo simbólico mucho antes de llegar a la educación secundaria. Las etapas mencionadas se resumen así:

“*Ver*”, hace relación a la identificación mental de un patrón o una relación, y con frecuencia esto sucede cuando se logra la identificación de un algo común. “*Decir*” ya sea a uno mismo o a alguien en particular, es un intento de articular en palabras, esto que se ha reconocido. “*Registrar*”, es hacer visible el lenguaje, lo cual requiere un movimiento hacia los símbolos y la comunicación escrita (incluyendo los dibujos). “*Probar la validez de las fórmulas*”, para que una fórmula tenga validez debe probarse de diferentes formas. Pero también es importante que la regla sea correcta y para eso, se necesita tener una noción de lo general, lo cual involucra la idea de cómo un ejemplo particular puede mostrar lo general. Para mostrar lo general es necesario reestructurar el ejemplo particular y señalar características generales, lo que se logra observando características específicas en cada caso y haciendo notar que, a pesar de que cambien, lo hacen de manera regular (Mason, 1985. p. 17).

Es importante rescatar que la identificación de patrones requiere del reconocimiento de semejanzas y diferencias, y la detección de los rasgos fundamentales que conforman una estructura. El trabajo con patrones incluye procedimientos de distinto orden de dificultad, que influyen en el proceso de generalizar:

- De reproducción (copia de un patrón dado).
- De identificación (detección de la regularidad).
- De extensión (dado un tramo de la sucesión el alumno debe extenderla de acuerdo al núcleo que la rige).
- De extrapolación (completamiento de partes vacías).
- De traslación (utilización del mismo patrón sobre propiedades diferentes, Por ejemplo: cambiar formas por colores; cambiar una representación visual por una auditiva, etc.).

Marco contextual

A continuación se describe cada una de las cuatro situaciones que componen la secuencia, la cual fue implementada en un colegio privado de la ciudad de Cali, a niños de Tercer grado de Educación Básica Primaria. Cada situación se presentó individualmente a excepción de la situación 1, en la que se permitió a los estudiantes trabajar en grupos por motivo del desarrollo de su creatividad usando material concreto:

Situación 1: Acerquémonos a los patrones

En general, esta primera situación está enfocada hacia el reconocimiento visual de patrones geométricos, involucrados desde diseños artísticos, aspecto propuesto desde la primera fase que plantea Mason (1985), es decir, el *ver*. Los estudiantes, deben reconocer el patrón, a través de la visualización, para poder completar correctamente los diseños presentados. Posteriormente, a través de unas preguntas, se hace énfasis en dos aspectos: el primero relacionado con la organización de las figuras que componen el patrón, con el fin de que se empiece a reconocer su estructura (en este caso son patrones de extrapolación que permiten completar las partes vacías); y el segundo concerniente a la cantidad de figuras y la relación entre ellas (proceso que permite el trabajo con patrones de extensión, en el cual dadas unas figuras del diseño, el estudiante debe continuar la secuencia de acuerdo al núcleo presentado). Finalizando la situación uno, se propone una actividad de diseño, utilizando material concreto (masmelos y palillos de dientes), para la creación personal de una secuencia, con el propósito de corroborar los conocimientos sobre patrones adquiridos por los estudiantes al terminar la situación.

Situación 2: Hansel y Gretel y los patrones numéricos

Tiene como objetivo realizar la transición desde el reconocimiento de los patrones a través de imágenes, hacia los patrones numéricos. Para esto, la primera actividad involucra imágenes, que permiten la identificación del patrón (patrón de identificación), pero al mismo tiempo, intenta impulsar al estudiante a que reconozca la regularidad y continúe la sucesión, sin necesidad de apoyarse en tales imágenes. Posteriormente se les propone que expresen de forma general cómo podrían encontrar un término cualquiera de la sucesión. Esto con el fin de potencializar, además del *ver*, la segunda fase planteada por Mason (1985), el *decir*. De esta forma, los estudiantes además de identificar el patrón, lo expresan de acuerdo a sus herramientas. Finalmente, al igual que con la primera situación, se propone al estudiante la creación de una secuencia que tenga un patrón, pero esta vez, dada desde lo numérico y sin el uso de material concreto.

Situación 3: Patrones y productos con piedritas

El propósito va enfocado al trabajo con los múltiplos y divisores; esto con el fin de que los estudiantes puedan reconocer que existe una forma general para expresar el resultado y que además, identifiquen las relaciones funcionales existentes entre las dos variables, tomando la multiplicación como una operación cuaternaria, en la que se hace

énfasis desde el análisis escalar. La situación se desarrolla mediante la utilización del registro en tablas y sobre todo las últimas dos actividades permiten establecer las relaciones estructurales de la tabla de multiplicar del siete.

Situación 4: Estrategias multiplicativas

El objetivo es continuar con el trabajo de la multiplicación como operación cuaternaria que viene desarrollándose desde la situación anterior, en la que se identifican unas relaciones de variación entre los dos espacios de medida; además se potencia el trabajo con las propiedades multiplicativas (asociativa y conmutativa), las cuales permiten la construcción de generalidades y de argumentaciones para justificarlas, a través de formas estructuradas. De este mismo modo, se pretende que a través de dos variables dadas como el número de triángulos y el número de barquillos, se encuentre una relación y se pueda expresar de forma general de tal manera que se verifique para cualquier número que cumpla esa condición.

Conclusiones

Teniendo en cuenta todo lo anterior, se exponen algunas conclusiones relacionadas con la aplicación de la secuencia, los análisis de respuestas y algunos aspectos expuestos en investigaciones sobre el tema.

1. En la actividad donde los estudiantes debían completar el diseño dibujando (situación 1) se evidenció que se presenta más dificultad en los patrones de extrapolación y es más sencillo para ellos ver los patrones de recurrencia.
2. El uso de tablas como registro de representación, permite a los estudiantes identificar y establecer relaciones entre cantidades de una manera más eficaz, lo que favorece que a través de esas relaciones se encuentren patrones, actividad que hace parte de generalizar. De esta forma, al momento de trabajar con letras los estudiantes lo hacen fácilmente asociando cada variable a los campos de la tabla, relacionando las reglas con las operaciones realizadas al completarla.
3. Los estudiantes desarrollan sin mayores dificultades las dos primeras etapas planteadas por Mason (1985) “el ver” y “el decir”, iniciando con la identificación del patrón a través de la visualización, para luego expresarlo ya sea mediante

palabras o escrito en lengua natural, y finalmente varios se aproximan al registrar usando símbolos y letras como variables, que les permite ir acercándose más al concepto de generalidad que se maneja en secundaria.

4. La presentación de la secuencia didáctica enmarcada en el contexto del reconocido cuento Hansel y Gretel, y las modificaciones que dan origen a procesos matemáticos, es una buena alternativa que debe de ser explorada por maestros, pues ayuda a mejorar la comprensión de las situaciones y tareas, ya que se tornan significativas para los estudiantes y los incentiva a usar distintas estrategias y técnicas que les permiten llegar de diferentes formas a la respuesta.
5. El trabajo con las estructuras multiplicativas es una buena vía para trabajar con patrones dado que sus operaciones permiten la construcción y la argumentación de generalidades, que se dan desde los casos más particulares a los generales, mediante la organización y justificación de las formas estructurales dadas. Este el caso de las actividades propuestas con las tablas multiplicativas, las propiedades y los problemas que involucran ambas operaciones (multiplicación y división).
6. Es posible determinar que con este trabajo investigativo se aportan elementos tanto conceptuales como metodológicos a la reflexión sobre la iniciación al álgebra escolar, proponiendo un tipo de actividades que desde lo numérico potencializan el pensamiento variacional, y que hacen mucho más enriquecedor el trabajo con el álgebra en la Educación Secundaria.

Con los resultados de esta investigación se espera que los docentes de matemática utilicen diferentes herramientas para realizar nuevas propuestas que permitan el desarrollo temprano del razonamiento algebraico, para evitar que se presenten dificultades en la transición aritmética-álgebra y sea un proceso continuo de formación académica para los estudiantes.

Referencias bibliográficas

- Godino, J. (2003). *Razonamiento algebraico para maestros*. <http://www.ugr.es/local/jgodino/edumatmaestros/>. Consultado 7/09/2011
- Kieran, C. (1992). *The Learning and Teaching of School Algebra*. Traducción resumida hecha por Vilma María Mesa. (1995). Capítulo 17. Investigar y Enseñar. Universidad de los Andes. Una empresa docente. Pp. 1-24.
- Mason, J. (1985). *Rutas hacia el álgebra y Raíces del álgebra*. (C. Agudelo, Trad.)Tunja, Colombia. Tunja: UPTC.
- MEN. (1998). *Lineamientos curriculares de matemáticas*. Santa Fe de Bogotá, Colombia.
- MEN. (2006). *Estándares Básicos de Competencias*. Santa fe de Bogotá, Colombia.
- Muñera, J. & Obando, G. (2002). *Las situaciones problema como estrategia para la conceptualización matemática*. Universidad de Antioquia.

Anexos

A continuación y se presenta la Situación número dos (2) de la secuencia y posteriormente se muestran algunos de los resultados que encontraron los estudiantes ante las preguntas de esta situación.

Situación 2: Hansel y Gretel y los patrones numéricos.

Actividad 1: Patrones numéricos con hongos de colores.

La bruja mala para poder tener agua en su casa de dulce, debía ir todos los días a un riachuelo que había en un lado oscuro del bosque. Con el paso de los años la vieja decidió construir un caminito delimitado por puros hongos agrupados por colores, los cuales le permitían identificar rápidamente la forma de llegar. Un día Gretel se vio obligada a acompañarla y se dio cuenta que la organización de los hongos era bastante especial:



Fig.1 Fig. 2 Fig.3 Fig. 4 Fig. 5 Fig. 6

1. Sin necesidad de dibujar escribe ¿Cuántos hongos debería tener la figura 7 y por qué?
2. Completa la siguiente tabla:

Posición	1	2	3	4	5	6	7	8	9	12	15	18	20
Número de hongos	1	1	2	3	5	8			34				

3. Escribe como encuentras cualquier número de hongos según la posición dada.
4. ¿Qué cantidad de hongos azules y hongos rojos tendrá la posición 9? Explica como lo hiciste.
5. ¿Cómo aumentan los hongos azules de la posición 5 a la posición 6 ¿Qué relación existe entre los hongos azules y los rojos en las demás posiciones?
6. Dibuja una secuencia de triángulos que tenga un patrón.

Actividad 2: En búsqueda de la clave numérica.

La jaula donde se encontraba encerrado Hansel estaba asegurada con un candado enorme que debía ser abierto con una combinación de 12 números. Cerca de allí, había una secuencia de números que podían ser la clave para liberar el candado, pero algunos de ellos estaban tapados y el niño no los podía ver. La secuencia es la siguiente:



1. Ayúdale a Hansel a completar la serie con los números faltantes.
2. ¿Qué tuviste en cuenta en el momento de buscar los números que faltaban para completar la que podría ser la clave del candado?
3. Hansel cree que uno de los números que completan la secuencia es el número 52, ¿estás de acuerdo con el niño? ¿Por qué?
4. Si esta serie continúa ¿Existe alguna forma de calcular cualquiera de los números que siguen? Explica tu respuesta, escribiendo la manera de hacerlo.
5. Construye una serie numérica que sea la clave para abrir una caja fuerte (no olvides que debe tener un patrón).

El anexo siguiente presenta algunos resultados encontrados por los estudiantes:

Situación 2: Hansel y Gretel y los patrones numéricos.

Actividad 1: Patrones numéricos con hongos de colores.

La bruja mala para poder tener agua en su casa de dulce, debía ir todos los días a un riachuelo que había en un lado oscuro del bosque. Con el paso de los años la vieja decidió construir un caminito delimitado por puros hongos agrupados por colores, los cuales le permitían identificar rápidamente la forma de llegar. Un día Gretel se vio obligada a acompañarla y se dio cuenta que la organización de los hongos era bastante especial:



Fig.1 Fig. 2 Fig.3 Fig. 4 Fig. 5 Fig. 6

1. Sin necesidad de dibujar escribe ¿Cuántos hongos debería tener la figura 7 y por qué?

Le sumo Fig 1 a la Fig 2 y me da Fig 4
y Fig 4 mas Fig 3 me da Fig 5 y por
ultimo Fig 5 mas Fig 4 y me da Fig 6
en tances para conseguir Fig 7 sumo
 $Fig 6 + Fig 5 = 13$

2. Completa la siguiente tabla:

Posición	1	2	3	4	5	6	7	8	9	12	15	18	20
Número de hongos	1	1	2	3	5	8	13	21	34	144	610	2816	165

3. Escribe como encuentras cualquier número de hongos según la posición dada.

Sumando los últimos 2